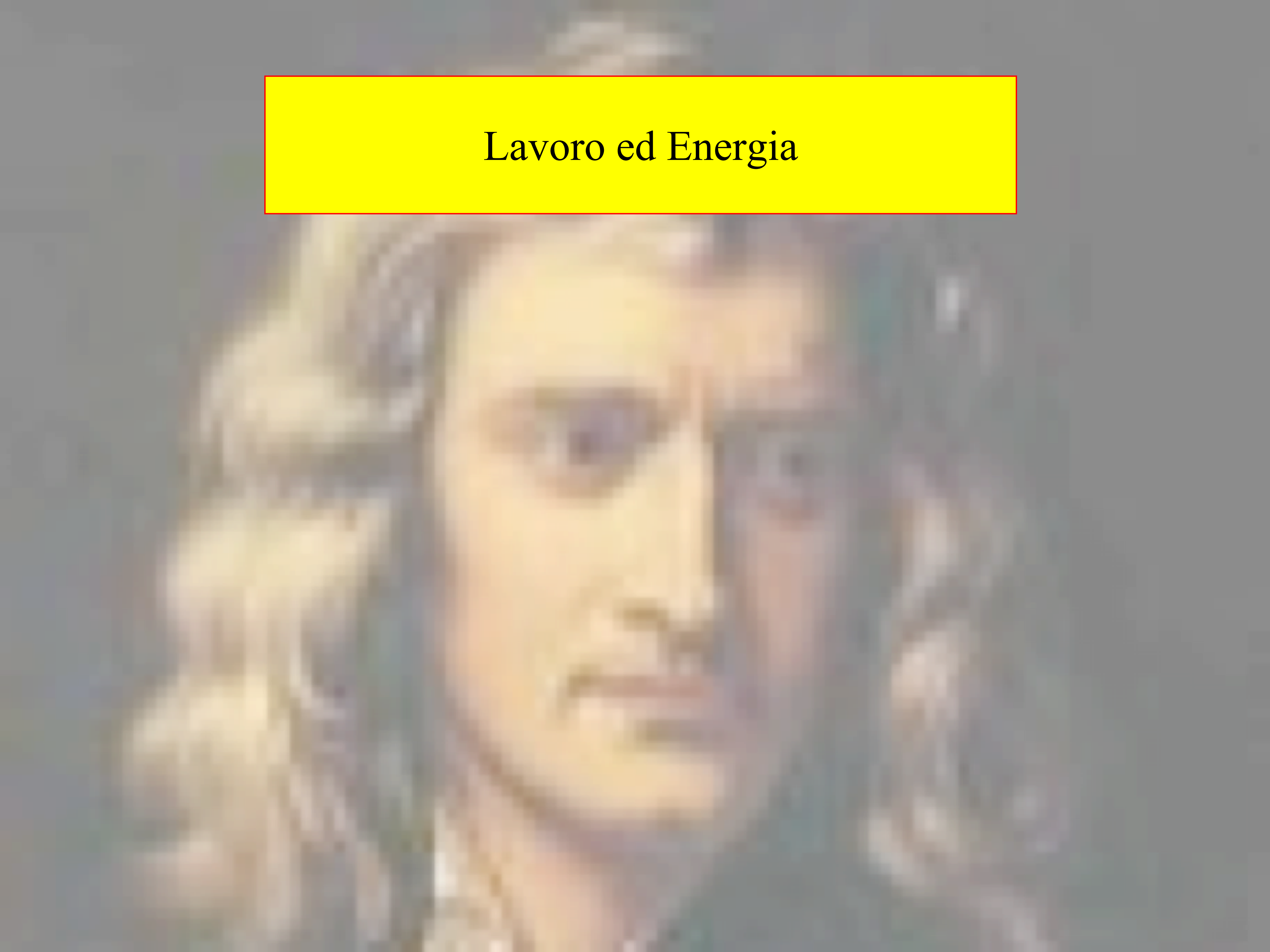
Lavoro ed Energia

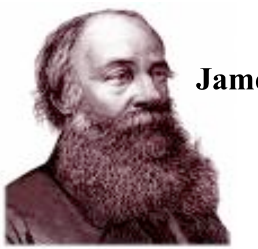


Il Lavoro

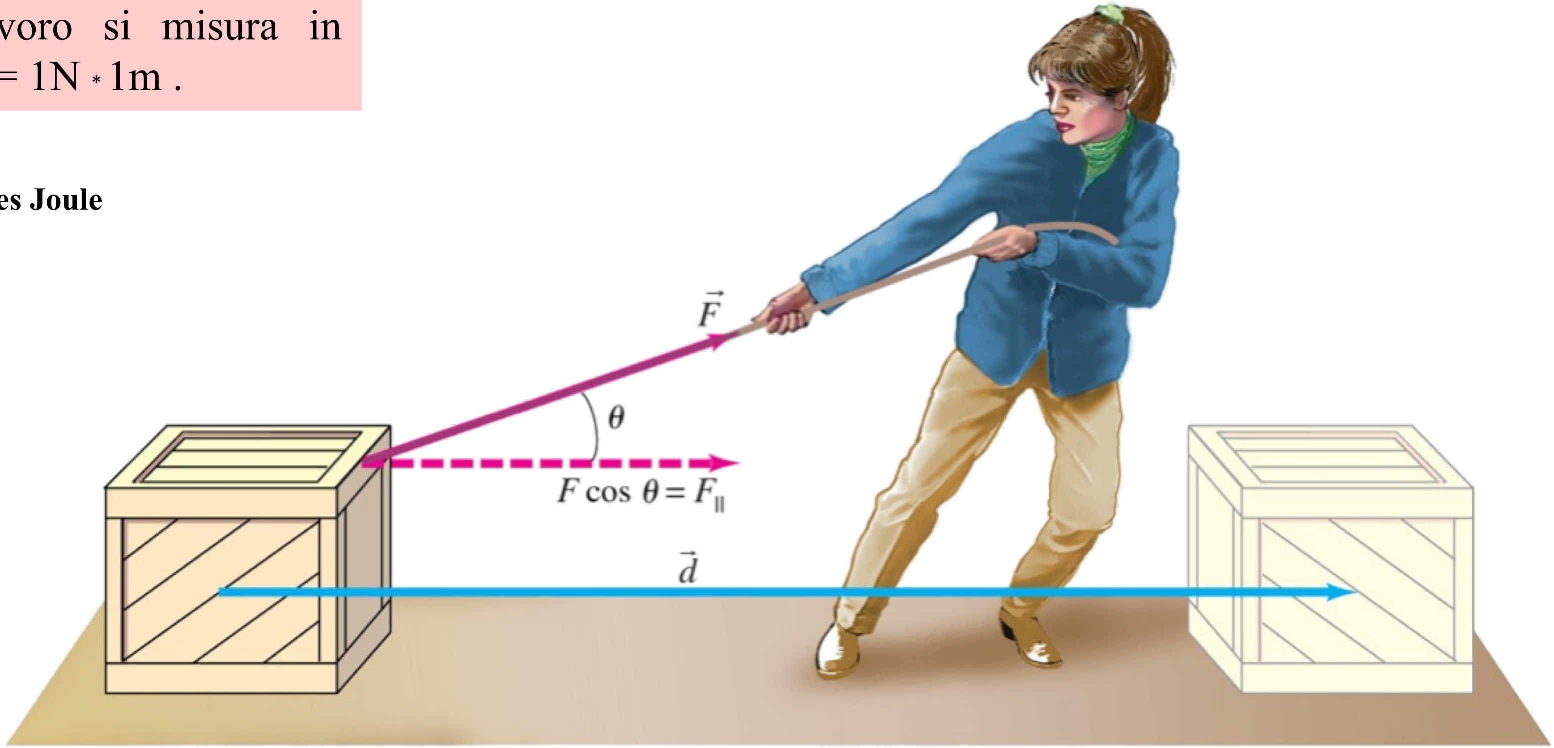
In Fisica il lavoro è dato dal **prodotto scalare dei vettori forza e spostamento.** Ne risulta che il lavoro può essere **positivo** (quando la forza è responsabile dello spostamento) oppure **negativo** (quando la forza si oppone allo spostamento), a seconda che **l'angolo θ tra forza e spostamento** sia acuto o ottuso:

$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{d}} \quad (W = Fd\cos\theta = F_{\parallel} d)$$

Nelle unità di misura del SI (MKS) il lavoro si misura in **Joule** (J): 1J = 1N * 1m .



James Joule



Il Teorema dell'Energia Cinetica

Abbiamo visto che se, per un corpo di massa m che si muove a velocità v, definiamo **energia cinetica traslazionale** la quantità:

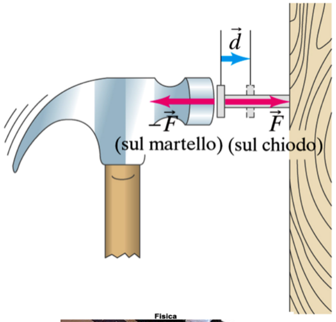
$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

si può dimostrare che **il lavoro <u>totale</u> compiuto da una forza risultante non nulla sul corpo è uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo stesso.**

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \quad \rightarrow \quad W_{tot} = \Delta K$$

