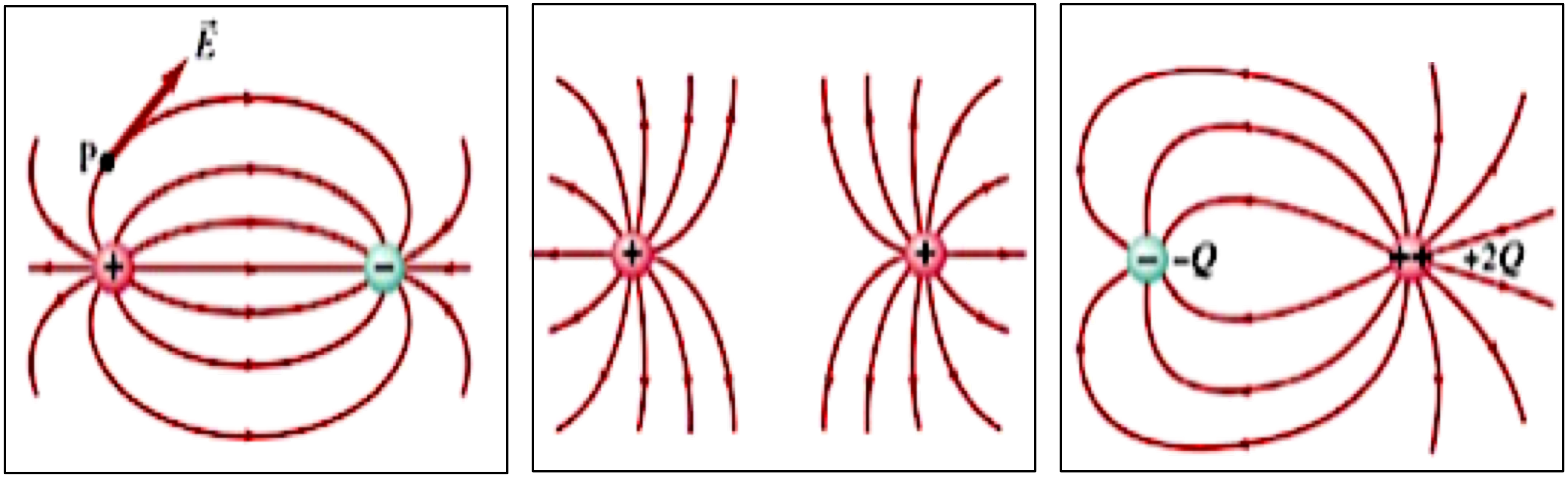
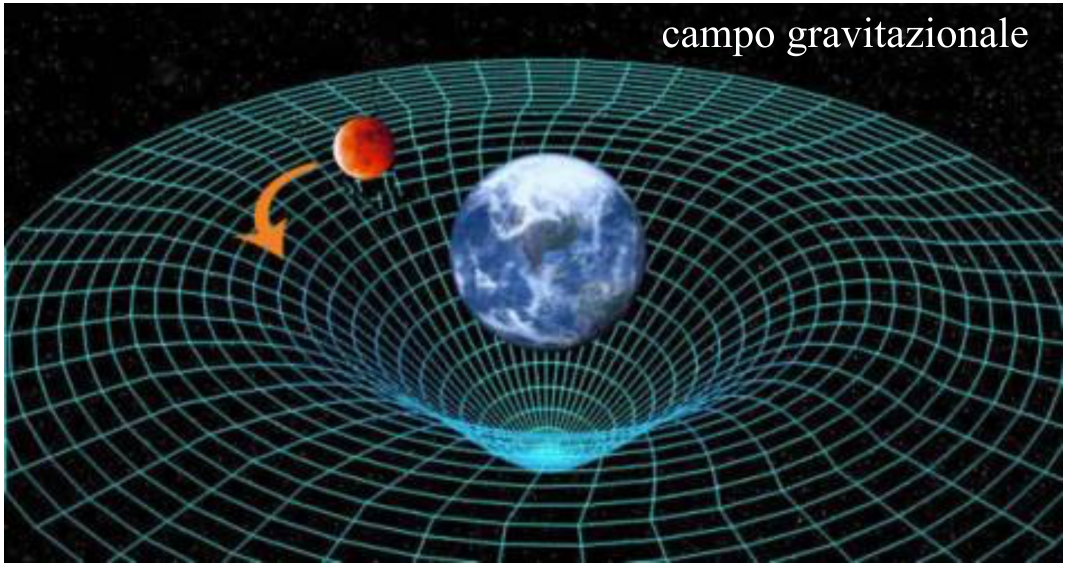
Campo Elettrico e Campo Gravitazionale

campo elettrico



$$E = \frac{F}{q} = k\frac{Q}{r^2}$$ campo elettrico

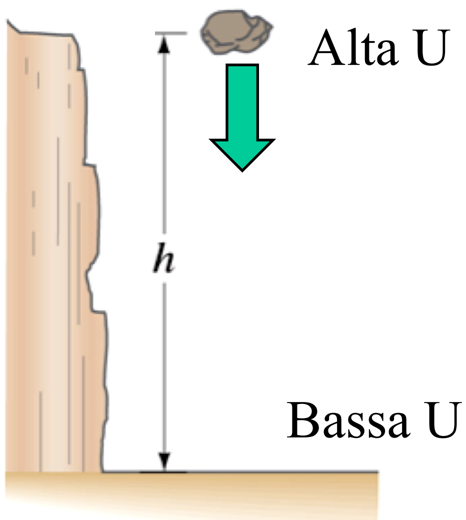
$$g = \frac{F}{m} = G\frac{M_T}{r^2}$$ campo gravitazionale

