

Dinamica

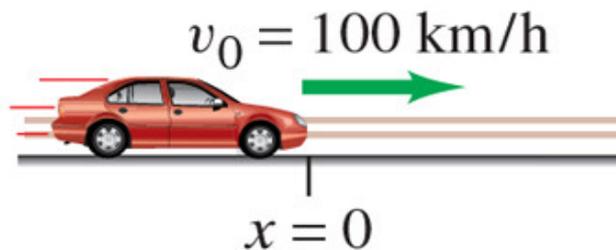
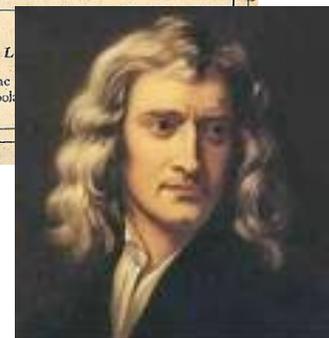
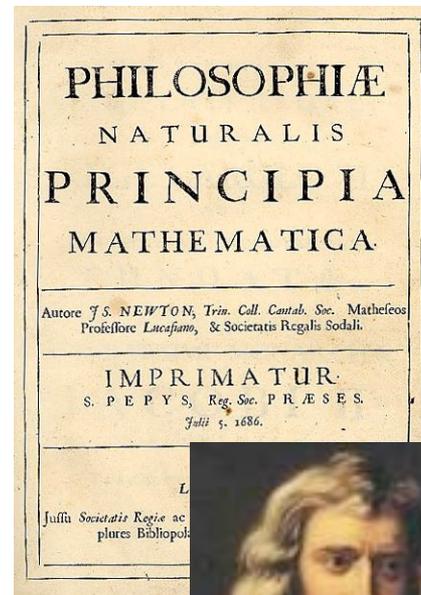
# Le Tre Leggi della Dinamica di Newton

**1. Ogni corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme fino a quando non agisca su di esso una forza risultante diversa da zero.**

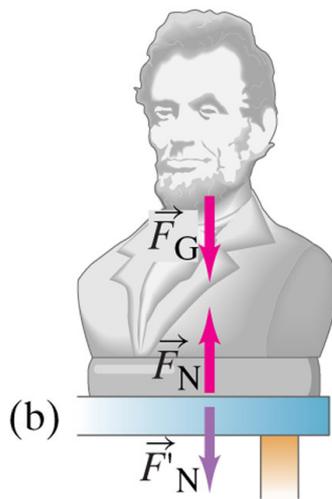
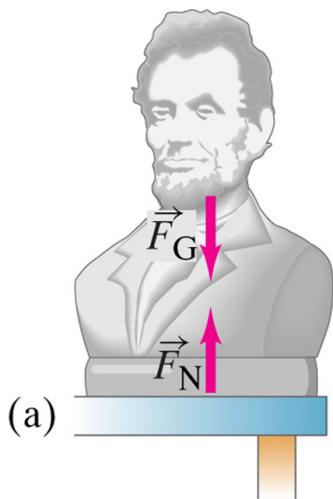
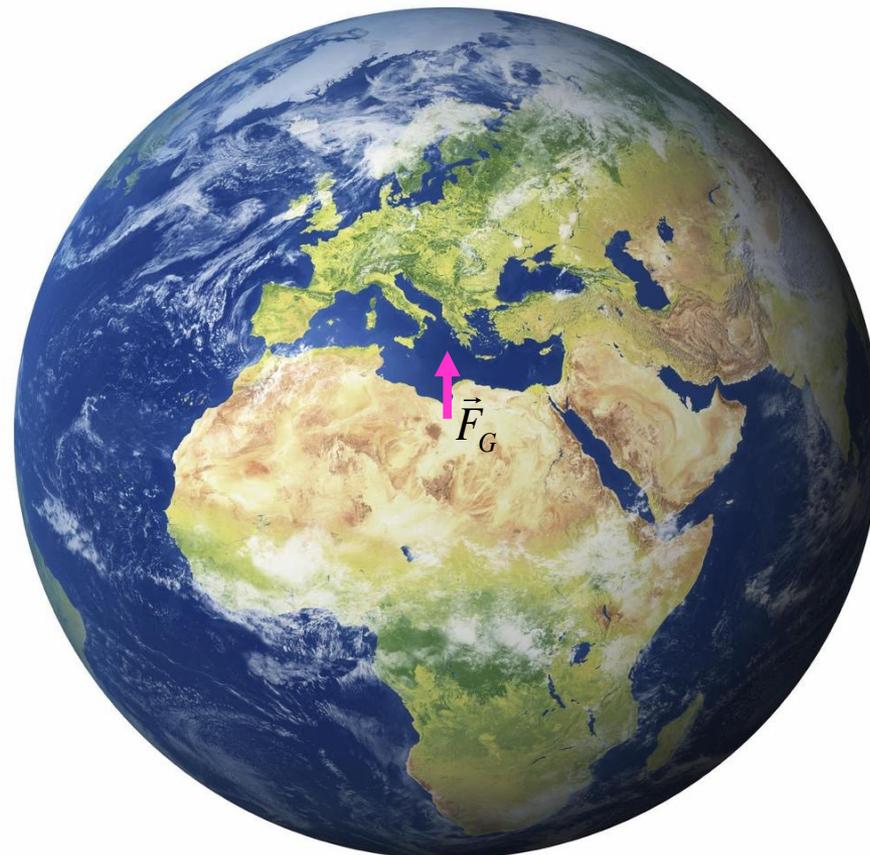
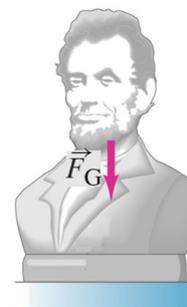
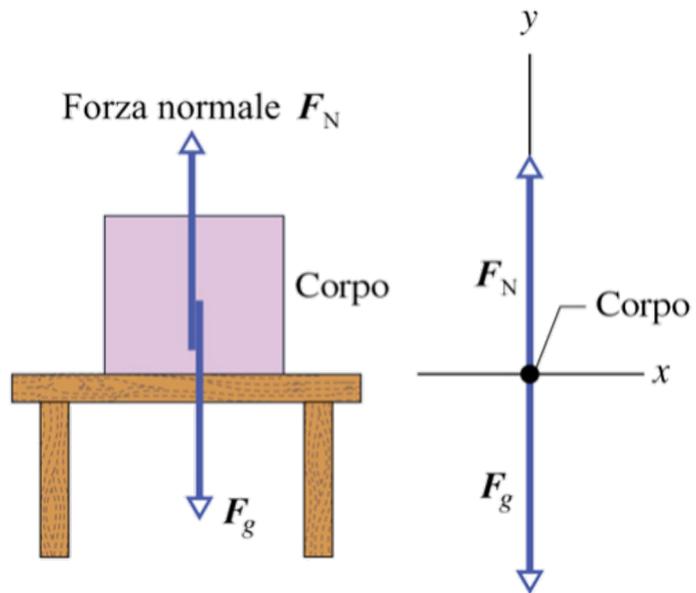
**2. La forza netta agente su un corpo è uguale al prodotto della sua massa  $m$  per l'accelerazione  $\vec{a}$  assunta dal corpo:**

$$\vec{F}_{net} = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \quad (1) \quad \longrightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m}$$

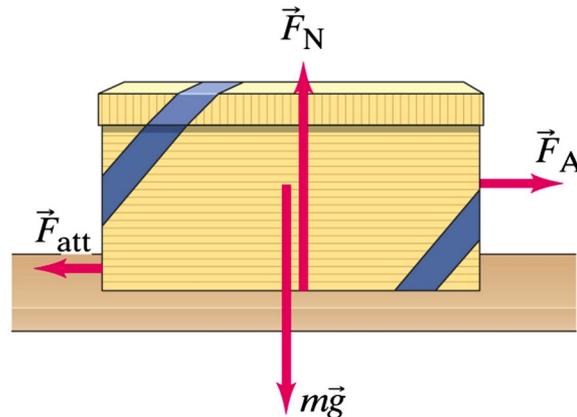
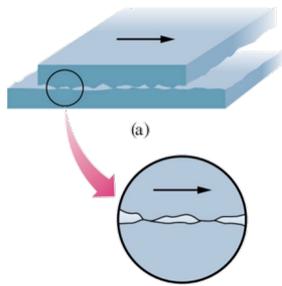
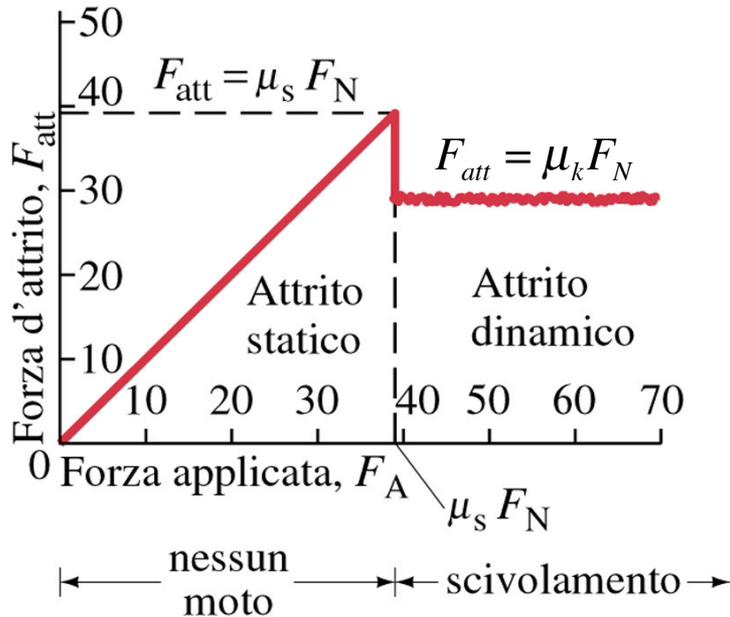
**3. Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.**



