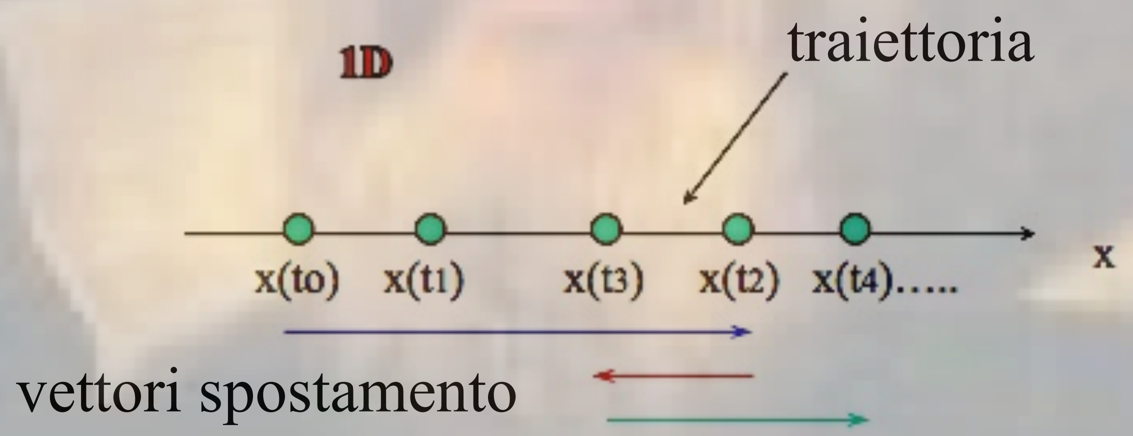
LA CINEMATICA in UNA DIMENSIONE



Moto uniforme . . . .

Equazione del moto uniforme
($v=v_o$=costante, a=0)

$$x(t) = x_0 + v_o t$$

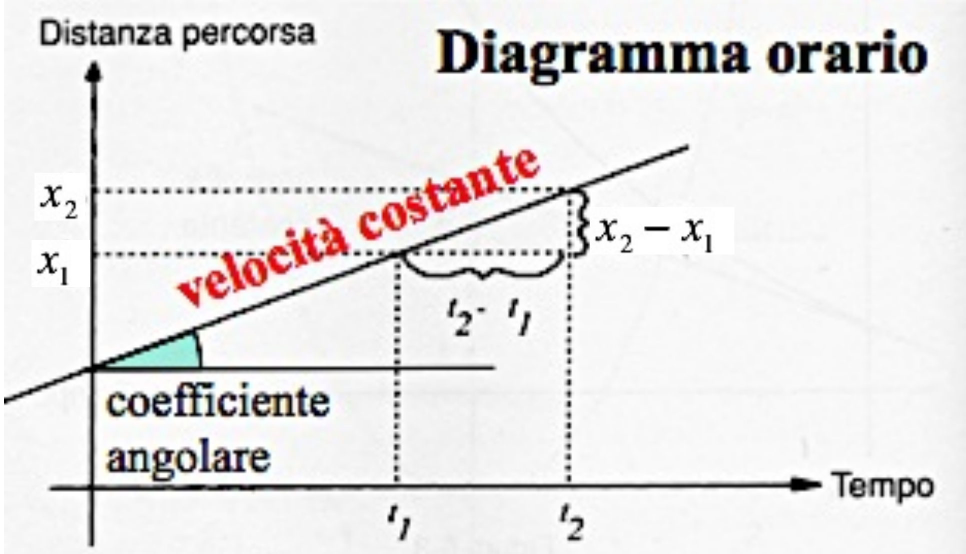


Figura 6-4
Per calcolare una velocità costante, dividiamo la differenza fra due distanze percorse ($x_2 - x_1$) per la differenza fra i tempi impiegati per percorrerle ($t_2 - t_1$).