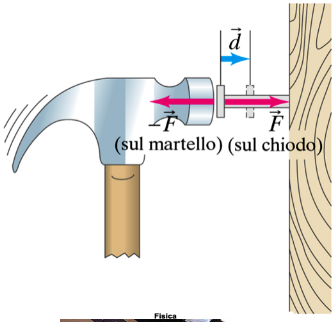
Lavoro ed Energia Cinetica

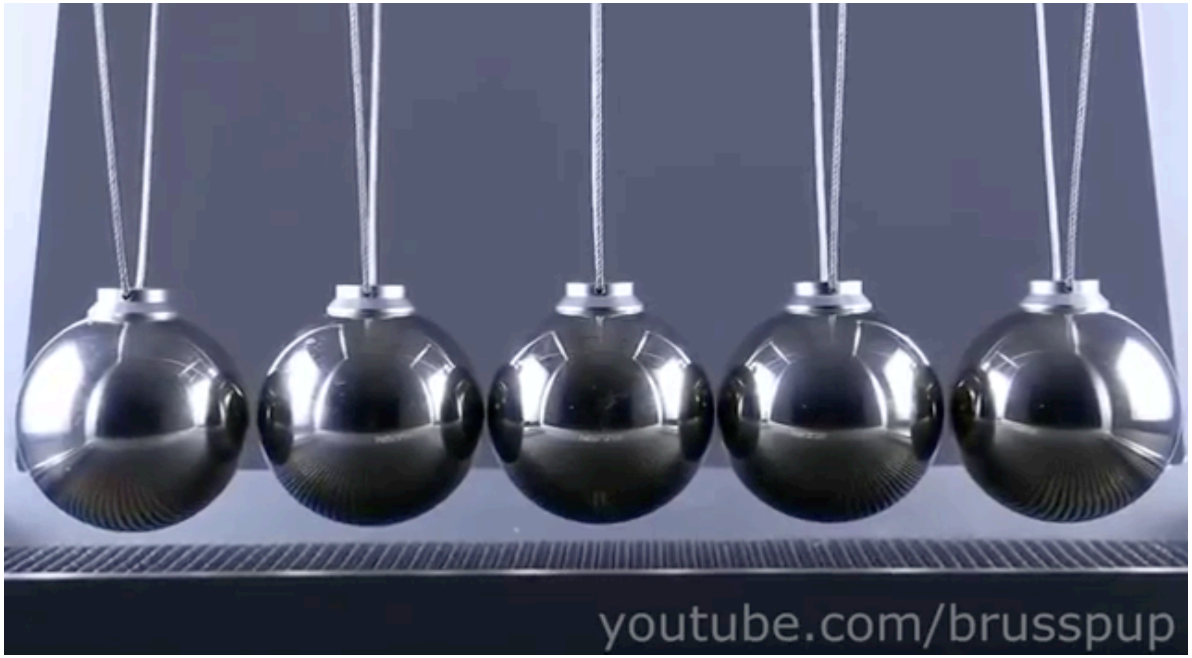
Riassumendo, quindi, possiamo considerare il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro (un po' come il denaro transita da un conto corrente ad un altro). Infatti un **lavoro totale positivo** su un oggetto fa **aumentare** la sua energia cinetica (proprio come un versamento di denaro fa aumentare il saldo di un conto corrente), mentre un **lavoro totale negativo** la fa **diminuire** (come un prelievo fa diminuire il saldo di un conto corrente). Se invece il lavoro totale su un oggetto è **nullo**, la sua energia cinetica resta **costante**, e quindi resta costante anche la sua velocità (se non ci sono prelievi anche il saldo di un conto corrente resta costante…).

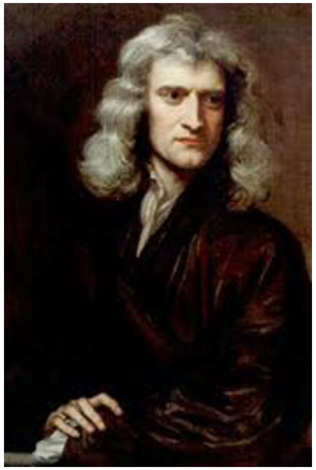


Lavoro ed Energia Cinetica

Riassumendo, quindi, possiamo considerare il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro (un po' come il denaro transita da un conto corrente ad un altro). Infatti un **lavoro totale positivo** su un oggetto fa **aumentare** la sua energia cinetica (proprio come un versamento di denaro fa aumentare il saldo di un conto corrente), mentre un **lavoro totale negativo** la fa **diminuire** (come un prelievo fa diminuire il saldo di un conto corrente). Se invece il lavoro totale su un oggetto è **nullo**, la sua energia cinetica resta **costante**, e quindi resta costante anche la sua velocità (se non ci sono prelievi anche il saldo di un conto corrente resta costante…).



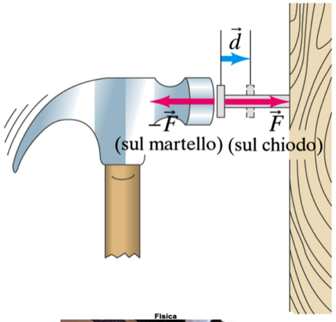




Pendolo di Newton

Lavoro ed Energia Cinetica

Riassumendo, quindi, possiamo considerare il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro (un po' come il denaro transita da un conto corrente ad un altro). Infatti un **lavoro totale positivo** su un oggetto fa **aumentare** la sua energia cinetica (proprio come un versamento di denaro fa aumentare il saldo di un conto corrente), mentre un **lavoro totale negativo** la fa **diminuire** (come un prelievo fa diminuire il saldo di un conto corrente). Se invece il lavoro totale su un oggetto è **nullo**, la sua energia cinetica resta **costante**, e quindi resta costante anche la sua velocità (se non ci sono prelievi anche il saldo di un conto corrente resta costante…).