# Forza di Gravità e Forza Normale



# Attrito Statico e Dinamico



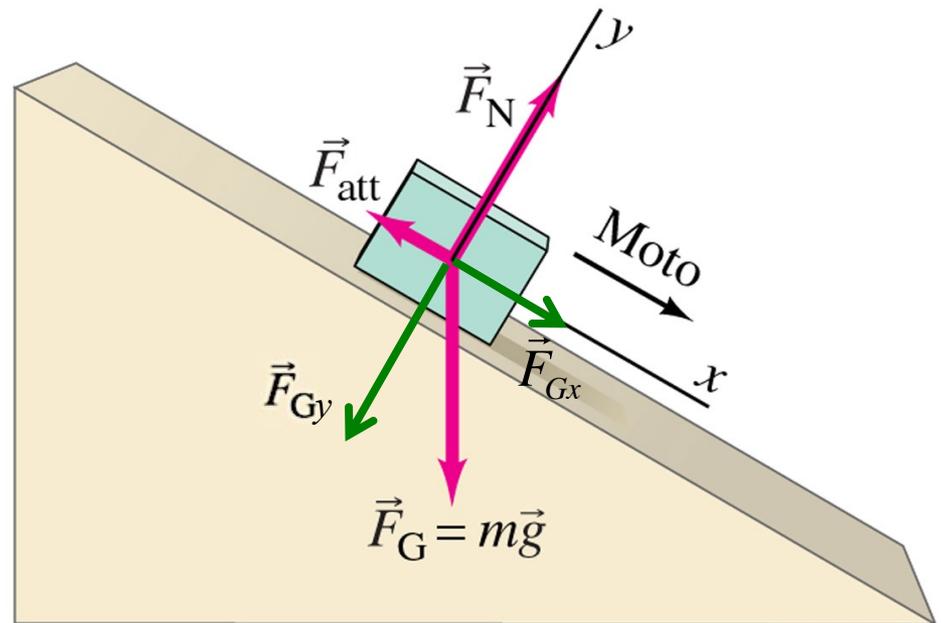
Alcuni valori del coefficiente di attrito radente.<sup>[1]</sup>

Superfici	$\mu_{rs}$ (statico)	$\mu_{rd}$ (dinamico)
Legno - legno	0,50	0,30
Acciaio - acciaio	0,78	0,42
Acciaio - acciaio lubrificato	0,11	0,05
Acciaio - alluminio	0,61	0,47
Acciaio - ottone	0,51	0,44
Acciaio - teflon	0,04	0,04
Acciaio - ghiaccio	0,027	0,014
Acciaio - aria	0,001	0,001
Acciaio - piombo	0,90	n.d.
Acciaio - ghisa	0,40	n.d.
Acciaio - grafite	0,10	n.d.
Acciaio - plexiglas	0,80	n.d.
Acciaio - polistirene	0,50	n.d.
Rame - acciaio	1,05	0,29
Rame - vetro	0,68	0,53
Gomma - asfalto (asciutto)	1,0	0,8
Gomma - asfalto (bagnato)	0,7	0,6
Vetro - vetro	0,9 - 1,0	0,4
Legno sciolinato - neve	0,10	0,05

# Dinamica su Piani inclinati

Sono molto frequenti problemi di dinamica che coinvolgono lo scivolamento di oggetti lungo **piani inclinati**. In questi casi la *competizione tra la forza di gravità e le forze di attrito* non avviene lungo la verticale ma lungo la **direzione del moto** degli oggetti sulla superficie inclinata, direzione che di solito si assume coincidere con l'**asse x** di un opportuno sistema di riferimento, il cui **asse y** è rivolto invece nella direzione perpendicolare a tale superficie:

In questo caso la **forza normale** non deve controbilanciare *tutta* la forza peso dell'oggetto ma solo la **componente y della forza peso**, diretta lungo la *perpendicolare* al piano inclinato (asse y negativo). Sarà dunque questa componente della forza peso a determinare l'intensità della **forza di attrito**, la quale – a sua volta – contrasterà la **componente x della forza peso**, cioè quella diretta *lungo* il piano inclinato (asse x positivo), che è poi quella che genera il moto.

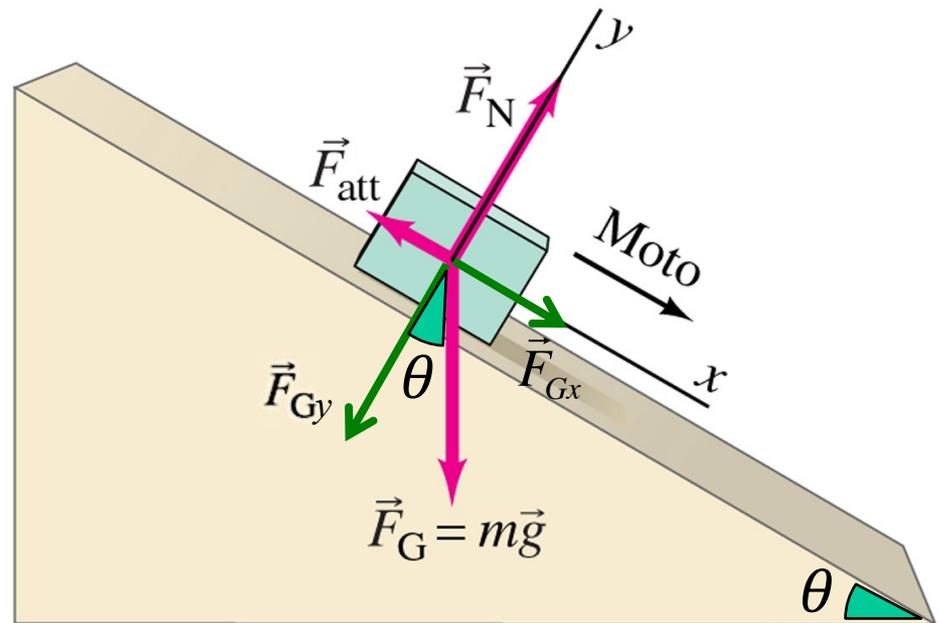


# Dinamica su Piani inclinati

Sono molto frequenti problemi di dinamica che coinvolgono lo scivolamento di oggetti lungo **piani inclinati**. In questi casi la *competizione tra la forza di gravità e le forze di attrito* non avviene lungo la verticale ma lungo la **direzione del moto** degli oggetti sulla superficie inclinata, direzione che di solito si assume coincidere con l'**asse x** di un opportuno sistema di riferimento, il cui **asse y** è rivolto invece nella direzione perpendicolare a tale superficie:

Per capire come **scomporre** la forza peso nelle sue due componenti, rispettivamente parallela e perpendicolare al piano inclinato, si noti che da semplici considerazioni geometriche sui triangoli rettangoli simili risulta evidente che **l'angolo  $\theta$  del piano inclinato** è uguale all'angolo compreso tra la forza peso e la sua **componente y** perpendicolare al piano. Quindi avremo:

$$\begin{cases} \vec{F}_{Gx} = \vec{F}_G \sin\theta \\ \vec{F}_{Gy} = -\vec{F}_G \cos\theta \end{cases}$$



## Esercizio 1

Consideriamo una **sciatrice** che abbia appena iniziato a scendere su una pista con una pendenza di  $30^\circ$ . Supponendo che il *coefficiente di attrito dinamico* sia 0.10, calcolare (a) la sua **accelerazione** e (b) la **velocità** che avrà raggiunto dopo 4.0s.