. . . . e moto uniformemente accelerato in 1D

Velocità e Accelerazione istantanee

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

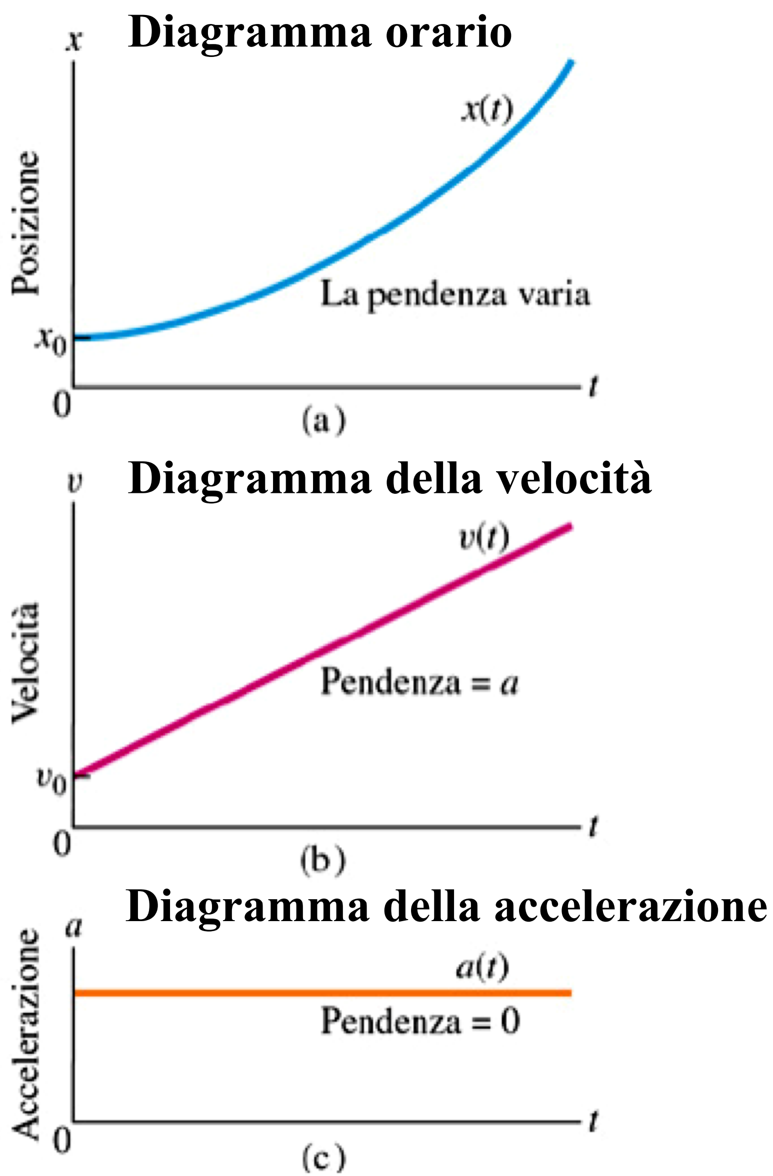
$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Equazioni del moto uniformemente accelerato (a=cost)

(I) $v = v_0 + at$

(II) $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

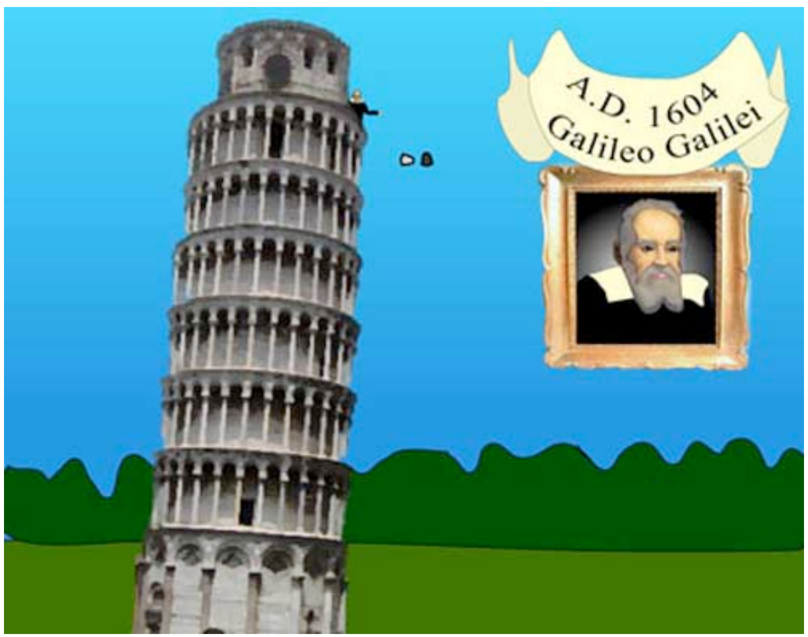
(III) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

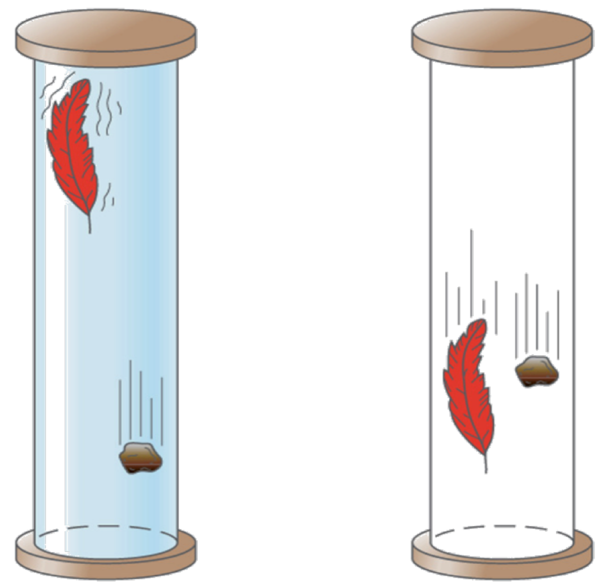


Accelerazione nel moto di caduta libera in 1D

Equazioni del moto di oggetti in caduta libera (a = – g = cost)