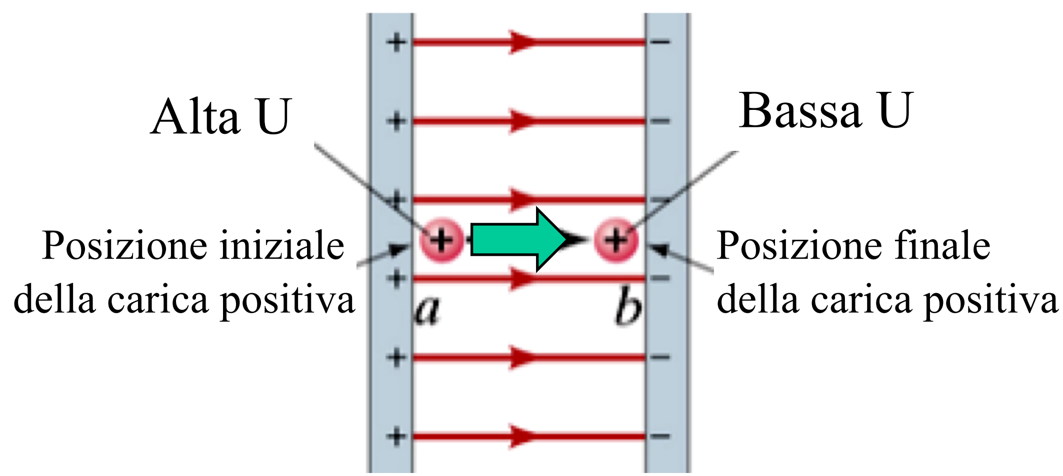


Lavoro del Campo Elettrico ed Energia Potenziale Elettrica

Al fine di estendere il **principio di conservazione dell'energia** anche ai fenomeni elettrici, è innanzitutto necessario definire il concetto di **energia potenziale elettrica**. A questo proposito ricordiamo che l'energia potenziale esiste soltanto per le **forze conservative**, per le quali il lavoro compiuto su un oggetto che si muove tra due punti non dipende dal percorso effettuato.

Ebbene, avendo la stessa forma funzionale della forza di gravità, si può dimostrare che **anche la forza elettrostatica tra due cariche è conservativa**: come accade dunque per una pietra (Fig.a) che, dopo essere stata sollevata da una forza esterna, cade sotto l'azione della forza di gravità riducendo così la sua energia potenziale gravitazionale, anche per una carica elettrica (Fig.b) potrà dunque definirsi una **energia potenziale U** la cui variazione ΔU tra due punti *a* e *b* dovrà essere uguale al lavoro (cambiato di segno) compiuto dalla forza conservativa elettrostatica per spostare una carica positiva da *a* a *b*, cioè **ΔU = –W**, lavoro che è uguale ed opposto a quello compiuto da una forza esterna per spostarla dal punto *b* al punto *a* (contro il campo elettrico).

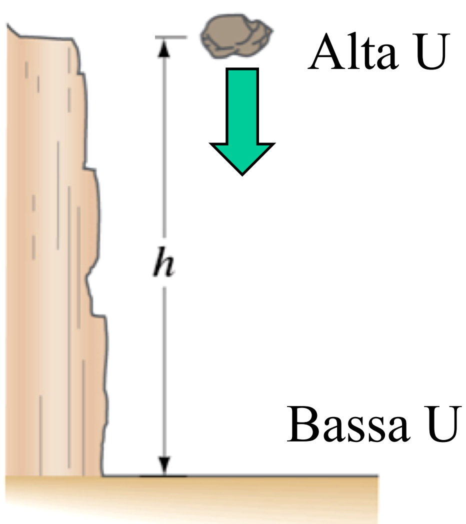




Lavoro del Campo Elettrico ed Energia Potenziale Elettrica

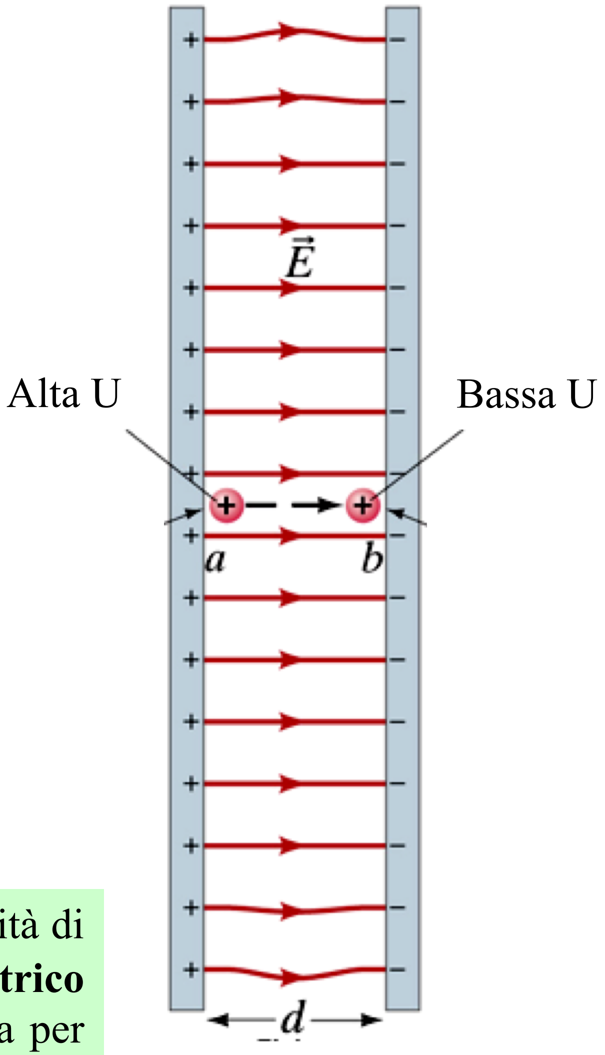
Al fine di estendere il **principio di conservazione dell'energia** anche ai fenomeni elettrici, è innanzitutto necessario definire il concetto di **energia potenziale elettrica**. A questo proposito ricordiamo che l'energia potenziale esiste soltanto per le **forze conservative**, per le quali il lavoro compiuto su un oggetto che si muove tra due punti non dipende dal percorso effettuato.