Dalla definizione di **energia cinetica** $K = \frac{1}{2}mv^2$ ricaviamo che:

1) l'energia cinetica, nel SI, viene misurata con la **stessa unità di misura del lavoro**, cioè in **Joule**, come del resto è naturale che sia, visto che il lavoro è energia in transito. Infatti dall'analisi dimensionale dell'espressione di K si ricava che: $[K] = [m][v]^2 = \text{kg m}^2/\text{s}^2 = \text{Joule}$

2) l'energia cinetica è direttamente proporzionale alla massa ma direttamente proporzionale al **quadrato** della velocità: ciò significa che, se la massa di un corpo raddoppia, la sua energia cinetica raddoppia, ma se è la velocità del corpo a raddoppiare, la sua energia cinetica diventa quattro volte maggiore: il corpo sarà quindi in grado di compiere un lavoro quattro volte maggiore (e, se si tratta ad es. di un'auto che urta contro un'altra auto, dei **danni** quattro volte maggiori!)

Esercizio 1

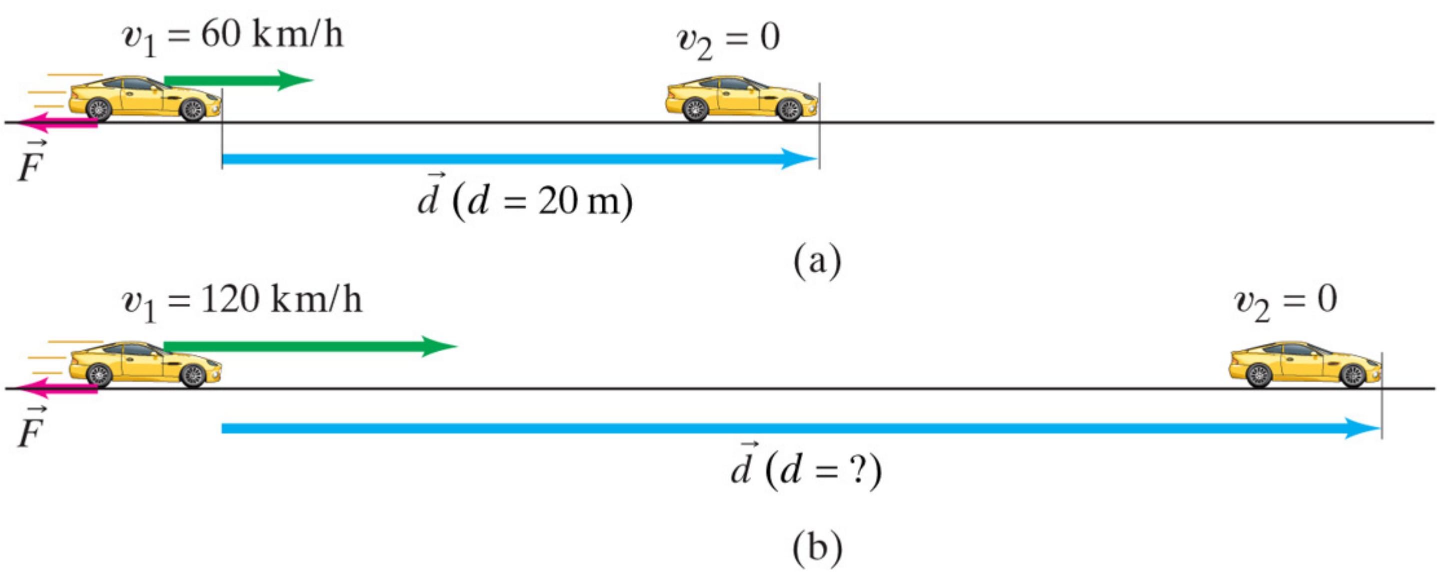
Lavoro compiuto su un’automobile per aumentarne l’energia cinetica.

Quanto lavoro è necessario per accelerare un’automobile di massa 1000kg da 20m/s a 30m/s?

Esercizio 2

Lavoro necessario per fermare un’automobile.

