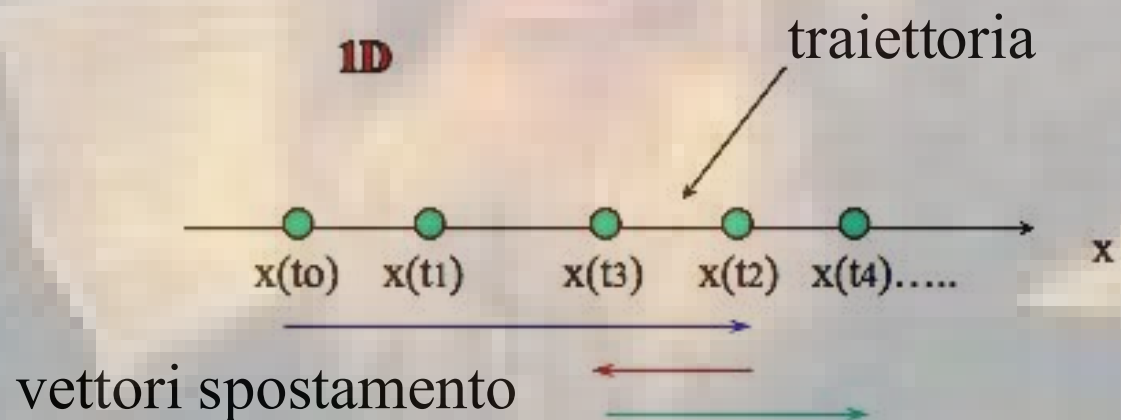


LA CINEMATICA in UNA DIMENSIONE



Moto uniforme

**Equazione del moto
uniforme
($v=v_0=\text{costante}$, $a=0$)**

$$x(t) = x_0 + v_0 t$$

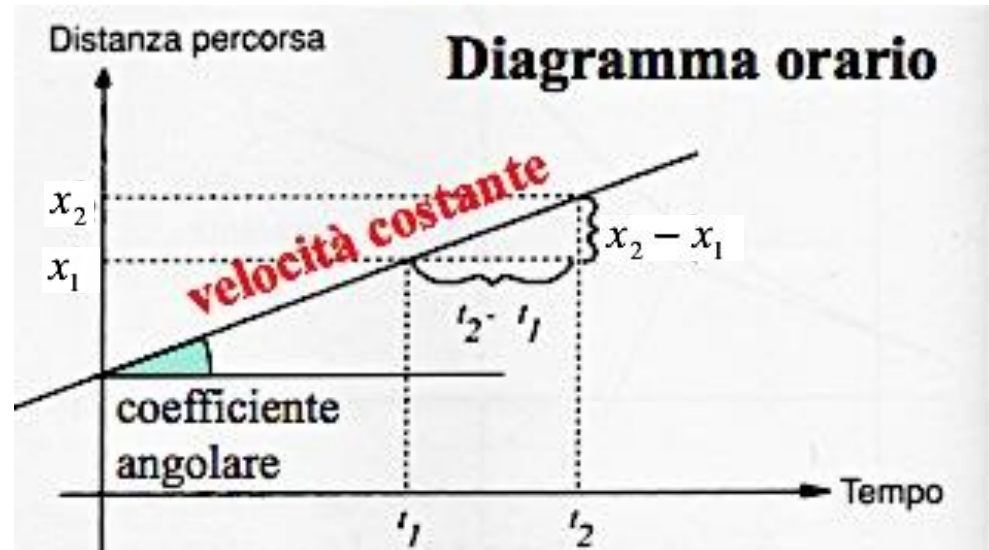


Figura 6-4

Per calcolare una velocità costante, dividiamo la differenza fra due distanze percorse ($x_2 - x_1$) per la differenza fra i tempi impiegati per percorrerle ($t_2 - t_1$).

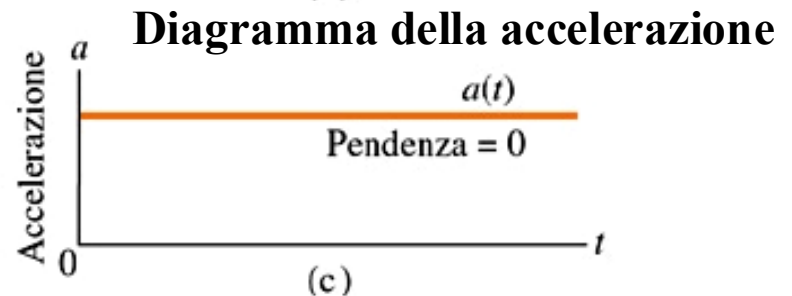
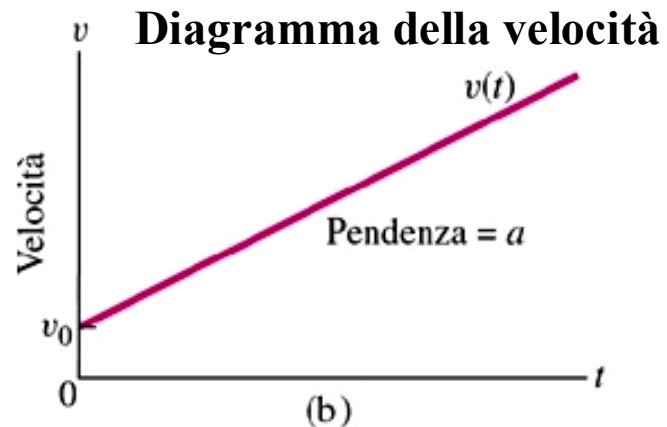
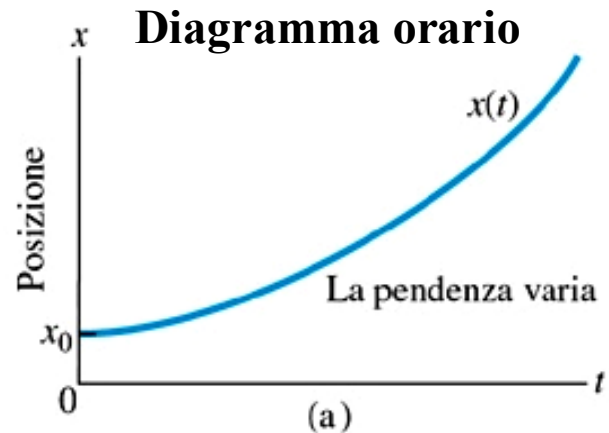
..... e moto uniformemente accelerato in 1D