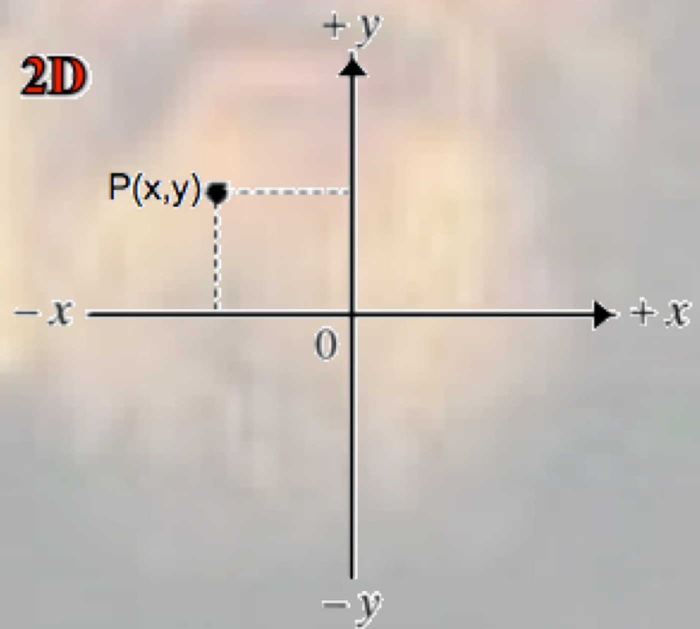
$$I)\ \ v = v_0 - gt \qquad II)\ \ y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad III)\ \ v^2 = v_0^{\,2} - 2g(y - y_0)$$



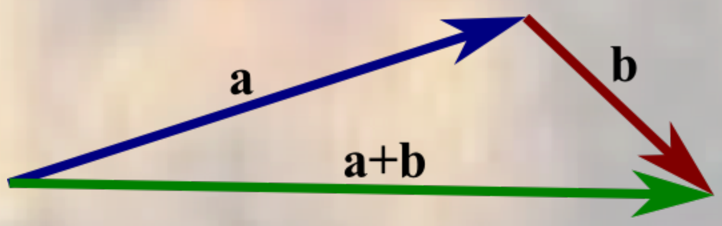


Tubo pieno d'aria (a) Tubo «vuoto» (b)

VERSO LA CINEMATICA in 2D…



I Vettori



Grandezze scalari e grandezze vettoriali

La distanza tra Roma e Milano è di 600 km.
Se parto da Roma e percorro 600 km mi troverò a Milano?

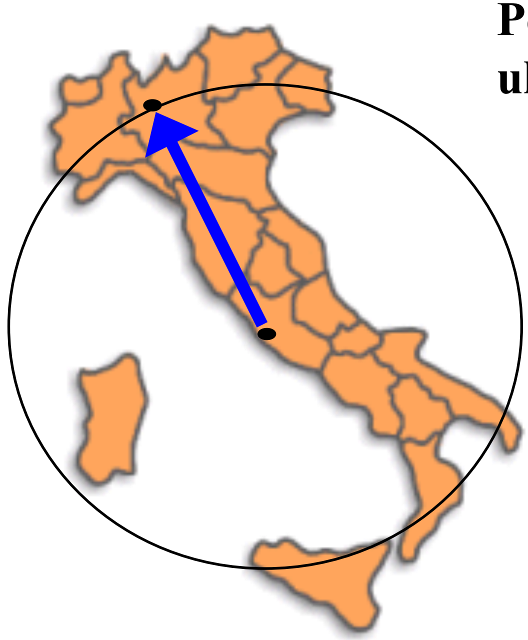
Non è detto… infatti, mentre la *distanza* tra due punti o la *lunghezza* di un oggetto sono completamente definite da un numero e dalla sua unità di misura, una grandezza come lo ***spostamento*** ha bisogno di ulteriori informazioni. E' facile capire che percorrendo 600 km da Roma in linea retta ci si può trovare in qualsiasi punto di una circonferenza di centro Roma e raggio 600 km. Il motivo è che **lo spostamento è una *grandezza vettoriale*, mentre la distanza è una *grandezza scalare*.**

Una ***grandezza scalare*** è completamente definita dalla sua misura (con l'unità di misura).
Ecco alcuni esempi di scalari:

- distanza = 600 km
- massa = 250 kg
- intervallo di tempo = 23 s
- energia cinetica = 40 J *(J è il simbolo del joule, unità di misura SI per l'energia)*

La somma di grandezze scalari (omogenee) si esegue come la normale somma tra numeri reali.

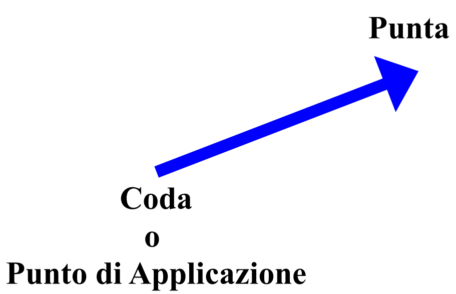
Grandezze scalari e grandezze vettoriali



Per spostarmi correttamente da Roma a Milano ho bisogno di ulteriori informazioni, espresse da una grandezza vettoriale