Un automobile che viaggia a 60 km/h è in grado, frenando, di fermarsi in un tratto di 20m (a). Se l’automobile stesse viaggiando a velocità doppia, cioè a 120 km/h, quale sarebbe la sua distanza di arresto (b)? Si assuma che la massima forza frenante, in prima approssimazione, sia indipendente dalla velocità

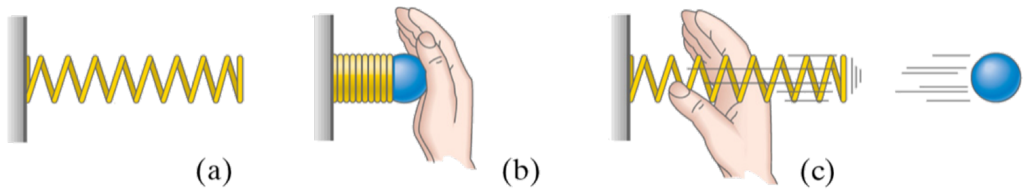


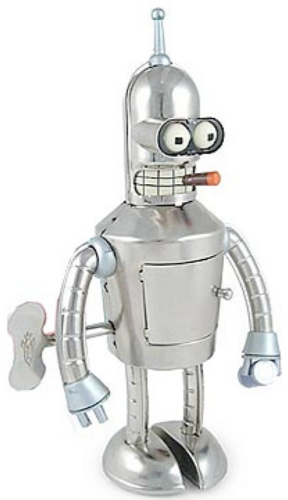
Energia Potenziale

Come abbiamo visto, l'**energia cinetica** posseduta da un corpo dipende esclusivamente dalla sua massa e dalla sua velocità, quindi essa **è presente in ogni corpo in movimento** a prescindere dall'esistenza o meno di altre forze che agiscono sul corpo stesso.

Esiste invece un'altra fondamentale forma di energia legata alla capacità di un corpo di compiere lavoro a causa della sua **configurazione** o della sua **posizione** all'interno di un campo di forza: questa forma di energia si chiama **energia potenziale** la sua definizione varia a seconda del tipo di forza da cui essa trae origine.

Un tipico esempio di energia potenziale (legata alla configurazione) è quella associata ad una **molla compressa**: in questo caso, finchè la molla è tenuta in compressione (b), essa non si muove, quindi non possiede energia cinetica, ma è comunque **potenzialmente** in grado di compiere lavoro, come diventa chiaro non appena si lascia la molla libera di espandersi (c) e di trasmettere energia cinetica ad altri corpi eventualmente a contatto con essa.



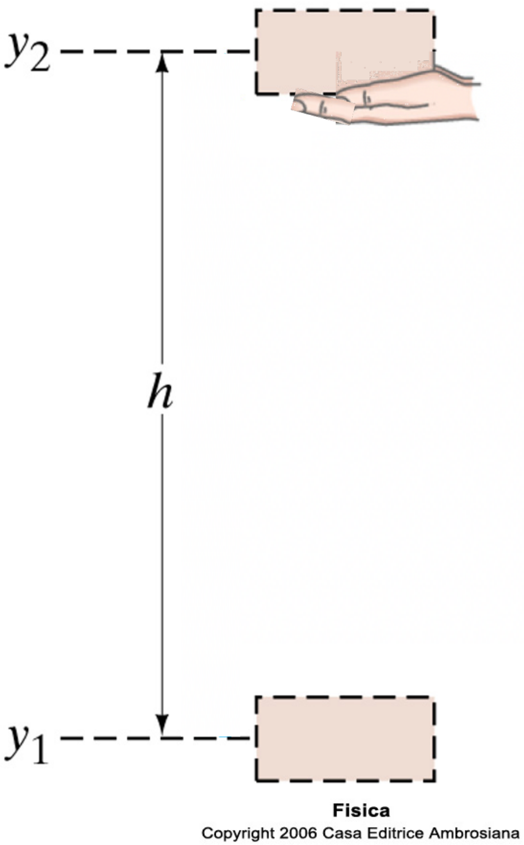


Ad esempio, la **molla di un giocattolo** a carica acquista la sua energia potenziale grazie al lavoro che viene compiuto su di essa da chi carica il giocattolo per mezzo della chiavetta. Dopodichè, quando la molla si svolge, essa restituisce **l'energia potenziale immagazzinata** esercitando a sua volta una forza e compiendo così il lavoro necessario per far muovere il giocattolo.

Energia Potenziale Gravitazionale

L'esempio più comune di energia potenziale è comunque quello di **energia potenziale gravitazionale**, cioè di quell'energia potenziale associata all'azione della forza di gravità.

Se infatti consideriamo un **mattone** tenuto fermo dalla nostra mano ad una certa altezza *h* dal suolo, esso possiede evidentemente una certa **energia potenziale**, in quanto se lasciato libero di muoversi, esso cadrà verso il suolo acquisendo velocità e dunque energia cinetica, e potrà a sua volta **compiere lavoro** su un eventuale oggetto su cui cadrà (ad esempio su un picchetto, piantandolo nel terreno).