(a) Innanzitutto **scomponiamo** la forza peso nelle sue componenti lungo i due assi x e y:

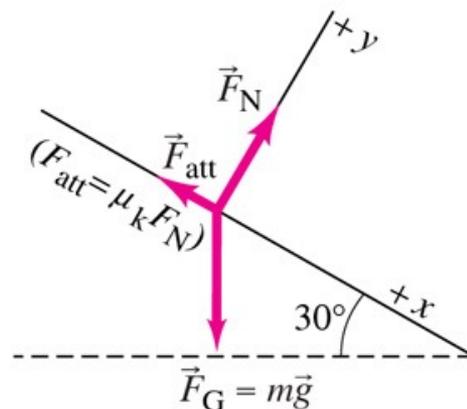
$$F_{Gx} = mg \sin \theta \quad e \quad F_{Gy} = -mg \cos \theta$$

Di queste componenti, quella lungo l'asse y sarà uguale ed opposta alla forza normale (non essendoci moto lungo l'asse y), mentre quella lungo l'asse x contribuirà a determinare l'**accelerazione** della sciatrice determinata dalla seconda legge di Newton:

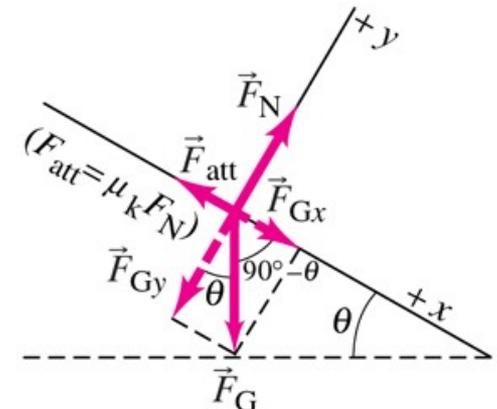
$$\begin{cases} \sum_i F_{xi} = ma_x \rightarrow ma_x = mg \sin \theta - \mu_k F_N \\ \sum_i F_{yi} = ma_y \rightarrow ma_y = F_N - mg \cos \theta = 0 \rightarrow F_N = mg \cos \theta \end{cases}$$



(a)



(b)



(c)

## Esercizio 1

Consideriamo una **sciatrice** che abbia appena iniziato a scendere su una pista con una pendenza di  $30^\circ$ . Supponendo che il *coefficiente di attrito dinamico* sia 0.10, calcolare (a) la sua **accelerazione** e (b) la **velocità** che avrà raggiunto dopo 4.0s.

(a) Innanzitutto **scomponiamo** la forza peso nelle sue componenti lungo i due assi x e y:

$$F_{Gx} = mg \sin \theta \quad e \quad F_{Gy} = -mg \cos \theta$$

Di queste componenti, quella lungo l'asse y sarà uguale ed opposta alla forza normale (non essendoci moto lungo l'asse y), mentre quella lungo l'asse x contribuirà a determinare l'**accelerazione** della sciatrice determinata dalla seconda legge di Newton:

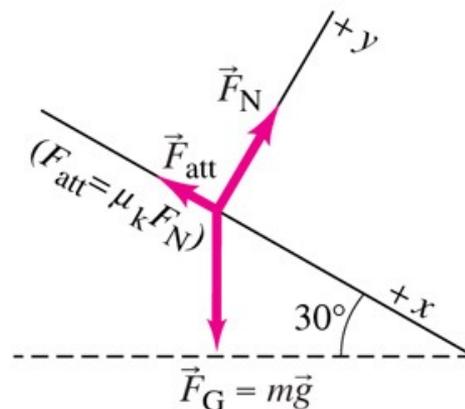
$$\begin{cases} \sum_i F_{xi} = ma_x \rightarrow ma_x = mg \sin \theta - \mu_k F_N \\ F_N = mg \cos \theta \end{cases}$$

**l'accelerazione non dipende dalla massa!**

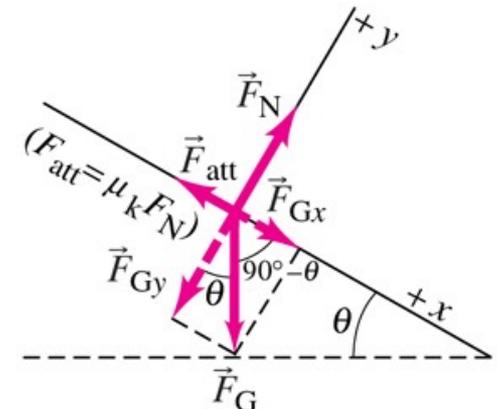
$$\begin{aligned} \rightarrow a_x &= \frac{1}{m} (mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta) = g \sin 30^\circ - \mu_k g \cos 30^\circ = \\ &= 0.50g - (0.10)(0.866)g = 0.41g = 0.41 (9.8m/s^2) = 4.0m/s^2 \end{aligned}$$



(a)



(b)



(c)

## Esercizio 1

Consideriamo una **sciattrice** che abbia appena iniziato a scendere su una pista con una pendenza di  $30^\circ$ . Supponendo che il *coefficiente di attrito dinamico* sia 0.10, calcolare (a) la sua **accelerazione** e (b) la **velocità** che avrà raggiunto dopo 4.0s.

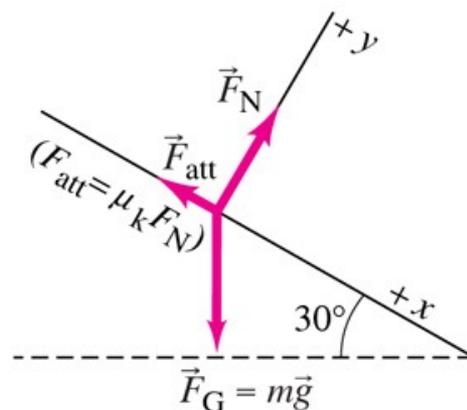
(b) Essendo l'**accelerazione costante**, per trovare la **velocità** della sciattrice dopo 4.0s basta usare una delle equazioni del moto unidimensionale uniformemente accelerato, tenendo conto che la velocità iniziale della sciattrice è nulla (poichè parte da ferma):

$$v_x = v_{x0} + a_x t \rightarrow v_x = 0 + (4.0m/s^2)(4.0s) = 16m/s$$

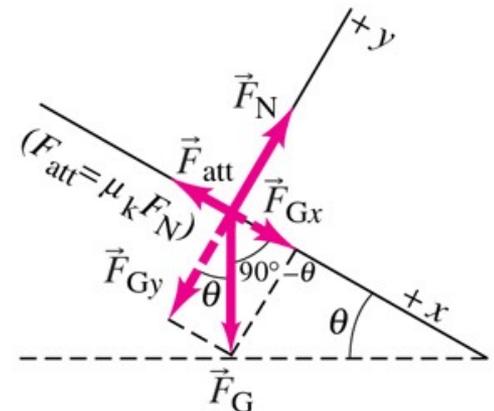
E' utile, in questi esercizi, risolvere dapprima il problema mediante **elaborazione algebrica** delle equazioni coinvolte mantenendo i simboli delle variabili (come si è fatto in questo caso) e solo alla fine sostituire i valori numerici, sia perchè così si ottengono equazioni risolutive valide in **generale** per problemi simili, sia perchè ci possono essere **semplificazioni** algebriche che facilitano l'ottenimento del risultato.



(a)



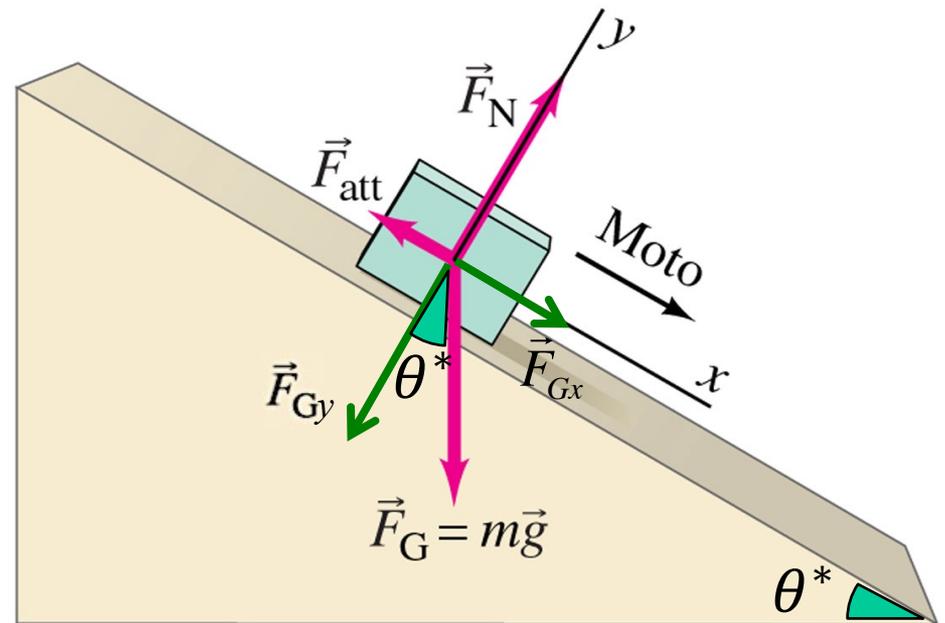
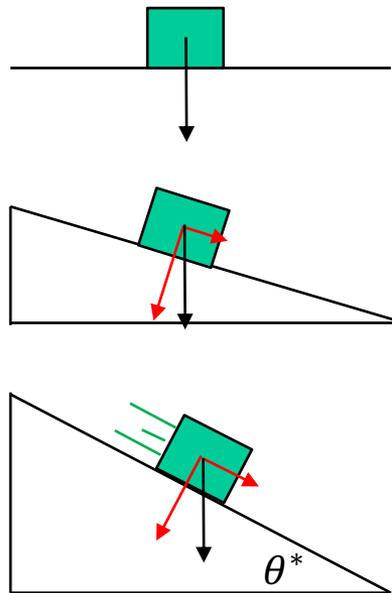
(b)