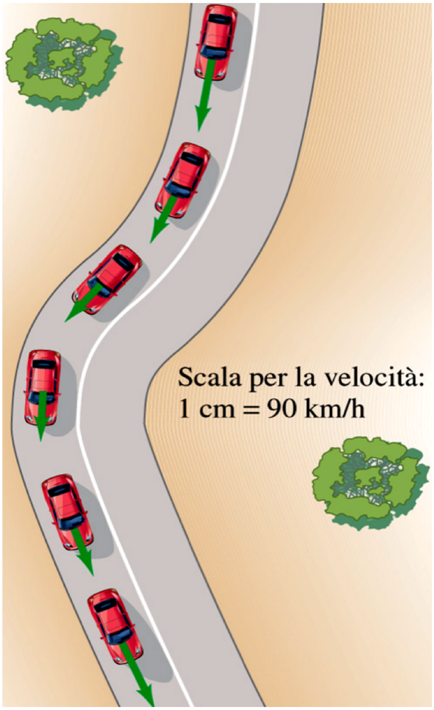
Generalmente le tre informazioni che individuano una ***grandezza vettoriale*** (e dunque il vettore ad essa corrispondente) sono:
* **l'intensità o modulo** (un numero reale con unità di misura)
* **la direzione** (l'insieme delle rette parallele al vettore dato)
* **il verso** (uno dei due versi di percorrenza, data una direzione)

I **vettori**, utile strumento matematico per trattare queste grandezze, sono rappresentati da **segmenti orientati** che visualizzano in modo grafico le tre informazioni.
Il punto indicato dalla freccia si chiama **punta** del vettore, mentre il punto iniziale si chiama **coda**, o anche **punto di applicazione** del vettore. Un vettore si indica ad esempio con $\vec{v}$ mentre il suo modulo si scrive $|\vec{v}|$ o semplicemente v.



Ecco alcuni esempi di grandezze vettoriali:
- Spazio percorso = 600 km **verso Nord**
- Spazio percorso = 20 m **verso Nord-Est**
- Velocità = 50 km/h **verso Sud**
- Forza = 100 N **in direzione verticale verso l'alto**

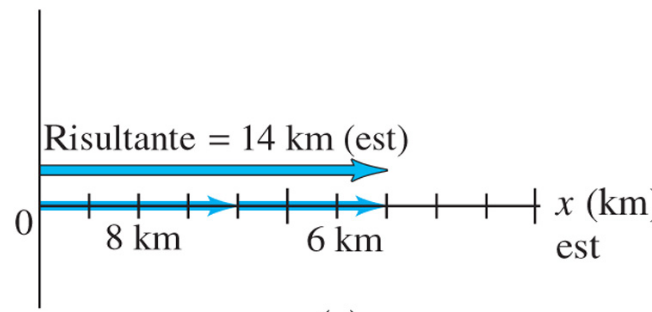
Le grandezze vettoriali



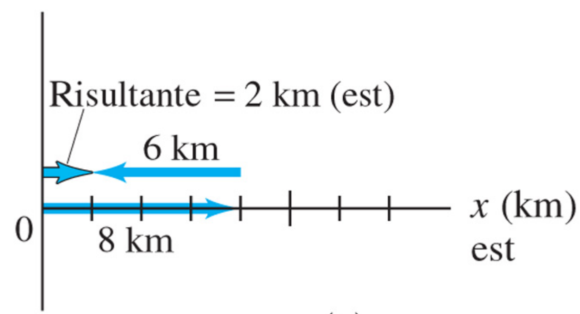
La freccia che rappresenta un vettore $\vec{v}$ è ovviamente sempre disegnata in modo tale da indicarne la direzione e il verso, mentre spesso la lunghezza della freccia è proporzionale al modulo del vettore (vedi ad esempio i vettori velocità disegnati in figura).

La somma di grandezze vettoriali (omogenee) **non** si esegue in generale come la normale somma tra numeri reali ma necessita di un metodo specifico per ottenere il vettore **risultante**.

In realtà si può usare l'aritmetica semplice solo per sommare algebricamente vettori che abbiano la **stessa direzione,** come accade quando si lavora, come abbiamo fatto finora, su sistemi di riferimento ad una dimensione:



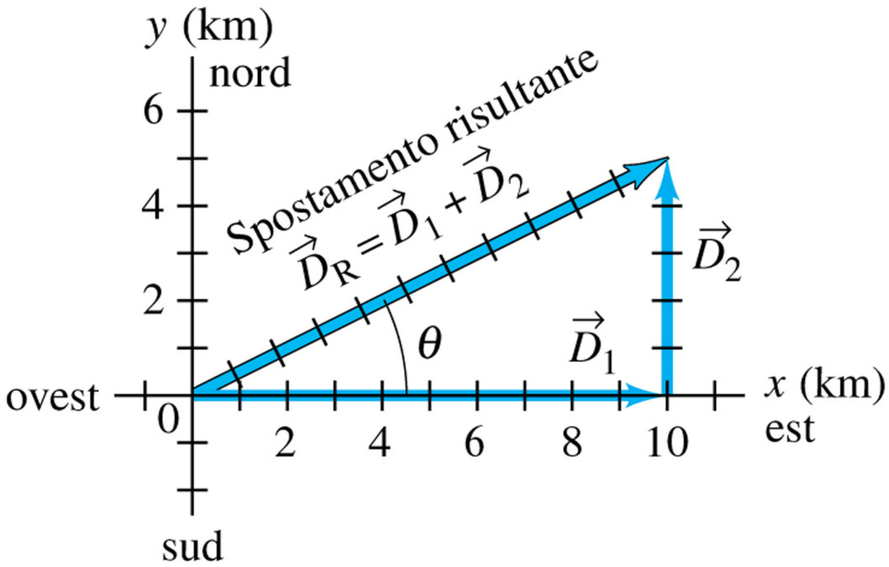
(a)



