

**Sistemi Dinamici, Caos e Complessità**  
**(6CFU, secondo semestre)**

**Prof. Alessandro Pluchino**

[www.pluchino.it](http://www.pluchino.it)

**Parte I – Introduzione alla nuova Scienza della Complessità**

Dalla teoria del caos alla nuova scienza della complessità - Teoria delle catastrofi - Invarianza di scala, frattali e leggi di potenza - Criticità auto-organizzata (SOC) - Reti complesse: Small World e Scale Free - Automi cellulari di Wolfram e di Conway - Sincronizzazione e modello di Kuramoto - Fenomeni emergenti al margine del caos - Sinergetica - Sociofisica ed Econofisica - Computational Social Science - Introduzione alle simulazioni ad agenti: l'ambiente di sviluppo NetLogo. Interfaccia e Linguaggio di Programmazione

**Parte II – Sistemi dinamici a pochi gradi di libertà. Caos e Frattali**

Sistemi dinamici continui (flussi) dissipativi - Spazio degli stati - Teorema di non-intersezione

Flussi in una dimensione - Attrattori a punto fisso - Punti fissi stabili (nodi) e instabili (repulsori) - Punti di sella (saddle points) - L'Equazione Logistica

Flussi in due dimensioni - Attrattori a punto fisso e a ciclo limite - Teorema di Poincarè-Bendixson - Equazioni di Lotka-Volterra e Brussellator - Sezione di Poincarè - Teoria delle biforcazioni - Biforcazione tangente o "saddle-node" - Biforcazione di Hopf

Flussi in tre dimensioni - Punti fissi e cicli limite in tre dimensioni - Piano di Poincarè - Matrice di Floquet - Stabilità dei cicli limite - Attrattori quasi-periodici - Rotte verso il caos - Caos omoclinico ed eteroclinico - Il modello di Lorenz - Esponenti di Lyapunov

Sistemi dinamici discreti (mappe) dissipativi - Mappe unidimensionali - La Mappa Logistica - Attrattori e diagramma di biforcazione - Le costanti di Feigenbaum - Caos ed esponenti di Lyapunov - Stretching and folding - Il margine del caos ("edge of chaos")

Mappe dissipative bidimensionali - La mappa di Hénon - Autosimilarità e frattali - La curva di Koch - Dimensione frattale di box-counting e di correlazione - Dimensione di Hausdorff

Flussi Hamiltoniani (conservativi) - Equazioni di Hamilton - Spazio delle fasi - Teorema di Liouville - Costanti del moto e variabili azione-angolo - Sistemi integrabili e non integrabili - Sistemi Hamiltoniani in una dimensione - Oscillatore armonico come sistema dinamico - Il pendolo rigido conservativo e il pendolo forzato-smorzato

Flussi Hamiltoniani in più dimensioni - Il teorema KAM - Orbite periodiche, quasiperiodiche e caotiche - Il modello di Hénon-Heiles

### **Parte III – Sistemi dinamici a molti gradi di libertà. Termodinamica e Meccanica Statistica**

Richiami di Termodinamica - L'equazione di stato dei gas perfetti - La prima legge della termodinamica - Applicazioni della prima legge - La seconda legge della termodinamica - Il teorema di Carnot - L'entropia - Potenziali termodinamici - La terza legge della termodinamica

La teoria cinetica secondo Boltzmann: lo spazio  $\mu$  e la funzione di distribuzione - Collisioni binarie - Diffusione classica e quantistica - L'equazione del trasporto di Boltzmann - Il Teorema H - La distribuzione di Maxwell-Boltzmann - Teorema H ed Entropia - Vita e opera di Ludwig Boltzmann (film)

Meccanica statistica classica - Il teorema di Liouville - Teoria degli "Ensemble" di Gibbs - Il teorema ergodico - Postulato dell'equiprobabilità a priori - Media temporale e media di ensemble - L'ensemble microcanonico - Additività ed estensività dell'entropia - Termodinamica ed equazione di stato di un gas ideale classico in ensemble microcanonico

L'ensemble Canonico - La funzione di partizione canonica - Termodinamica di un gas ideale in ensemble canonico - Fluttuazioni di energia nell'ensemble canonico - Equivalenza tra gli ensembles canonico e microcanonico

Introduzione alla Meccanica Statistica Generalizzata - Complessità e interazioni a lungo raggio - Il modello HMF (Hamiltonian Mean Field model) - Assiomi di Kinchin e di Abe: entropie generalizzate - Termodinamica all'equilibrio del modello HMF - Anomalie dinamiche e stati quasistazionari - Dipendenza dal range di interazione - Meccanica statistica generalizzata all'Edge of Chaos

Considerazioni cosmologiche intorno alla seconda legge della termodinamica, alla freccia del tempo e all'emergere della complessità nell'universo - *Fine tuning* e regolazione fine delle costanti fondamentali - Principio antropico debole e forte - Teorie del Tutto e modelli di Multiverso

#### **Materiale didattico**

- Slides delle lezioni. Prof.Pluchino
- Robert C. Hilborn, "*Chaos and nonlinear dynamics*", Oxford University Press, 2<sup>nd</sup> Ed. 2000
- Steven Strogatz, "*Nonlinear dynamics and chaos*", Westview Press 2001
- Claudius Gros, "*Complex and adaptive dynamical systems*", Springer 2<sup>nd</sup> Ed. 2010
- Kerson Huang, "*Meccanica Statistica*", Zanichelli 1997;
- James P. Sethna, "*Entropy, Order parameters and Complexity*", Oxford University Press 2006
- Constantino Tsallis, "*Introduction to nonextensive statistical mechanics*", Springer 2009
- Alessandro Pluchino, "*La firma della complessità. Una passeggiata al margine del caos*", Malcor D' Edizione 2015