Ebbene, avendo la stessa forma funzionale della forza di gravità, si può dimostrare che **anche la forza elettrostatica tra due cariche è conservativa**: come accade dunque per una pietra (Fig.a) che, dopo essere stata sollevata da una forza esterna, cade sotto l'azione della forza di gravità riducendo così la sua energia potenziale gravitazionale, anche per una carica elettrica (Fig.b) potrà dunque definirsi una **energia potenziale U** la cui variazione ΔU tra due punti *a* e *b* dovrà essere uguale al lavoro (cambiato di segno) compiuto dalla forza conservativa elettrostatica per spostare una carica positiva da *a* a *b*, cioè **ΔU = –W**, lavoro che è uguale ed opposto a quello compiuto da una forza esterna per spostarla dal punto *b* al punto *a* (contro il campo elettrico).



Energia Potenziale e Potenziale Elettrico

Consideriamo ad esempio il **campo elettrico uniforme E** che si genera tra due lastre piane parallele con carica uguale ed opposta, poste alla distanza d, e poniamo una **piccola carica di prova q positiva** (ad es. una particella carica di massa m) nelle vicinanze dell'armatura positiva: se la carica viene lasciata libera di muoversi, la **forza elettrostatica F = qE** compirà lavoro su di essa **accelerandola** verso l'armatura negativa (con accelerazione **a=qE/m**) .



Il **lavoro W compiuto dal campo elettrico E** per spostare la carica q su una distanza d sarà quindi pari a W = Fd = qEd, da cui la variazione di **energia potenziale elettrica** sarà:

$$\Delta U = -qEd$$

Visto che nel suo moto la particella accelera, la sua energia potenziale elettrica diminuirà, cioè $\Delta U < 0$, mentre la sua energia cinetica aumenterà della stessa quantità: quindi, in accordo con la legge di conservazione dell'energia, **la somma di energia cinetica e potenziale (energia totale) resterà costante**!

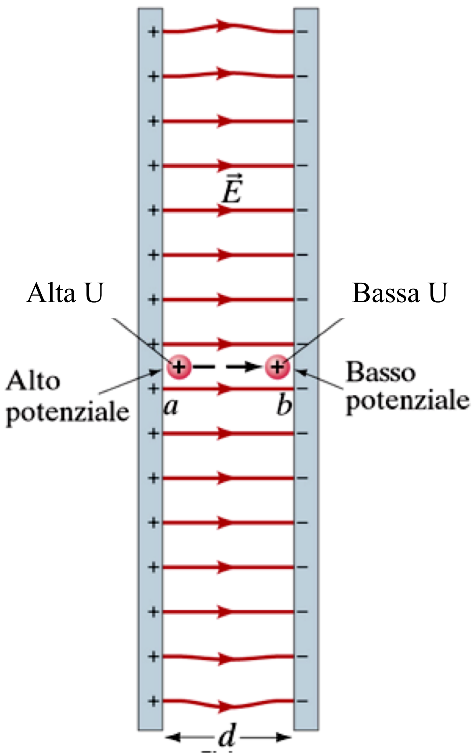
In analogia con la definizione di campo elettrico come forza per unità di carica, è utile definire a questo punto il cosiddetto **potenziale elettrico V**, o semplicemente **potenziale**, come l'energia potenziale elettrica per unità di carica, cioè **V=U/q**, che quindi non dipende dalla carica di prova q ma solo dalle cariche che generano il campo (quelle sulle armature…).

Il Potenziale Elettrico

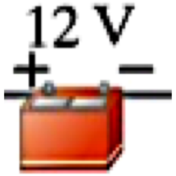
Analogamente a quanto abbiamo visto valere per l'energia potenziale, che è sempre definita rispetto ad uno zero arbitrario, anche in questo caso ciò che è effettivamente misurabile non è il valore assoluto del potenziale in un punto ma piuttosto la **differenza di potenziale ΔV** tra due punti, ad esempio tra i punti *a* e *b* tra le due armature conduttrici della figura precedente. Data la solita **carica di prova positiva q** che si sposta dal punto *a* (ad alta energia potenziale U_a) al punto *b* (a bassa energia potenziale U_b) a causa della forza elettrostatica dovuta al campo elettrico presente tra le armature, avremo allora:

$$\Delta V = V_b - V_a = \frac{U_b}{q} - \frac{U_a}{q} = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{W}{q}$$

dove W è il lavoro compiuto dal campo elettrico, che sarà quindi uguale a **W = – qΔV**. Notiamo anche che, se le cariche **positive** si muovono spontaneamente da punti a potenziale più alto a punti a potenziale più basso, quelle **negative** si muoveranno nel verso opposto, risalendo lungo le linee del campo.