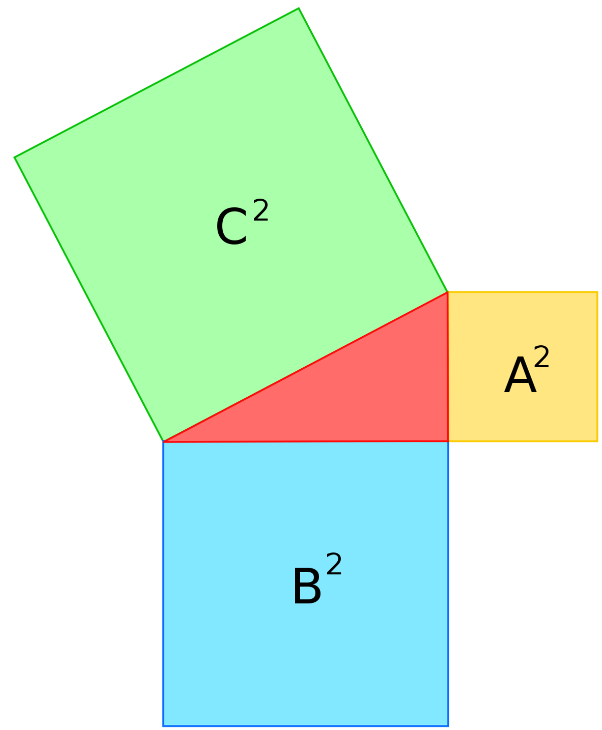
(b)

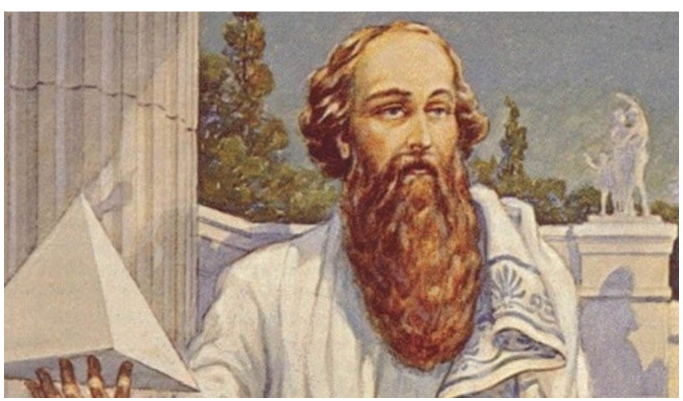
Somma di vettori in 2 dimensioni

Le cose cambiano, invece, se si lavora in **sistemi di riferimento a due dimensioni** e se i due vettori da sommare non giacciono lungo la stessa retta, come in figura:



In questo caso i vettori da sommare sono ortogonali, ossia formano un angolo retto, e il **modulo del vettore risultante** può dunque essere calcolato con il *teorema di Pitagora:*



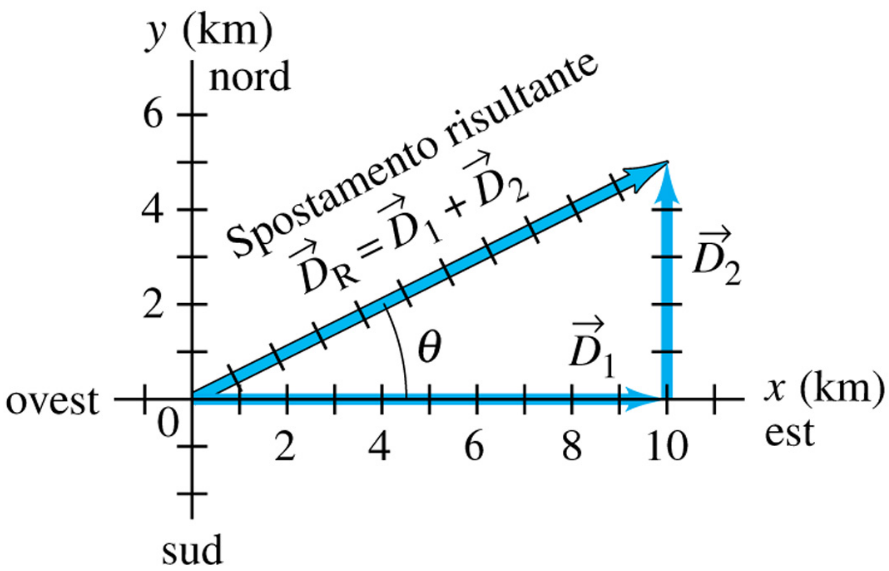


Pitagora (Samo, 580 a.C. circa - Metaponto, 495 a.C. circa)

$$C^2 = B^2 + A^2 \rightarrow C = \sqrt{B^2 + A^2}$$

Somma di vettori in 2 dimensioni

Le cose cambiano, invece, se si lavora in **sistemi di riferimento a due dimensioni** e se i due vettori da sommare non giacciono lungo la stessa retta, come in figura:



In questo caso i vettori da sommare sono ortogonali, ossia formano un angolo retto, e il **modulo del vettore risultante** può dunque essere calcolato con il *teorema di Pitagora:*

$$D_R = \sqrt{D_1^{\,2} + D_2^{\,2}} = \sqrt{(10.0km)^2 + (5.0km)^2} =$$

$$= \sqrt{125km^2} = 11.2km$$

Notiamo anche che il vettore risultante $\vec{D}_R$ forma un certo **angolo $\boldsymbol{\theta}$** con l'asse *x* positivo (vedremo dopo come ricavarlo).

Importante: osserviamo che il modulo del vettore risultante ottenuto con la somma vettoriale appena vista è **minore** della somma dei moduli dei due vettori sommati (pari a 15km): è questa la famosa "**disuguaglianza triangolare**" (in questo caso dei moduli $D_R < D_1 + D_2$).

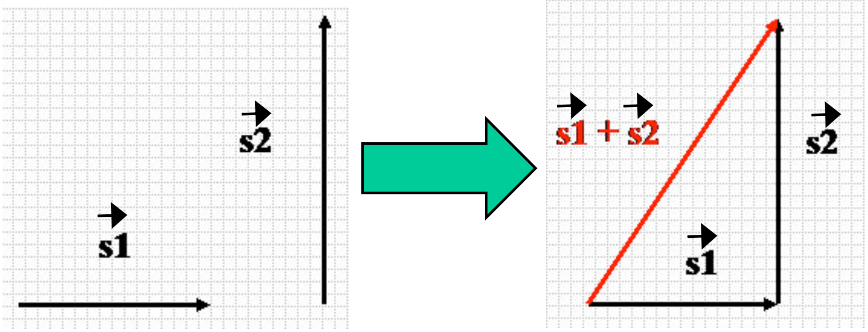
Osserviamo inoltre che, nell'esempio precedente, non sarebbe corretto scrivere: $\vec{D}_R = 11.2km$ perchè il numero 11.2km si riferisce solo al modulo del vettore $\vec{D}_R$ (si sarebbe invece potuto scrivere, in alternativa, $\left|\vec{D}_R\right| = 11.2km$).

Somma di vettori in 2 dimensioni

L'esempio appena visto suggerisce una regola generale per l'addizione grafica di due vettori, indipendentemente dall'angolo che formano. E' il cosiddetto **metodo coda-punta** per la somma vettoriale:

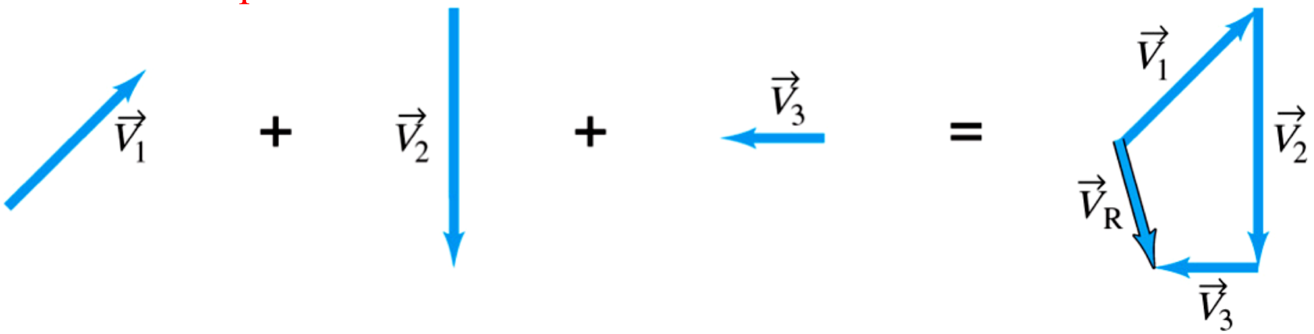
1) In un grafico si traccino in scala i due vettori da sommare, $\vec{s}_1$ ed $\vec{s}_2$, ponendo la coda del secondo sulla punta del primo (**importante**: è possibile **traslare** qualunque vettore sul piano, spostando il suo punto di applicazione, cioè la sua coda, ma senza ruotarlo, cioè senza cambiarne modulo, direzione e verso)

2) Il **vettore risultante** dalla somma vettoriale $\vec{s}_1 + \vec{s}_2$ sarà un vettore (in rosso) che ha la coda sulla coda del primo e la punta sulla punta del secondo.;