(c)

## Esercizio 2

Consideriamo un altro esempio, con una **scatola** che si trovi inizialmente ferma su un piano con inclinazione nulla. Se facciamo crescere lentamente l'angolo di inclinazione  $\theta$  del piano inclinato, ci sarà un **angolo critico**  $\theta^*$  oltre il quale l'attrito statico  $F_{att}$  non sarà più in grado di controbilanciare la componente  $F_{Gx}$  della forza peso, che cresce al crescere dell'angolo  $\theta$ , e la scatola comincerà a scivolare lungo il piano inclinato. **Calcolare, mediante elaborazione algebrica, l'angolo critico  $\theta^*$  in funzione delle altre grandezze fisiche in gioco.**



## Esercizio 2

Consideriamo un altro esempio, con una **scatola** che si trovi inizialmente ferma su un piano con inclinazione nulla. Se facciamo crescere lentamente l'angolo di inclinazione  $\theta$  del piano inclinato, ci sarà un **angolo critico**  $\theta^*$  oltre il quale l'attrito statico  $F_{att}$  non sarà più in grado di controbilanciare la componente  $F_{Gx}$  della forza peso, che cresce al crescere dell'angolo  $\theta$ , e la scatola comincerà a scivolare lungo il piano inclinato. **Calcolare, mediante elaborazione algebrica, l'angolo critico  $\theta^*$  in funzione delle altre grandezze fisiche in gioco.**

Da quanto abbiamo appreso finora, sappiamo che:

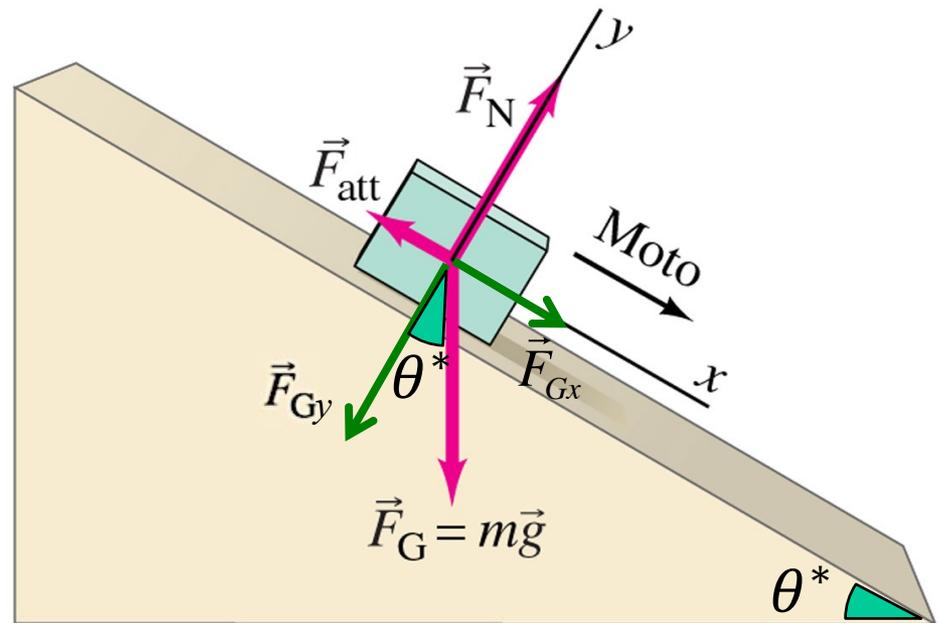
$$\begin{cases} \vec{F}_{Gx} = \vec{F}_G \sin\theta \\ \vec{F}_{Gy} = -\vec{F}_G \cos\theta \\ \vec{F}_N = \vec{F}_G \cos\theta \end{cases}$$

La **condizione per trovare l'angolo critico** si ottiene imponendo che la componente  $F_{Gx}$  sia maggiore o uguale alla forza di attrito statico massimo, che sappiamo essere pari a  $F_{att} = \mu_s F_N$ . Quindi avremo:

$$F_G \sin\theta^* \geq \mu_s F_G \cos\theta^*$$

$$\rightarrow \frac{F_G \sin\theta^*}{F_G \cos\theta^*} \geq \mu_s \rightarrow \operatorname{tg}\theta^* \geq \mu_s \rightarrow \theta^* \geq \arctg(\mu_s)$$

**Angolo critico di inclinazione per lo scivolamento di un oggetto, indipendentemente dalla massa di quest'ultimo.**



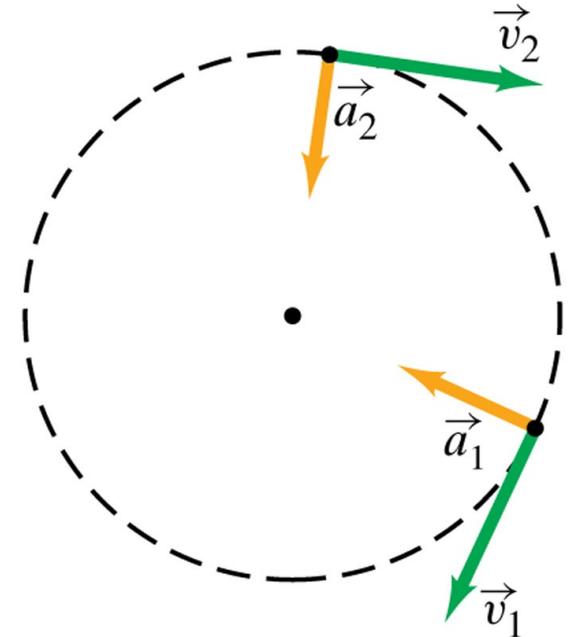
# Dinamica del moto Circolare Uniforme

Studiando la cinematica del **moto circolare uniforme** di un punto materiale su una circonferenza di raggio  $r$ , abbiamo visto che il vettore velocità (di modulo costante e sempre tangente alla traiettoria) è sottoposto ad ogni istante ad un cambiamento di direzione a causa della presenza di una **accelerazione centripeta** diretta verso il centro del cerchio e di modulo costante  $a_C = v^2/r$ , dove – come sappiamo – la velocità si può anche calcolare conoscendo il **raggio** e il **periodo** di rotazione  $T$  (o la frequenza  $f$ ) :

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

Da un **punto di vista dinamico** ciò significa che, per la seconda legge di Newton, sulla particella, che assumiamo di massa  $m$ , deve agire una **forza risultante non nulla** proporzionale alla massa e all'accelerazione della particella stessa.