Infine, dalla definizione di potenziale risulta che **l'unità di misura** della differenza di potenziale è (nel SI) il Joule/Coulomb, che prende il nome di **Volt** (1V=1J/1C)) dallo scienziato italiano **Alessandro Volta**, il celebre inventore della **pila**, che non è altro che un generatore statico di energia elettrica (per cui la differenza di potenziale viene spesso detta anche "**voltaggio**": nell'esempio in figura è mostrata una pila da 12 V).



Alessandro Volta (1745-1827)

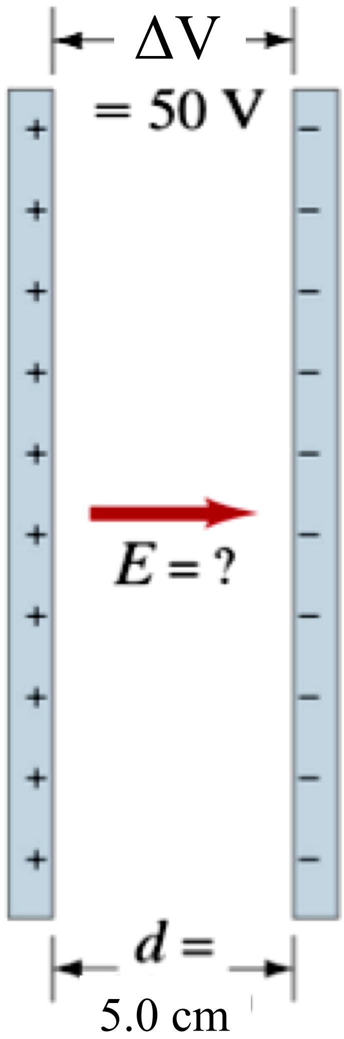
Relazione tra Potenziale e Campo Elettrico

La relazione tra il potenziale elettrico, che è una grandezza scalare, e il campo elettrico, che è invece una grandezza vettoriale, risulta facilmente ricavabile dalle formule già viste. Infatti, dato ad esempio un **campo uniforme incognito E** tra due armature piane parallele, separate da una distanza totale d=5.0 cm, tra cui vi sia una differenza di potenziale ΔV=50V, considerando che il lavoro compiuto dalla forza elettrostatica F per spostare una carica positiva q da un punto a potenziale più alto ad uno a potenziale più basso è anche uguale, come abbiamo già visto, alla forza per lo spostamento, avremo:

$$\begin{cases} W = -q\Delta V \\ W = Fd = qEd \end{cases} \rightarrow \quad qEd = -q\Delta V \quad \rightarrow \boxed{E = -\frac{\Delta V}{d}}$$

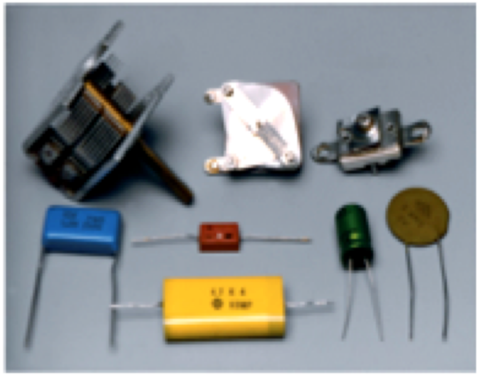
Quest'ultima è appunto la **relazione cercata tra l'intensità del campo elettrico e la differenza di potenziale**, nella quale il segno meno indica semplicemente che il verso del campo elettrico è sempre quello per il quale il potenziale V decresce (si noti che il campo elettrico, oltre che in N/C, può quindi anche essere misurato in **volt su metro**). Il campo incognito si può dunque calcolare facilmente:

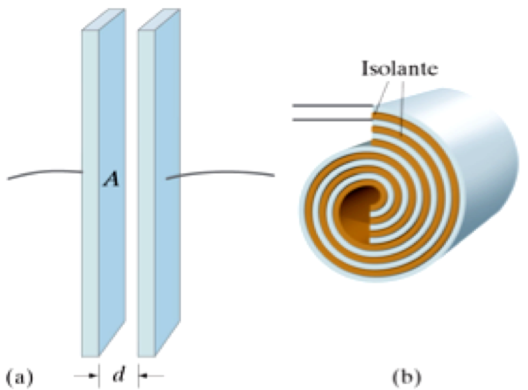
$$\longrightarrow |E| = \frac{50V}{0.05m} = 1000\,\frac{V}{m}$$



Capacità e Condensatori

Abbiamo più volte fatto riferimento al campo elettrico pressoché uniforme che si genera all'interno di due superfici conduttrici piane e parallele (armature) dotate di cariche uguali ma di segno opposto: un tale sistema è un esempio di **condensatore**, cioè di un dispositivo in grado di immagazzinare carica elettrica per poi rilasciarla al momento opportuno e che ha una vastissima applicazione nei circuiti elettrici ed elettronici moderni (dai flash delle macchine fotografiche alla memoria RAM dei calcolatori).