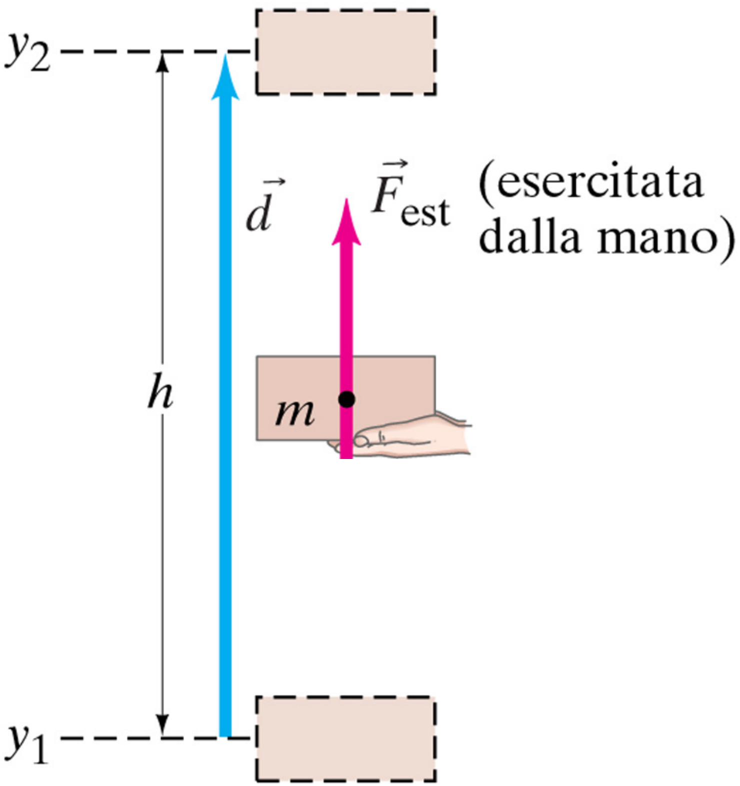


Diversamente da quanto accadeva per la molla, in questo caso l'energia potenziale del mattone sospeso è dovuta alla sua **posizione rispetto alla Terra**, che esercita su di esso una attrazione gravitazionale.

Potremmo dunque calcolare **calcolare** l'energia potenziale gravitazionale del mattone indirettamente, attraverso una misura del lavoro minimo necessario a sollevarlo.

Energia Potenziale Gravitazionale

Assumiamo che la massa del mattone sia *m* e che esso sia prossimo alla superficie terrestre. E' evidente che per **sollevare** (a velocità costante, senza accelerarlo) il mattone dal suolo (posizione y_1) e portarlo ad una altezza *h* (posizione y_2), la nostra mano deve esercitare su di esso una **forza <u>costante</u> diretta verso l'alto** e di intensità esattamente uguale al suo peso.



Così facendo, la nostra mano avrà compiuto un **lavoro positivo** pari al prodotto del modulo della **forza esterna** applicata, $F_{est}=mg$, per lo spostamento verticale $h=y_2-y_1$:

$$W_{est} = \vec{F}_{est} \cdot \vec{d} = F_{est} d \cos 0° = mgh = mg(y_2 - y_1)$$

Ma nel frattempo anche la **forza di gravità** avrà agito sul mattone, compiendo su di esso un **lavoro negativo** (in quanto il suo verso si oppone allo spostamento):

$$W_G = \vec{F}_G \cdot \vec{d} = F_G d \cos 180° = -mgh = -mg(y_2 - y_1)$$

Energia Potenziale Gravitazionale

Se adesso **lasciamo cadere** il mattone da fermo dall'altezza h sotto l'azione della **gravità**, un attimo prima di toccare il suolo esso avrà acquistato (per le leggi del moto unif. accel.) una velocità pari a:

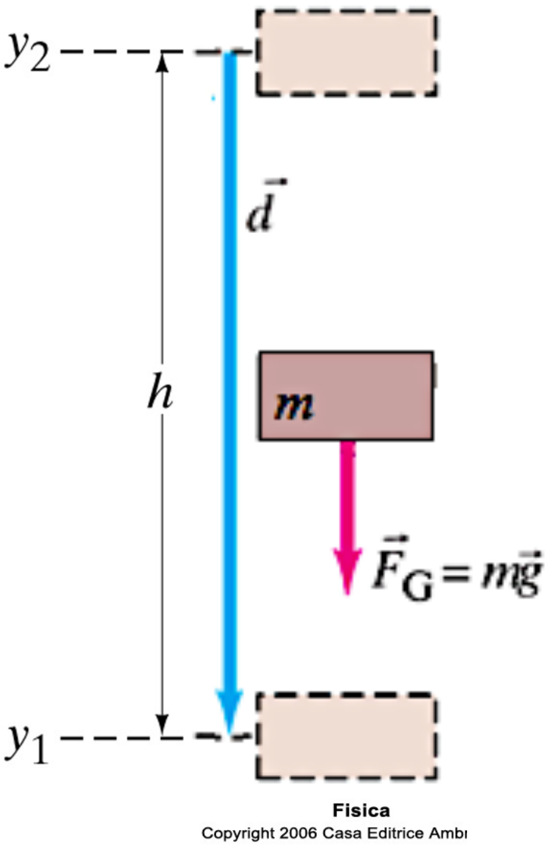
$$v^2 = 0 + 2g(y_2 - y_1) = 2gh$$

e quindi una energia cinetica:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2gh) = mgh$$

corrispondente alla sua capacità di compiere lavoro.