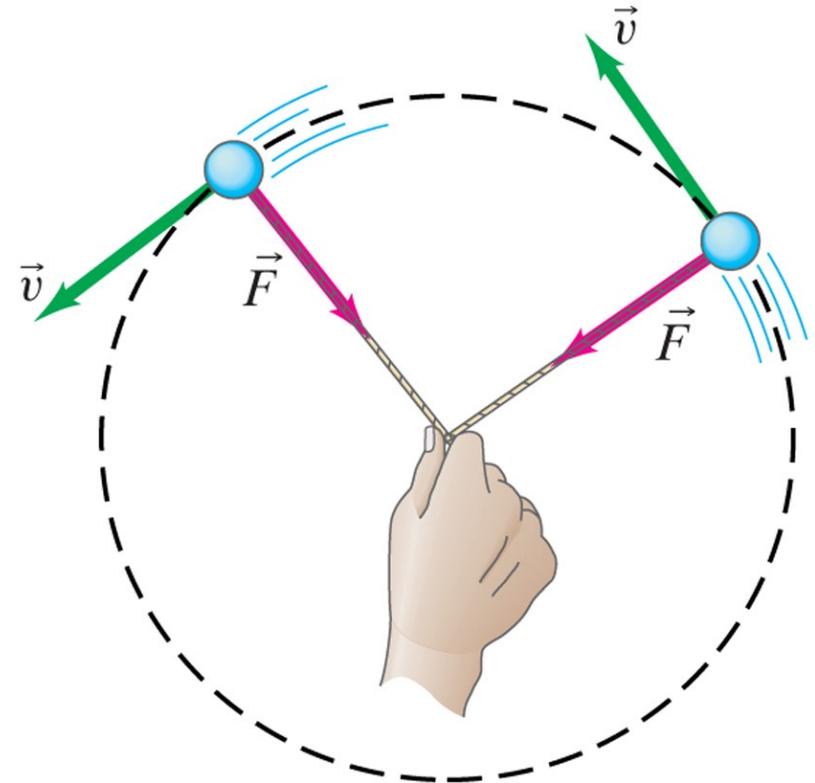
Dalla seconda legge della dinamica ricaviamo subito che il **modulo** di tale forza deve essere  $F_C = ma_C \rightarrow F_C = mv^2/r$ , e che la sua **direzione** deve coincidere con la direzione dell'accelerazione centripeta: anche questa forza punterà dunque verso il centro del cerchio, da cui il nome di **Forza Centripeta**.



# La Forza Centripeta

La forza centripeta **NON E'** un nuovo tipo di forza che sbuca dal nulla nei moti circolari ma **deve essere applicata da altri oggetti o derivare da altre forze**. Ad esempio, nella figura qui accanto, la **forza centripeta che si esercita su una pallina** che rotea a velocità costante è **rappresentata dalla tensione della corda**, tenuta dalla mano.

Non è dunque il moto circolare della pallina a creare la forza centripeta, ma è la **forza centripeta** esercitata dalla corda che, puntando costantemente verso il centro del cerchio, *costringe la pallina a modificare continuamente la sua velocità e quindi a ruotare lungo la sua traiettoria circolare!*

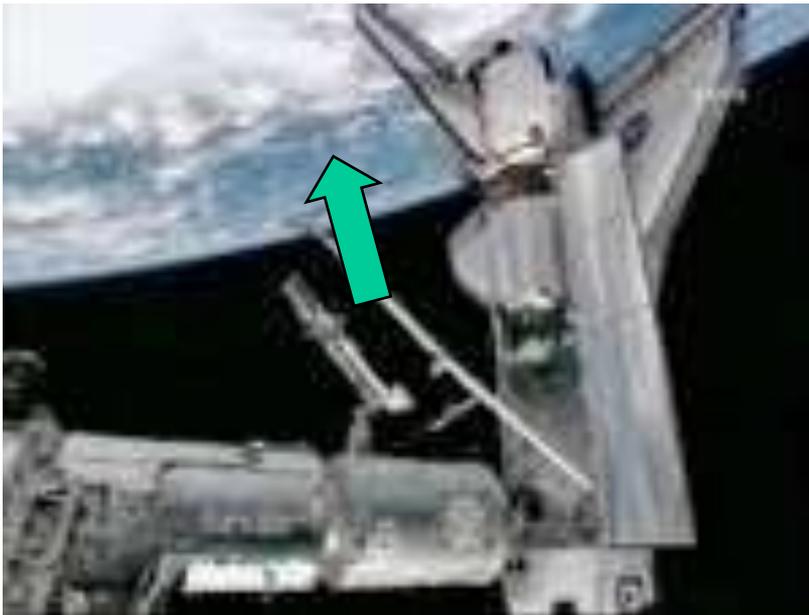
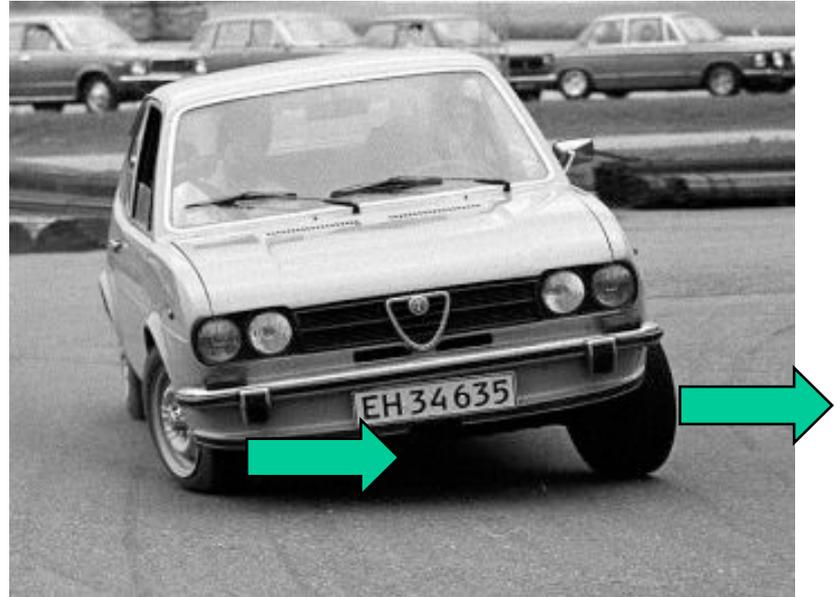


## Altri esempi di Forza Centripeta

### Percorrendo una curva in automobile

Da dove ha origine la forza centripeta che mantiene l'auto sulla curva impedendole di sbandare?

**Dalla forza di attrito delle ruote col terreno!**



### Orbitando intorno alla Terra

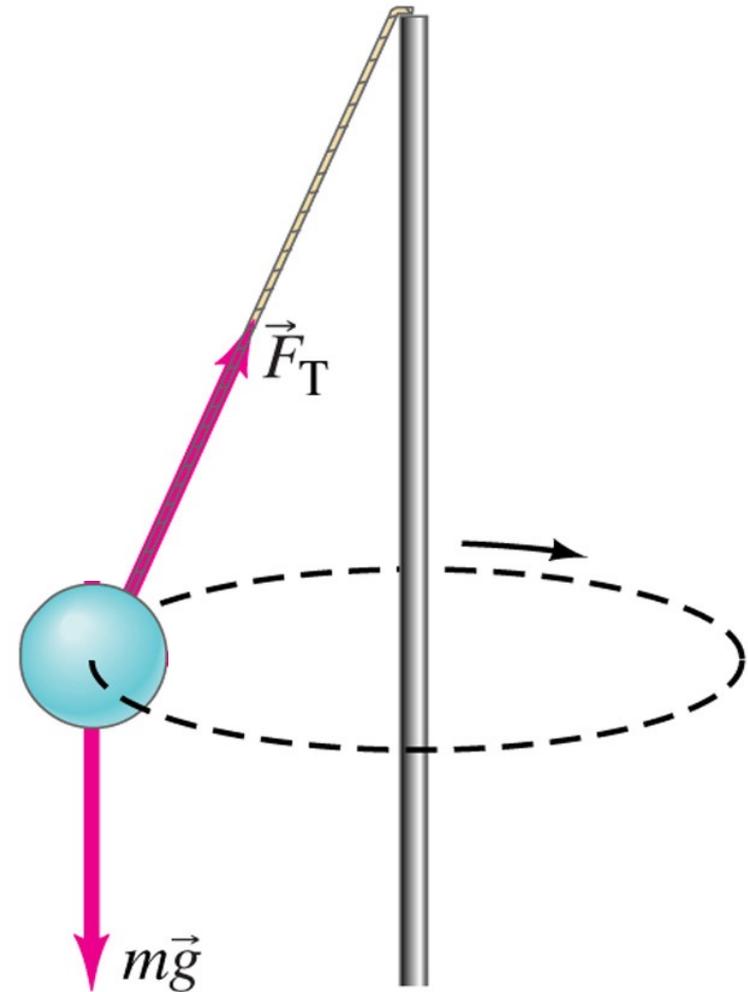
Da dove ha origine la forza centripeta che mantiene la navicella Atlantis in orbita attorno alla terra?

**Dalla forza di attrazione gravitazionale della Terra!**

# **La forza centripeta**

### Esempio concettuale 1

Nel gioco della **palla incatenata**, dove una palla viene colpita e ruota attorno a un palo essendo legata alla sua estremità superiore (come in figura), in che direzione è rivolta l'**accelerazione centripeta**? Quale è la forza che la causa?