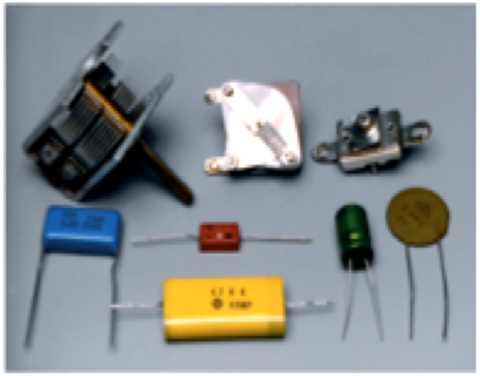


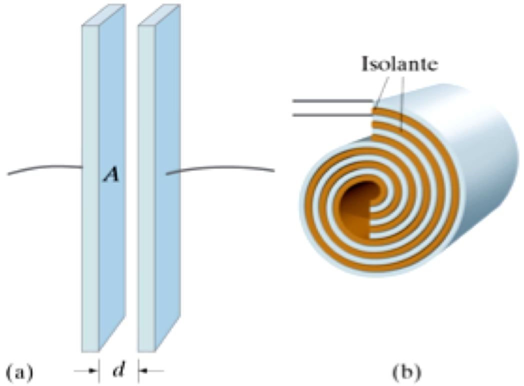


In un **condensatore tipico** le due armature, di area A e poste ad una (piccola) distanza d (fig.a) vengono spesso separate per mezzo di un sottile strato di materiale isolante e poi arrotolate in modo da formare un cilindro (fig.b). Se si applica una differenza di potenziale V (**tensione**) a un condensatore scarico collegando le due armature ai poli di una **pila elettrica** mediante fili conduttori, esso si caricherà rapidamente...

Capacità e Condensatori

Abbiamo più volte fatto riferimento al campo elettrico pressoché uniforme che si genera all'interno di due superfici conduttrici piane e parallele (armature) dotate di cariche uguali ma di segno opposto: un tale sistema è un esempio di **condensatore**, cioè di un dispositivo in grado di immagazzinare carica elettrica per poi rilasciarla al momento opportuno e che ha una vastissima applicazione nei circuiti elettrici ed elettronici moderni (dai flash delle macchine fotografiche alla memoria RAM dei calcolatori).

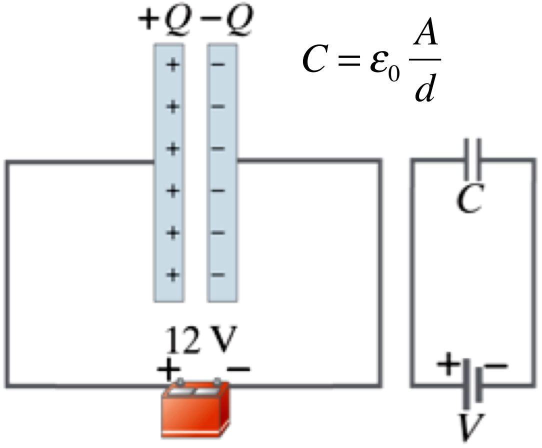




In un **condensatore tipico** le due armature, di area A e poste ad una (piccola) distanza d (fig.a) vengono spesso separate per mezzo di un sottile strato di materiale isolante e poi arrotolate in modo da formare un cilindro (fig.b). Se si applica una differenza di potenziale V (**tensione**) a un condensatore scarico collegando le due armature ai poli di una **pila elettrica** mediante fili conduttori, esso si caricherà rapidamente...

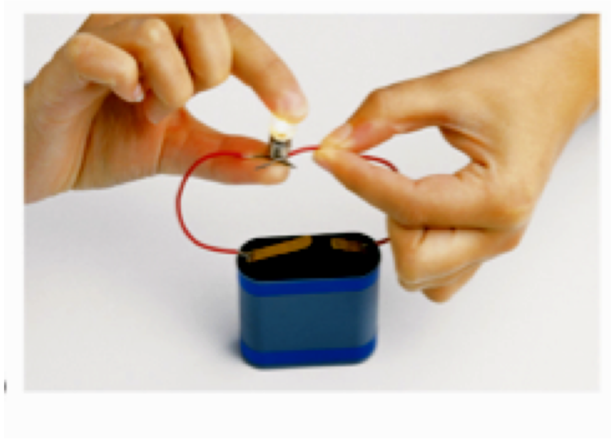
In particolare, una delle due armature acquisterà una carica Q negativa e l'altra una uguale carica Q positiva e tra le due armature si creerà la stessa **differenza di potenziale** (ad es. 12 V) presente tra i due poli della pila: a questo punto si può verificare sperimentalmente che la carica Q sarà proporzionale alla tensione applicata V secondo la relazione **Q=CV**, dove C è la cosiddetta "**capacità**" del condensatore, che si misura in **Farad** (F) e che dipende solo dalle caratteristiche geometriche del condensatore.

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$



Elettrodinamica: la Corrente Elettrica

Fino al 1800 la tecnologia coinvolta nello studio dell'elettricità era molto primitiva e gli scienziati si limitavano a produrre elettricità statica mediante strofinio dei corpi. Tutto cambiò all'improvviso quando nel 1801 **Alessandro Volta** presentò a Napoleone Bonaparte la sua **pila elettrica**, che si dimostrò in grado di produrre per la prima volta un flusso continuo di carica, cioè quella che oggi chiamiamo una **corrente elettrica** continua.

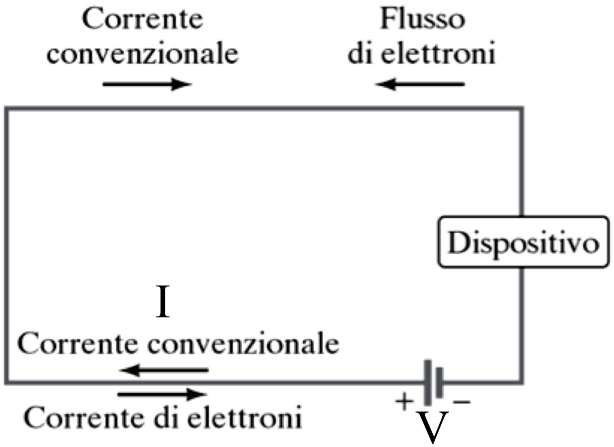


La **corrente elettrica** che fluisce nel filo (di rame) viene definita come *la quantità di carica ΔQ che attraversa la sezione trasversale del filo nell'unità di tempo*, cioè:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