Quindi *il lavoro speso per sollevare il mattone, mgh, è esattamente uguale al lavoro che esso diventa in grado di effettuare (per il teorema dell'energia cinetica) in virtù della sua posizione acquisita*.

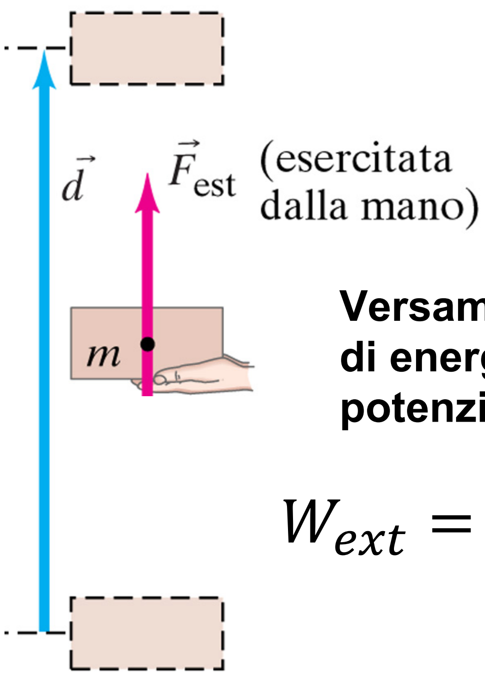


In generale, definiamo allora **l'energia potenziale gravitazionale U_g** di un oggetto, dovuta alla gravità della Terra, come il prodotto del suo peso *m*g per la sua quota y al di sopra di una quota di riferimento (ad esempio il terreno):

$$U_g = mgy$$

Lavoro ed Energia Potenziale

Ancora una volta, quindi, se consideriamo il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro, possiamo utilizzare la metafora del conto corrente. Infatti mentre **il lavoro compiuto su un oggetto <u>da una forza esterna</u>, fa aumentare la sua energia potenziale** – proprio come un **versamento** di denaro fa aumentare il saldo del conto corrente –, il **lavoro compiuto sul corpo <u>dalla forza gravitazionale</u>** (da cui l'energia potenziale ha origine) fa **diminuire** l'energia potenziale**,** proprio come un **prelievo** fa diminuire il saldo del conto corrente.

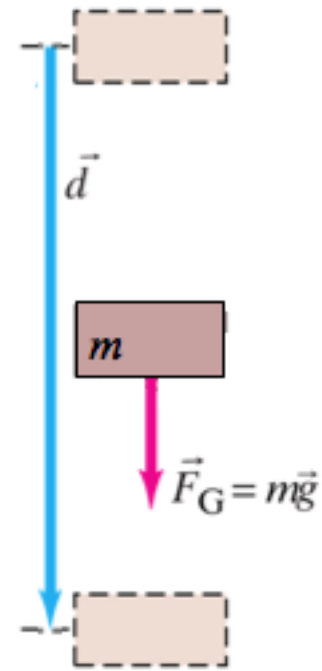


Versamento di energia potenziale

$$W_{ext} = \Delta U_g$$

Prelievo di energia potenziale

$$W_g = -\Delta U_g$$



Esercizio

Un vagoncino delle montagne russe di massa 1000kg si muove dal punto 1 (vedi figura) al punto 2 e quindi al punto 3. Considerando il sistema vagoncino-Terra e fissando l'asse y con il verso positivo rivolto verso l'alto, rispondere alle seguenti domande:

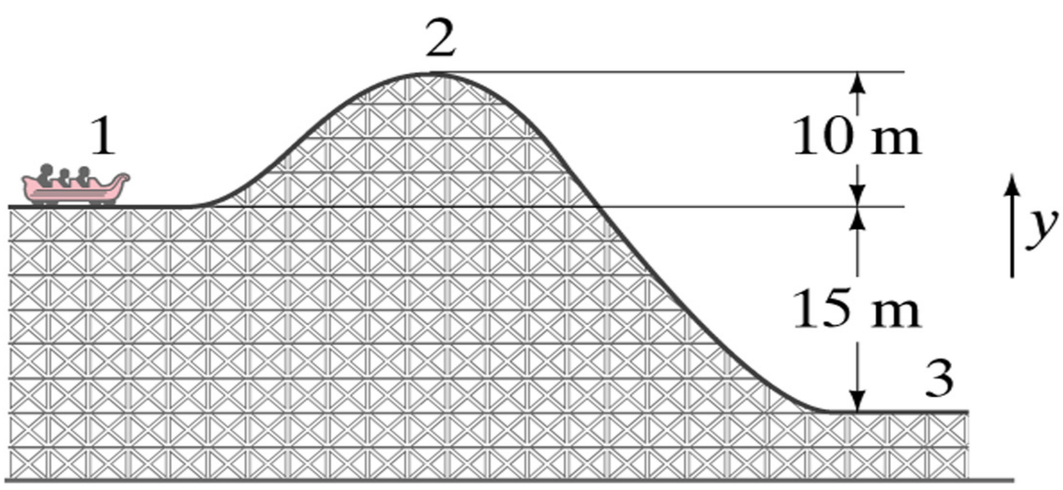
(a) Qual'è l'energia potenziale gravitazionale nei punti 2 e 3 relativamente al punto 1? (in altre parole, bisogna considerare y=0 nel punto 1)