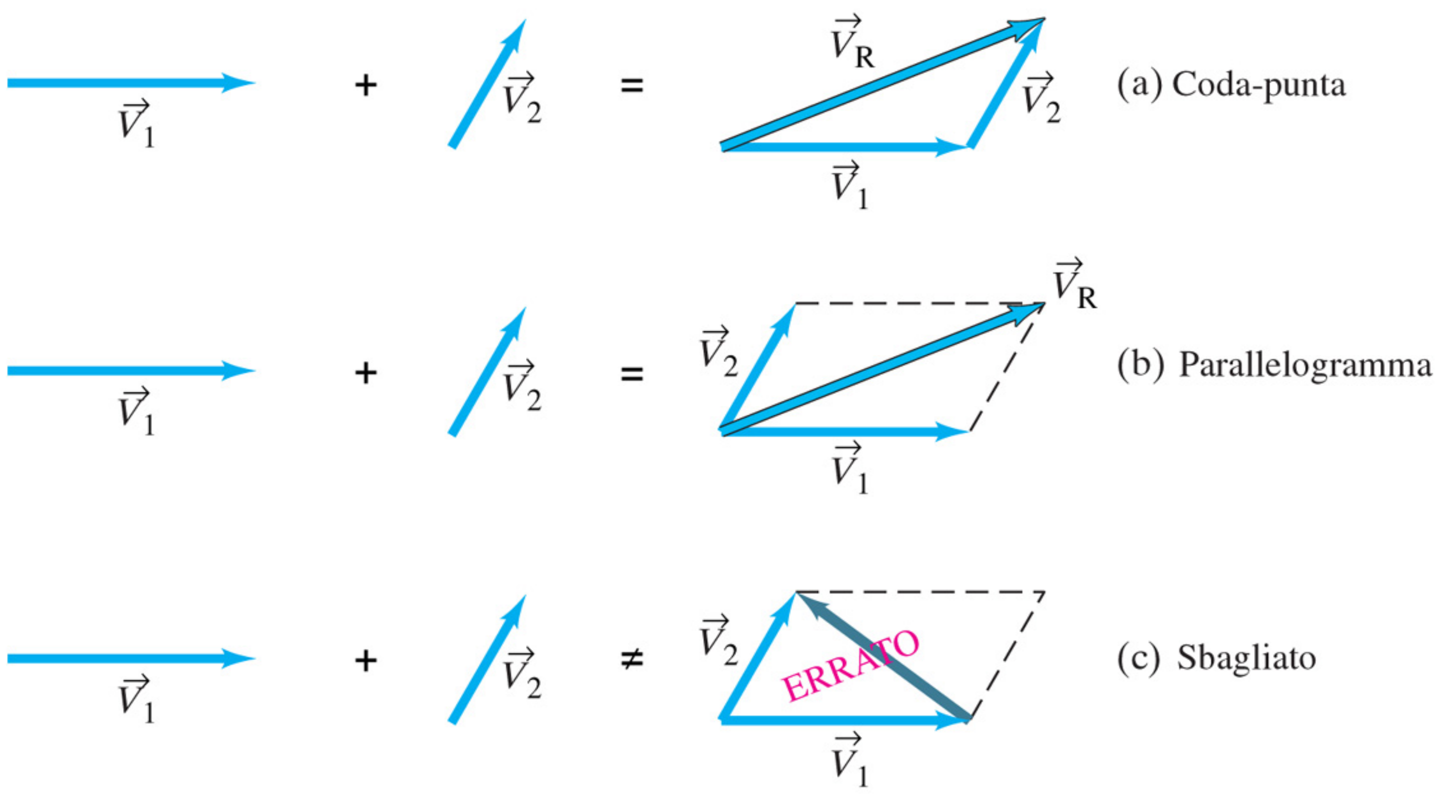
Non è importante, quando si usa questo metodo, in che **ordine** vengono sommati i vettori, cioè in generale si ha: $\vec{s}_1 + \vec{s}_2 = \vec{s}_2 + \vec{s}_1$

Il metodo coda-punta può essere facilmente **esteso** anche a tre o più vettori, ed è utile ad esempio quando si tratta di sommare spostamenti successivi:



Somma di vettori in 2 dimensioni

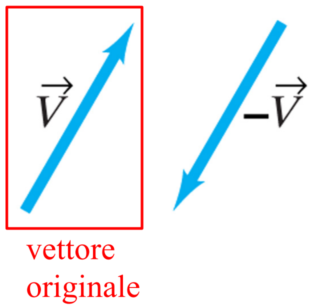
Un altro metodo per sommare i vettori è il cosiddetto **metodo del parallelogramma** (b), completamente **equivalente** al metodo coda-punta (a). In esso i due vettori vengono tracciati a partire da una stessa origine (ossia **facendo coincidere i loro punti di applicazione**), dopodiché si costruisce il parallelogramma che ha questi vettori come lati consecutivi: il vettore risultante sarà dato dalla **diagonale** del parallelogramma tracciata a partire dalla comune origine. Questo metodo è utile quando si tratta di sommare vettori che hanno già lo stesso punto di applicazione (come nel caso di forze applicate ad uno stesso corpo).