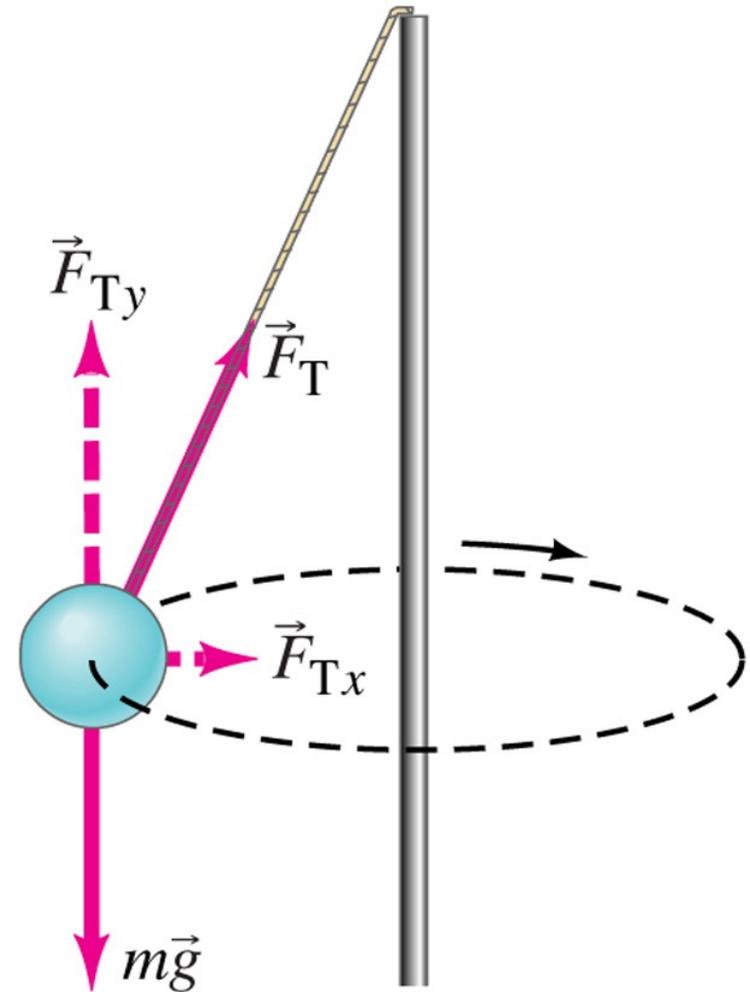
Fisica

Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

### Esempio concettuale 1

Nel gioco della **palla incatenata**, dove una palla viene colpita e ruota attorno a un palo essendo legata alla sua estremità superiore (come in figura), in che direzione è rivolta l'**accelerazione centripeta**? Quale è la forza che la causa?

Evidentemente è la componente orizzontale  $F_{Tx}$  della tensione della corda che rappresenta la forza centripeta, mentre quella verticale  $F_{Ty}$  serve a controbilanciare la forza peso della palla.

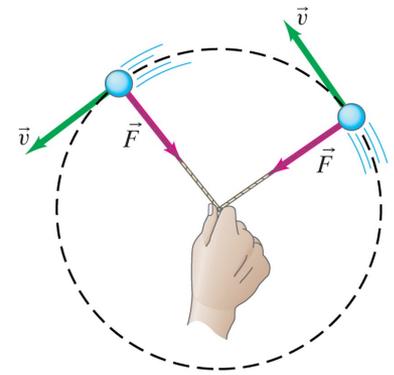


Fisica

Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

## Esercizio

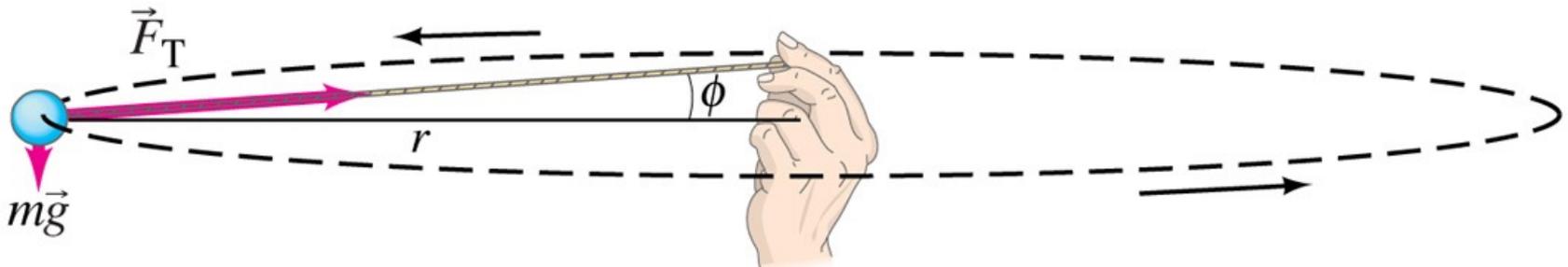
Calcolare la forza centripeta che bisogna esercitare su una **corda** attaccata a una **palla** di massa  $m=0.150$  kg per farla roteare su una circonferenza orizzontale di raggio  $0.600$  m, sapendo che la palla compie  $2.00$  giri al secondo ( $T=0.500$  s).



Il diagramma delle forze per la palla è mostrato nella figura qui sotto e si vede che su di essa agiscono la **forza peso**, di modulo  $mg$  e diretta verso il basso, e la **forza di tensione** di intensità  $F_T$  esercitata dalla corda in direzione della mano posta al centro della traiettoria circolare: sarà quest'ultima a rappresentare la **forza centripeta**.

In realtà sarebbe impossibile far roteare la palla mantenendola **perfettamente** orizzontale (cioè annullando l'angolo  $\Phi$ ), in quanto è necessaria una piccola componente verticale della tensione della corda per **equilibrare** la forza peso della pallina. Assumiamo dunque, in prima approssimazione, che il peso sia piccolo (anche se in realtà è pari ad  $1.5\text{N}$ ) e che  $\Phi$  sia trascurabile, e applichiamo la seconda legge di Newton alla direzione radiale:

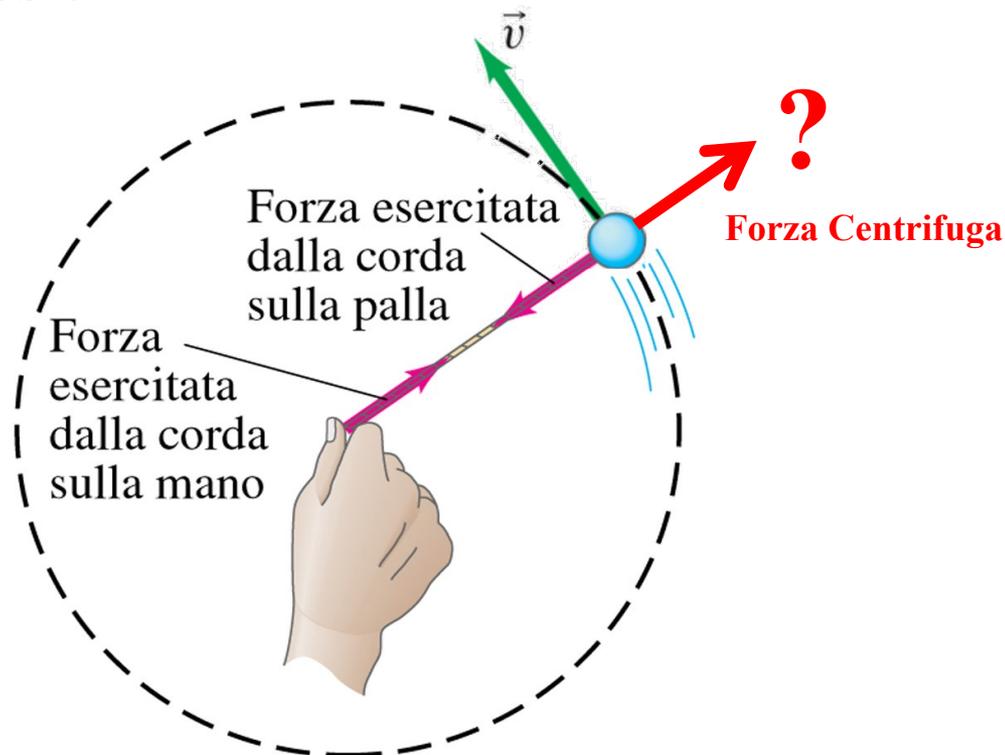
$$F_c \equiv F_T = m \frac{v^2}{r} = \frac{m}{r} \left( \frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \frac{4\pi^2 r m}{T^2} = \frac{4\pi^2 (0.600\text{m})(0.150\text{kg})}{(0.500\text{s})^2} \approx 14\text{N}$$



# Forza Centripeta e Forza Centrifuga

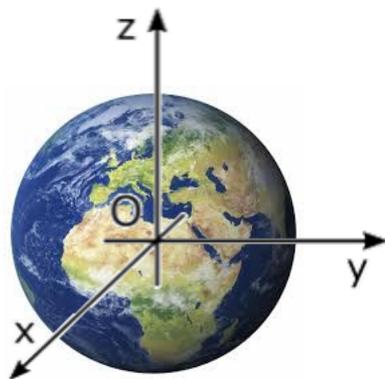
E' indubbio che, nell'esperienza della pallina che ruota per effetto della tensione della corda trattenuta dalla nostra mano, **la mano sente una forza**, esercitata su di lei dalla corda, **che punta verso l'esterno**: questa forza appare uguale ed opposta a quella centripeta (esercitata dalla corda sulla palla) e per questo viene chiamata **forza centrifuga**. La nostra sensazione è che anche la pallina senta questa forza e che per questo cerchi di «fuggire» verso l'esterno...