(a) Poichè misuriamo l'energia potenziale gravitazionale rispetto al punto 1 (con y_1=0), l'energia potenziale iniziale sarà uguale a zero. Nel punto 2, invece, essendo y_2=10 m, si avrà:

$$U_2 = mgy_2 = (1000kg)(9.8m/s^2)(10m) = 9.8 \cdot 10^4 J$$

Nel punto 3, y_3= –15m, e quindi si avrà:

$$U_3 = mgy_3 = (1000kg)(9.8m/s^2)(-15m) = -1.5 \cdot 10^5 J$$



Esercizio

Un vagoncino delle montagne russe di massa 1000kg si muove dal punto 1 (vedi figura) al punto 2 e quindi al punto 3. Considerando il sistema vagoncino-Terra e fissando l'asse y con il verso positivo rivolto verso l'alto, rispondere alle seguenti domande:

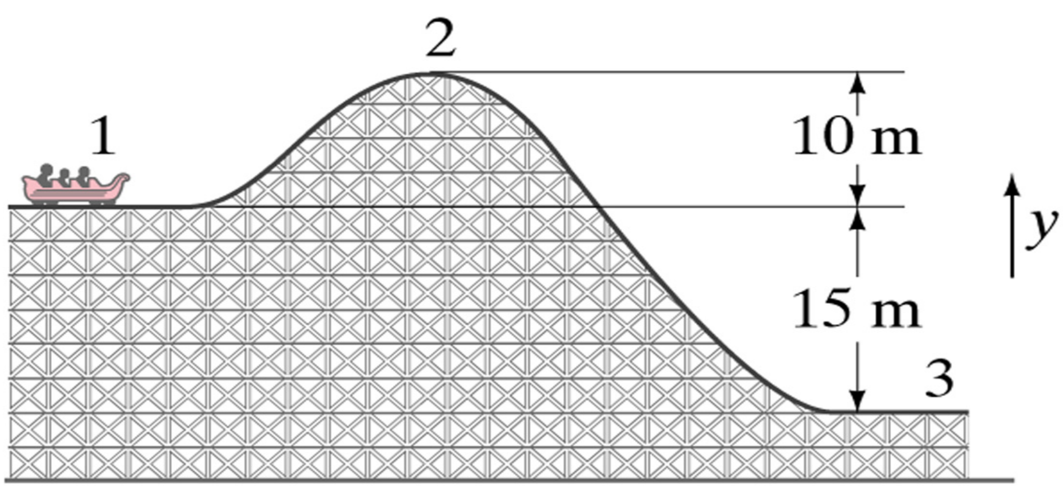
(a) Qual'è l'energia potenziale gravitazionale nei punti 2 e 3 relativamente al punto 1? (in altre parole, bisogna considerare y=0 nel punto 1)

(b) Qual'è la variazione di energia potenziale quando il vagoncino si sposta da 2 a 3?

(b) Muovendosi da 2 a 3 la variazione di energia potenziale ($Ug_{finale} - Ug_{iniziale}$) sarà:

$$U_3 - U_2 = (-1.5 \cdot 10^5 J) - (9.8 \cdot 10^4 J) = -2.5 \cdot 10^5 J$$

quindi l'energia potenziale gravitazionale del sistema diminuisce quando il vagoncino scende lungo il pendio, come in effetti ci si aspettava.



Esercizio

Un vagoncino delle montagne russe di massa 1000kg si muove dal punto 1 (vedi figura) al punto 2 e quindi al punto 3. Considerando il sistema vagoncino-Terra e fissando l'asse y con il verso positivo rivolto verso l'alto, rispondere alle seguenti domande:

(a) Qual'è l'energia potenziale gravitazionale nei punti 2 e 3 relativamente al punto 1? (in altre parole, bisogna considerare y=0 nel punto 1;

(b) Qual'è la variazione di energia potenziale quando il vagoncino si sposta da 2 a 3?

(c) Ripetere le parti (a) e (b) considerando però il punto 3 come riferimento (y=0).

(c) In questo caso avremo $y_1=+15m$ e $y_2=25m$, mentre $y_3=0$. Quindi sarà:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= mgy_1 = (1000kg)(9.8m/s^2)(15m) = 1.5\cdot 10^5 J \\ U_2 &= mgy_2 = (1000kg)(9.8m/s^2)(25m) = 2.5\cdot 10^5 J \\ U_3 &= 0 \end{aligned}\right\} U_3 - U_2 = 0 - (2.5\cdot 10^5 J) = -2.5\cdot 10^5 J$$