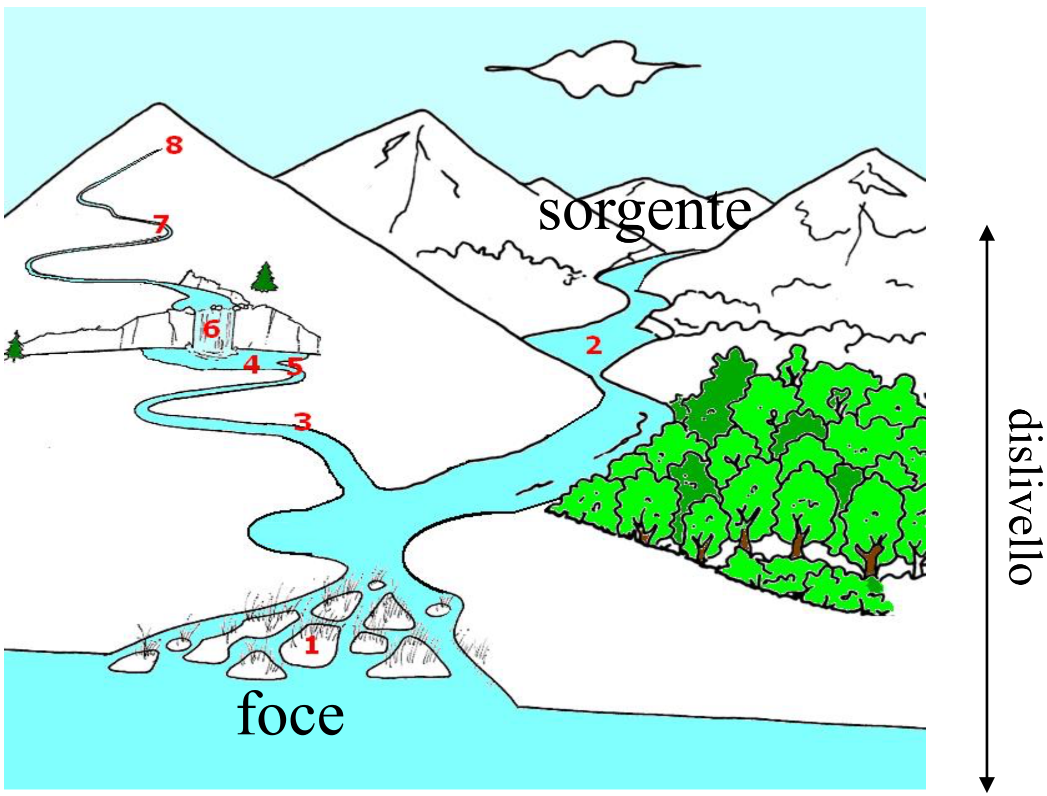
La sua **unità di misura** sarà dunque il Coulomb al secondo, detto **Ampère** (A): 1 A = 1 C/s

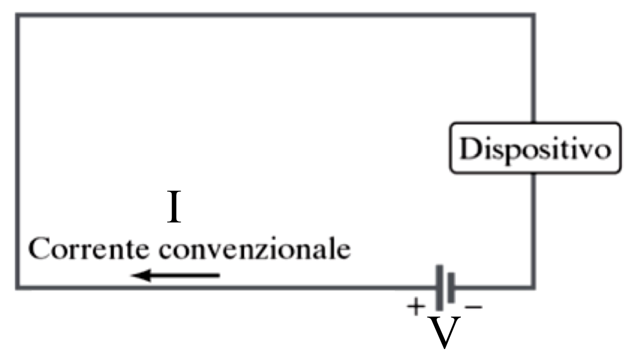
Noi sappiamo che la carica che fluisce nel filo conduttore è trasportata dagli **elettroni liberi**, ma da un punto di vista pratico conviene pensare alla corrente elettrica I in un circuito come ad un **flusso di cariche positive uscente dal polo positivo ed entrante nel polo negativo della batteria** (senso orario in figura). Si noti che la corrente I, pur essendo dotata di un verso, non è una grandezza vettoriale ma scalare (I è detta anche "intensità di corrente").



Corrente e Tensione

E’ abbastanza intuitivo rendersi conto che, in un circuito, l’intensità della corrente elettrica dipende dalla **tensione** (cioè dalla differenza di potenziale elettrico o **voltaggio**) applicata ai capi del circuito. Per convincersene è utile l’**analogia con la corrente d’acqua** che scorre in un fiume a causa del dislivello (differenza di potenziale gravitazionale) tra la sorgente situata in montagna e la foce del fiume situata in pianura: anche in questo caso un **aumento del dislivello** (della differenza di potenziale) produce un aumento del flusso d’acqua nel letto del fiume, proprio come un **aumento del voltaggio** (detto anche “caduta di potenziale”) produce un aumento del flusso di elettroni nel filo conduttore.