Altre operazioni con i vettori

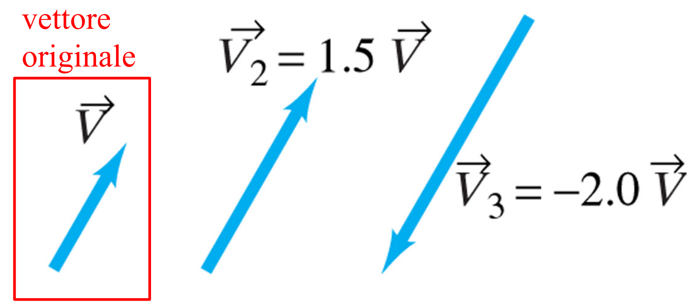
Vettore opposto

Il negativo (o opposto) di un vettore è un vettore che ha la stessa lunghezza (stesso modulo), la stessa direzione, ma verso opposto:



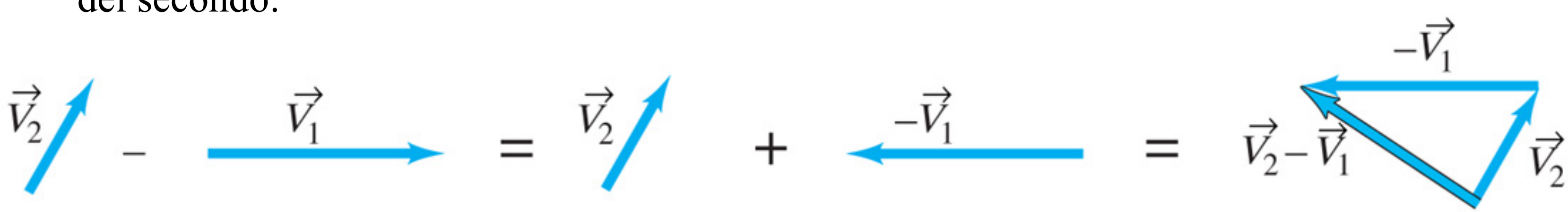
Moltiplicazione di un vettore per uno scalare

La moltiplicazione di un vettore per uno scalare b dà un vettore il cui modulo è b volte più grande del modulo del primo vettore, che ha la stessa direzione e che ha lo stesso verso se b è positivo, verso opposto se b è negativo:



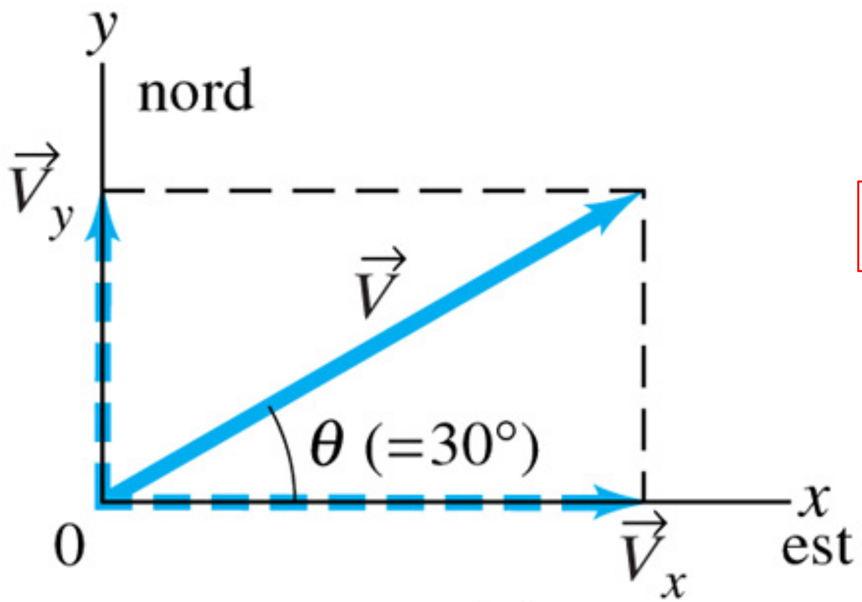
Sottrazione di vettori

La differenza tra due vettori è definita come la somma del primo vettore con l'opposto del secondo:



Scomposizione di un vettore nelle sue componenti

Nella pratica, soprattutto negli **esercizi** di fisica, per eseguire operazioni con i vettori, è necessario affiancare al metodo grafico appena visto un altro metodo, che consente di calcolare il modulo e l'angolo (con l'asse x) del vettore risultante scomponendo i vettori da sommare nelle loro «componenti». Le **componenti di un vettore** sono due vettori mutuamente perpendicolari la cui somma è uguale al vettore originario:



$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$$

Ai **moduli** V_x e V_y si attribuisce un segno positivo o negativo a seconda che i rispettivi vettori siano rivolti nel verso positivo o negativo degli assi coordinati, ed essi contengono tante informazioni quante il vettore di cui rappresentano le componenti. Esprimere un vettore per mezzo delle sue componenti V_x e V_y, che poi non sono altro che le sue proiezioni ortogonali lungo gli assi cartesiani x e y (rappresentazione **cartesiana**), è un modo alternativo alla rappresentazione **polare** di un vettore, ossia per mezzo del suo modulo V e dell'angolo θ che esso forma con l'asse x.