**Ma è davvero così?**

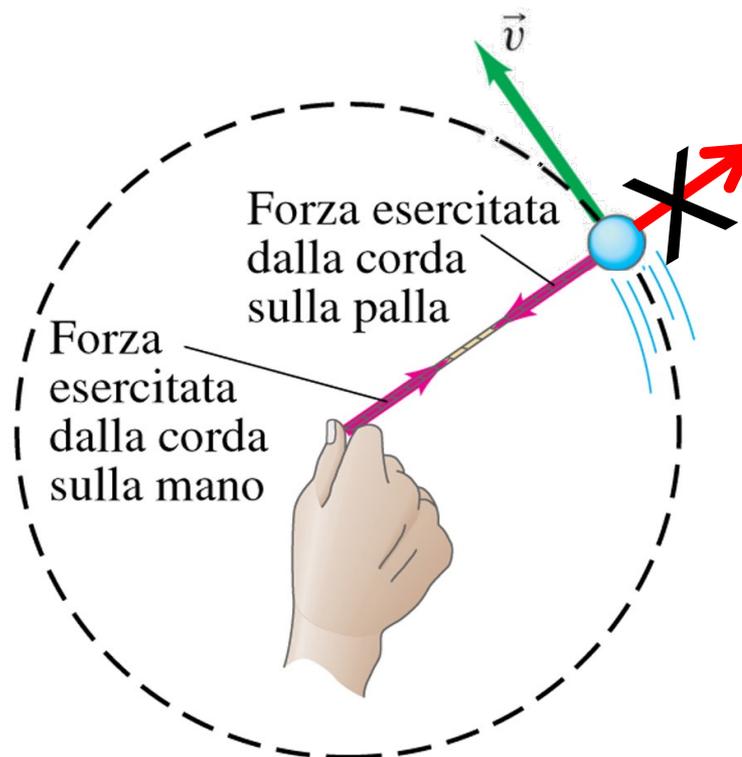


# Forza Centripeta e Forza Centrifuga

In realtà, nel sistema di riferimento inerziale della Terra, l'unica forza agente sulla pallina è la **forza centripeta** esercitata dalla corda verso il centro della traiettoria circolare e **non esiste nessuna forza reale indipendente** diretta verso l'esterno: in questo sistema di riferimento terrestre la **forza centrifuga avvertita dalla mano** e generata su di essa dalla corda è solo una forza di reazione, per il terzo principio della dinamica, alla forza che la mano esercita sulla corda.

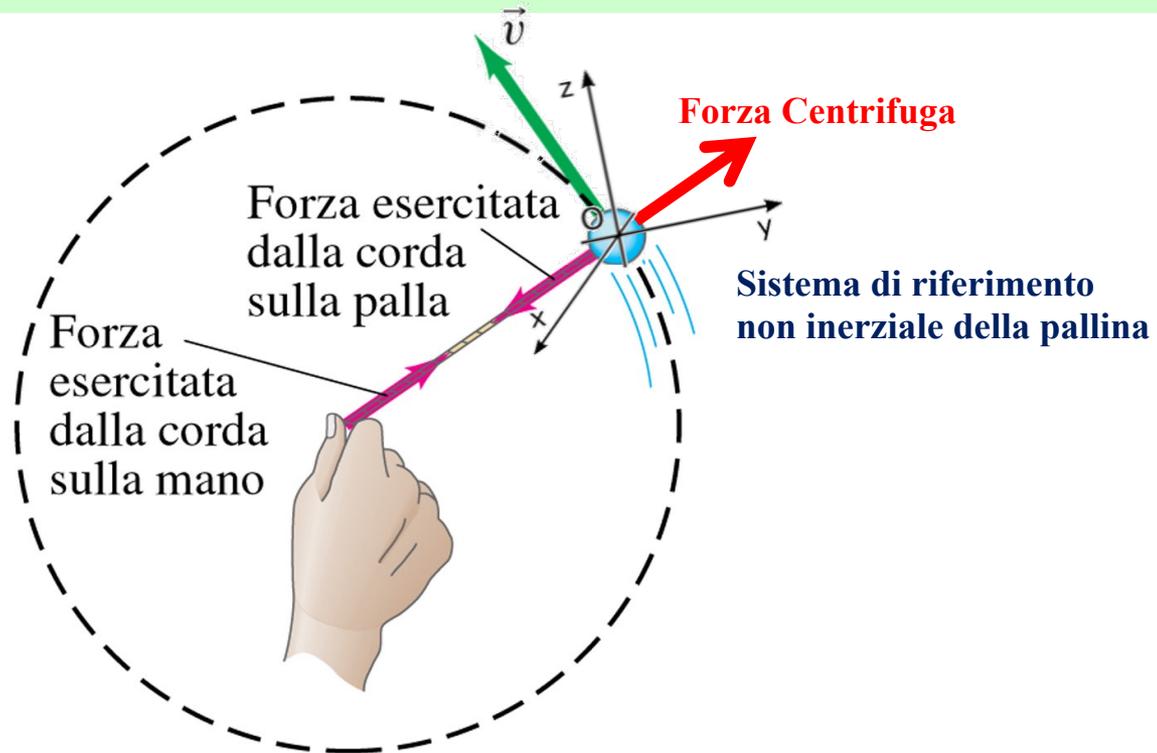


Sistema di riferimento inerziale della Terra



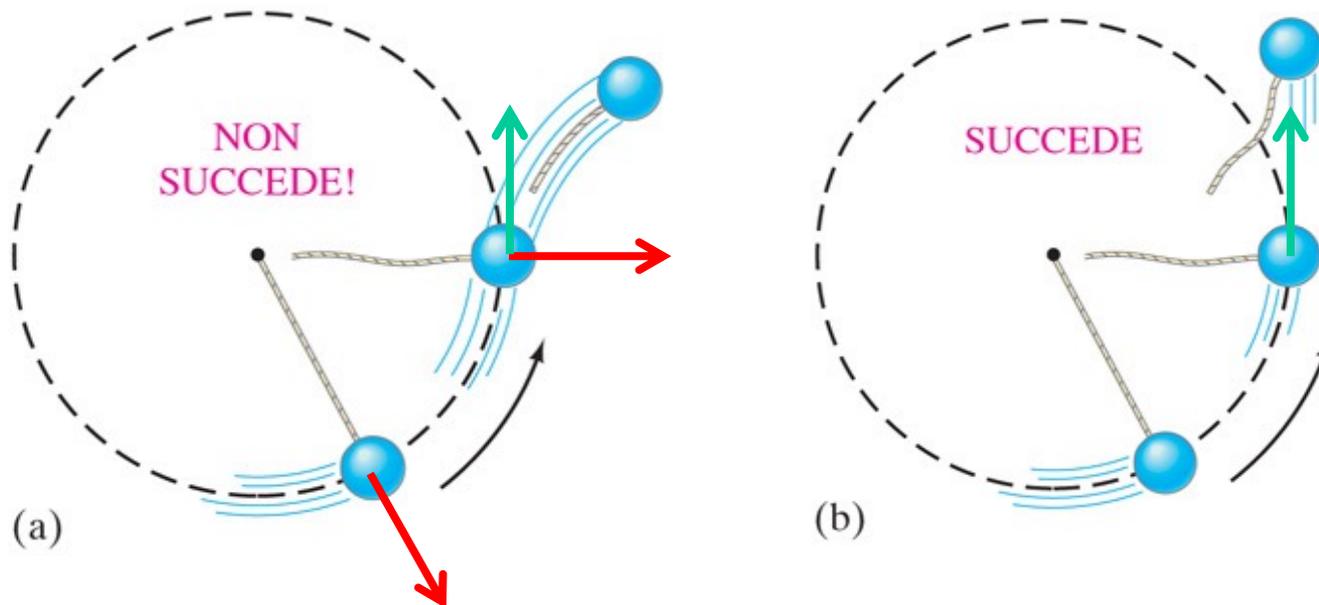
# Forza Centripeta e Forza Centrifuga

D'altra parte, **nel sistema di riferimento in rotazione della pallina**, quest'ultima – che per inerzia tenderebbe a muoversi lungo la direzione tangente della sua velocità – è costretta, dalla forza esercitata su di lei dalla corda, a deviare continuamente dalla sua potenziale traiettoria rettilinea e a percorrere la circonferenza: **la pallina percepisce questa costrizione come una forza centrifuga reale diretta verso l'esterno!** In altre parole, la **forza centrifuga** è una forza (**apparente** nel sistema di riferimento terrestre, ma **reale** nel sistema di riferimento della pallina) sintomatica del fatto che un certo corpo si trova in un **sistema di riferimento non inerziale**.