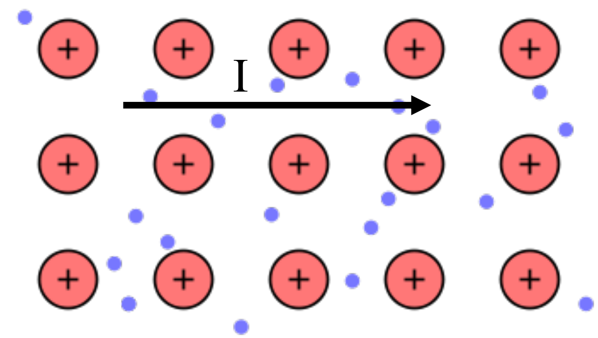
La Resistenza Elettrica

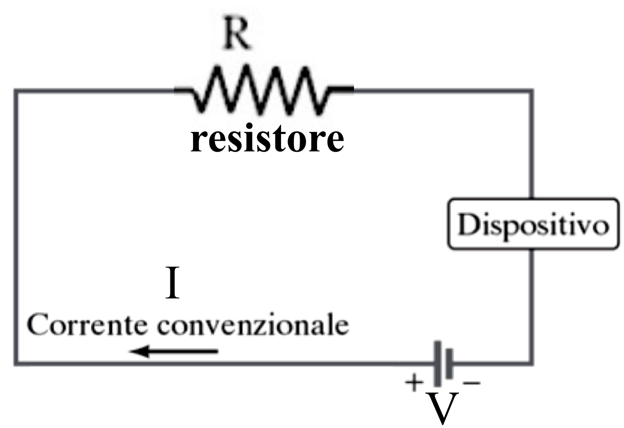
Ma l'analogia non finisce quì: infatti, così come le sponde di un fiume e le rocce presenti sul fondo offrono resistenza allo scorrere dell'acqua rallentandola, allo stesso modo il flusso di elettroni che percorre un filo elettrico incontrerà una **resistenza** a causa dei continui urti degli elettroni con gli ioni positivi del reticolo cristallino che sappiamo essere caratteristico della struttura di un conduttore. **Nel caso del filo elettrico questa resistenza viene indicata con R** e gli esperimenti mostrano che è inversamente proporzionale all'area A della sezione trasversale del filo e direttamente proporzionale alla sua lunghezza L con una costante di proporzionalità ρ intrinseca del materiale e detta **resistività** (crescente con la temperatura):

$$R = \rho L / A$$

Sostanza	Resistività, ρ ($\Omega \cdot m$)
Argento	$1{,}59 \cdot 10^{-8}$
Rame	$1{,}72 \cdot 10^{-8}$
Oro	$2{,}44 \cdot 10^{-8}$
Alluminio	$2{,}82 \cdot 10^{-8}$
Tungsteno	$5{,}6 \cdot 10^{-8}$
Ferro	$10{,}0 \cdot 10^{-8}$
Nichel-cromo	$100 \cdot 10^{-8}$
Carbonio	$3500 \cdot 10^{-8}$

L'unità di misura della resistenza R è l'**ohm** (Ω) mentre quella della resistività è evidentemente Ω*m. Nella tabella qui a fianco trovate i valori della resistività a 20°C per i conduttori più comuni. Come si vede, il rame è il metallo più conveniente, in termini di resistività e costo) da utilizzare per i fili elettrici.



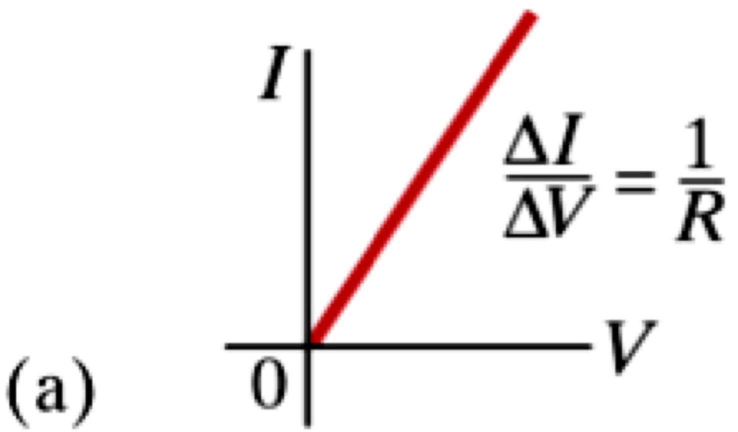


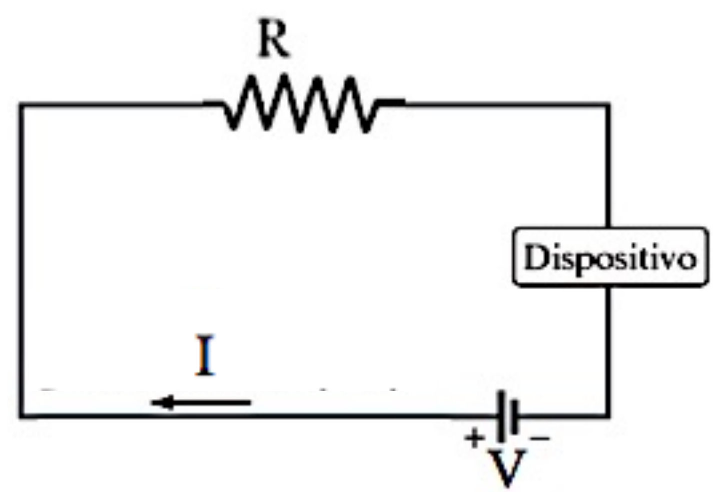
La Legge di Ohm

L'unità di misura della resistenza prende il nome dal fisico tedesco **Georg Simon Ohm** il quale fu il primo a mostrare sperimentalmente che **la corrente I che scorre in un filo metallico è direttamente proporzionale alla tensione V applicata ed inversamente proporzionale alla resistenza R** del conduttore secondo la celebre relazione conosciuta appunto come **legge di Ohm**: $V = RI \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R}$

Georg Simon Ohm (1787-1854)

Dunque, a parità di tensione V applicata, l'intensità della corrente elettrica I sarà tanto più piccola quanto maggiore è la resistenza R del filo elettrico mentre, a parità di R, I crescerà **in modo lineare** al crescere della differenza di potenziale V: graficamente la legge di Ohm viene di solito rappresentata riportando **la corrente I in funzione della differenza di potenziale V** e dunque corrisponde al grafico di una retta I=(1/R)V passante per l'origine e di coefficiente angolare pari a 1/R (a). La legge di Ohm V=RI consente anche di calcolare la **caduta di potenziale** V ai capi di un filo elettrico (o di un dispositivo) di resistenza R percorso da una corrente I.



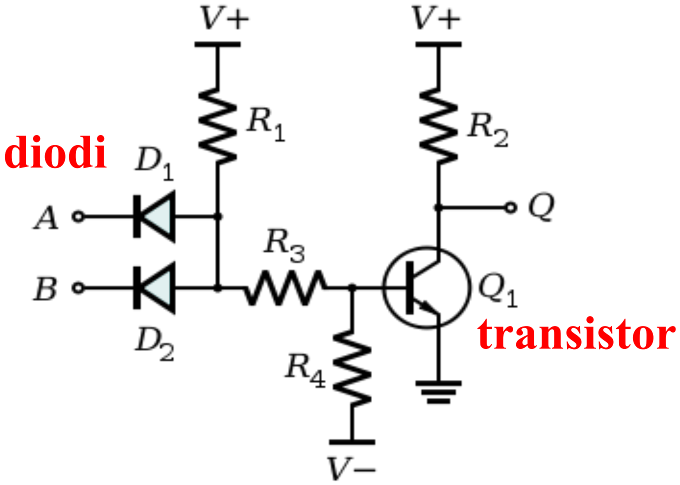


La Legge di Ohm

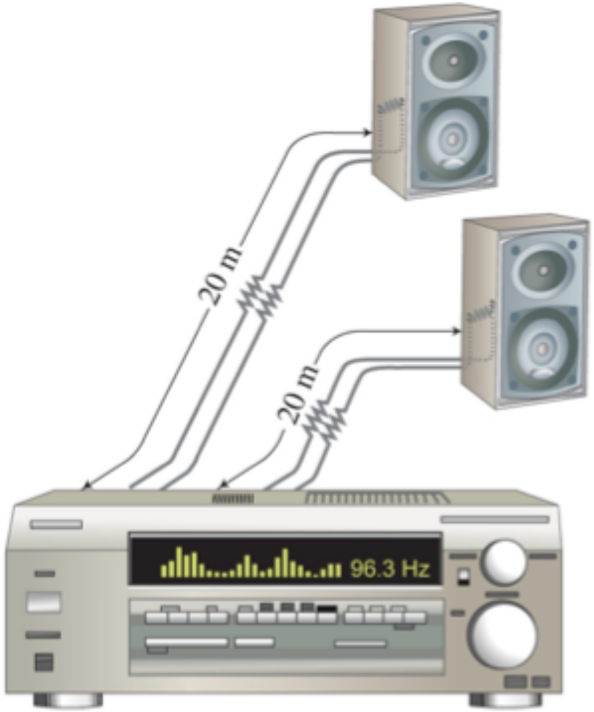
L'unità di misura della resistenza prende il nome dal fisico tedesco **Georg Simon Ohm** il quale fu il primo a mostrare sperimentalmente che **la corrente I che scorre in un filo metallico è direttamente proporzionale alla tensione V applicata ed inversamente proporzionale alla resistenza R** del conduttore secondo la celebre relazione conosciuta appunto come **legge di Ohm**: $V = RI \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R}$

Georg Simon Ohm (1787-1854)

Questa legge non è però universale ma vale solo per una certa classe di materiali e dispositivi (cui appartengono i conduttori metallici) detti appunto ***ohmici***, per i quali la resistenza R è indipendente dalla tensione V. Esistono infatti molti altri materiali non metallici e molti dispositivi elettronici, quali ad esempio **diodi** e **transistor**, per i quali la resistenza non resta costante al variare di V e che dunque non seguono la legge di Ohm ma mostrano una dipendenza più complicata, di tipo **non lineare**, tra corrente e tensione (b). Si parla in questo caso di materiali o dispositivi ***non ohmici***.



Esercizio
Supponete di dover collegare l'amplificatore dello stereo a **due altoparlanti**. (a) Assumendo che ciascun filo sia lungo 20 m, determinate il **diametro dei cavi** di rame in modo che la resistenza di ciascun cavo non ecceda il valore di 0.10 Ω. (b) Calcolate la **caduta di potenziale** ai capi di ciascun filo, supponendo che in essi circoli una corrente I=4.0 A.



(a) Dalla definizione di resistenza R ricaviamo l'area A della sezione circolare del filo di rame sapendo che la resistività del rame è $\rho=1.72*10^{-8}\ \Omega*\text{m}$:

$$R = \rho\frac{L}{A} \quad\rightarrow\quad A = \rho\frac{L}{R} = \frac{(1.72\cdot10^{-8}\Omega\cdot m)(20m)}{(0.10\Omega)} = 3.4\cdot10^{-6}m^2$$

da cui, essendo l'area della sezione circolare di raggio r pari a $A=\pi r^2$ ed essendo il diametro d=2r, avremo che quest'ultimo non dovrà essere inferiore a un paio di millimetri circa:

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 1.04\cdot10^{-3}m = 1.04mm \quad\rightarrow\quad d = 2r = 2.1mm$$

(b) La caduta di potenziale lungo i fili di connessione, che riduce di conseguenza – sia pur leggermente – l'intensità del suono emesso, è facilmente ricavabile dalla legge di Ohm:

$$V = RI = (0.10\Omega)(4.0A) = 0.40V$$