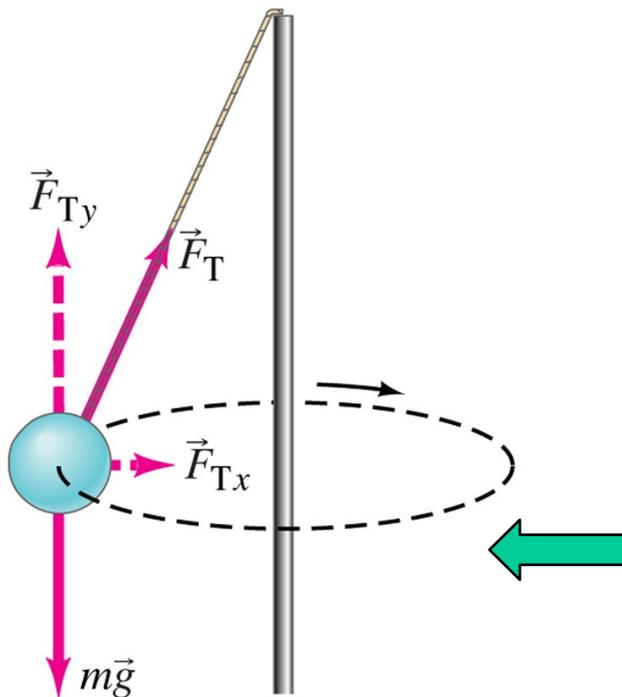
# Forza Centripeta e Forza Centrifuga

Il fatto che, nel sistema di riferimento della Terra, sulla pallina non agisca nessuna forza reale indipendente da quella centripeta e diretta verso l'esterno diventa evidente se ad un certo istante **si molla la corda** e si lascia libera la pallina di abbandonare la sua traiettoria circolare: una volta scomparsa la forza centripeta, se veramente esistesse una forza centrifuga indipendente, la pallina volerebbe via in **direzione radiale** come mostrato in figura (a); al contrario, sperimentalmente, essa segue invece, per **inerzia**, la **direzione tangenziale** alla traiettoria, come mostrato in figura (b), che è poi la direzione che il suo vettore velocità aveva all'istante in cui la mano ha mollato la presa (dunque la forza centrifuga scompare insieme a quella centripeta!).



# Esempi di Forza Centrifuga

La **forza centrifuga** diretta verso l'esterno che avvertiamo quando giriamo seduti su una **giostra** come quella mostrata in figura, è dunque una **forza apparente** dal punto di vista del riferimento inerziale solidale con la Terra, ma diventa **reale** per noi che ci troviamo nel riferimento in **rotazione** solidale con la giostra, che è **non inerziale**: essa è, ancora una volta, dovuta al fatto che il nostro corpo, il quale tenderebbe **per inerzia** a proseguire il suo moto in linea retta, è invece costretto a girare assieme alla giostra a causa della **forza centripeta** esercitata dalla (componente orizzontale della) tensione della catena sui seggiolini su cui siamo seduti (come abbiamo visto accadere nell'esempio della palla incatenata).



Fisica

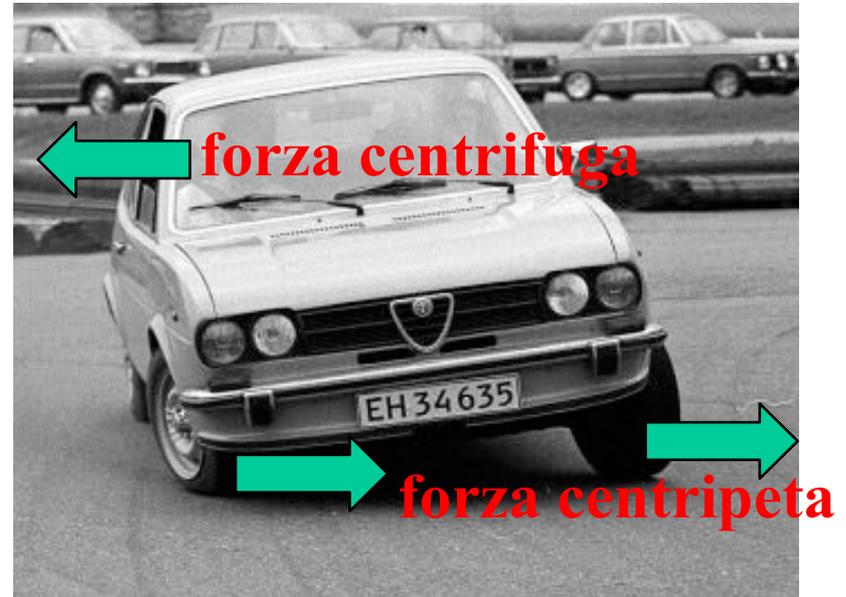
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana



## Esempi di Forza Centripeta e Centrifuga

### Percorrendo una curva in automobile

Ormai sappiamo da dove ha origine la forza centripeta che mantiene l'auto sulla curva impedendole di sbandare, cioè dall'attrito delle ruote col terreno. Ma un passeggero dentro l'auto, durante la curva, sperimenta una forza centrifuga uguale ed opposta a quella centripeta, quindi verso l'esterno della curva.



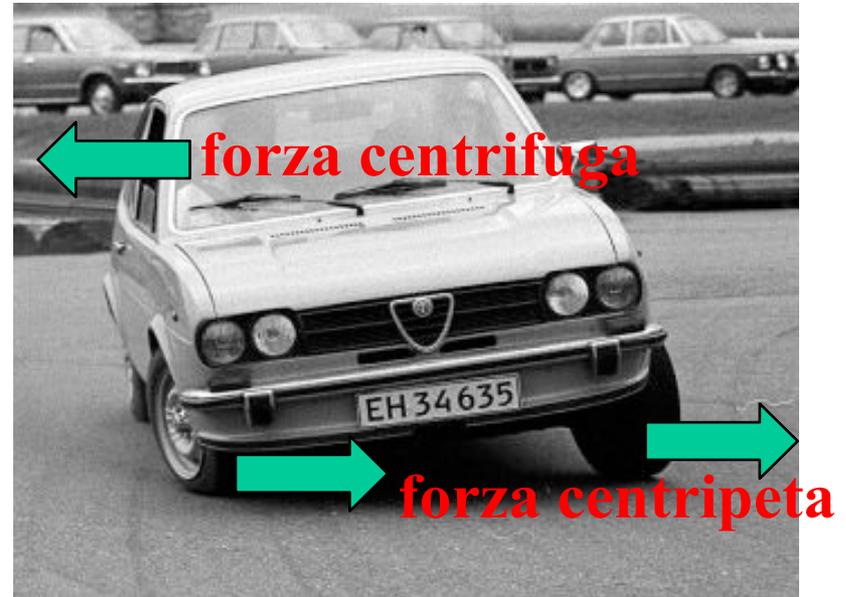
### Orbitando intorno alla Terra

Sappiamo che la forza centripeta che mantiene una navicella in orbita attorno alla terra è rappresentata dalla attrazione gravitazionale terrestre.

# Esempi di Forza Centripeta e Centrifuga

## Percorrendo una curva in automobile

Ormai sappiamo da dove ha origine la forza centripeta che mantiene l'auto sulla curva impedendole di sbandare, cioè dall'attrito delle ruote col terreno. Ma un passeggero dentro l'auto, durante la curva, sperimenta una forza centrifuga uguale ed opposta a quella centripeta, quindi verso l'esterno della curva.



## Orbitando intorno alla Terra

Sappiamo che la forza centripeta che mantiene una navicella in orbita attorno alla terra è rappresentata dalla attrazione gravitazionale terrestre.

Ma perchè, diversamente dal passeggero dell'auto, che viene schiacciato contro lo sportello, un astronauta dentro la navicella NON sente alcuna forza centrifuga agire su di lui ma sperimenta uno stato di galleggiamento, come in assenza di peso?

**Perché la forza gravitazionale è un'interazione fondamentale e agisce nello stesso modo sia sulla navicella che sugli astronauti al suo interno, i quali saranno dunque in orbita attorno alla Terra tanto quanto la navicella!**



Il sistema di riferimento solidale a una navicella in orbita attorno alla Terra si comporta quindi, stranamente, come un **sistema inerziale**, e lo dimostra il fatto che, quando per qualche motivo escono fuori dalla navicella, gli astronauti continuano ad orbitare esattamente come facevano al suo interno...