**Equazioni del moto
uniformemente accelerato
($a = \text{cost}$)**

(I) $v = v_0 + at$

(II) $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

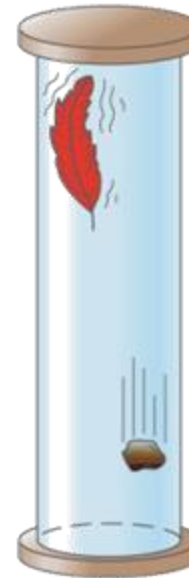
(III) $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$



Accelerazione di gravità nel moto di caduta libera in 1D

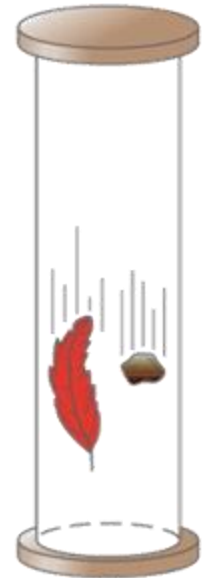
Equazioni del moto di oggetti in caduta libera ($a = -g = \text{cost}$)

$$I) v = v_0 - gt \quad II) y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad III) v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$$



Tubo pieno d'aria

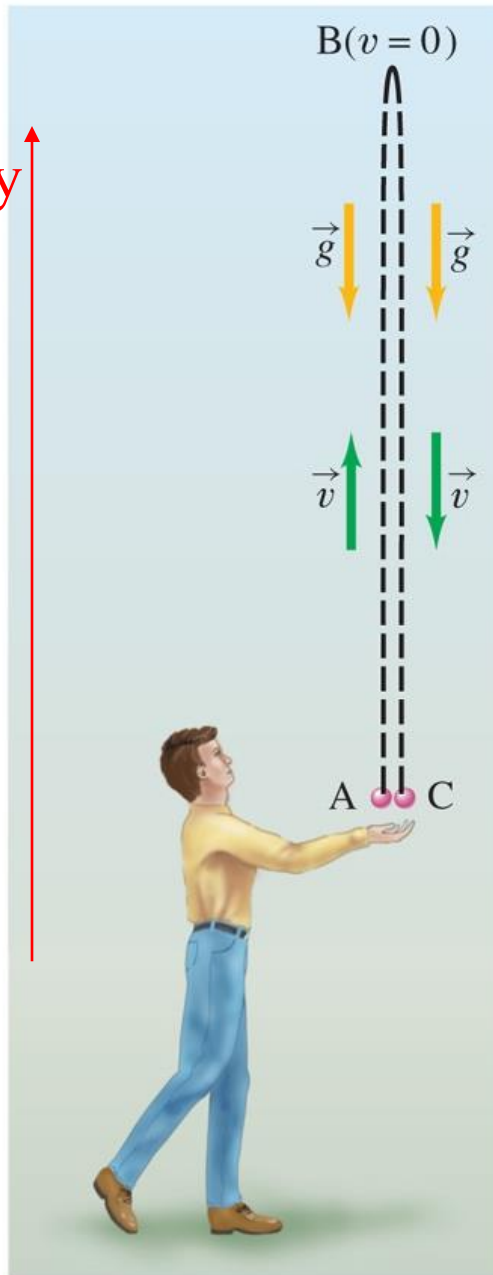
(a)



Tubo «vuoto»

(b)

asse y



Fisica

Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

Esempio 3:

Consideriamo adesso una palla lanciata verso l'alto con una velocità iniziale $v_0 = 15.0 \text{ m/s}$ e calcoliamo: **(1) quanto in alto arriva la palla;** (2) quanto a lungo rimane in aria la palla prima di ricadere in mano al lanciatore (punto C).

(1) Avendo scelto stavolta come verso positivo dell'asse y quello verso l'alto, l'accelerazione sarà pari ad $a = -g = -9.80 \text{ m/s}^2$. Conviene adesso utilizzare l'**equazione III** del moto uniformemente accelerato di un oggetto sottoposto alla sola accelerazione di gravità:

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$$

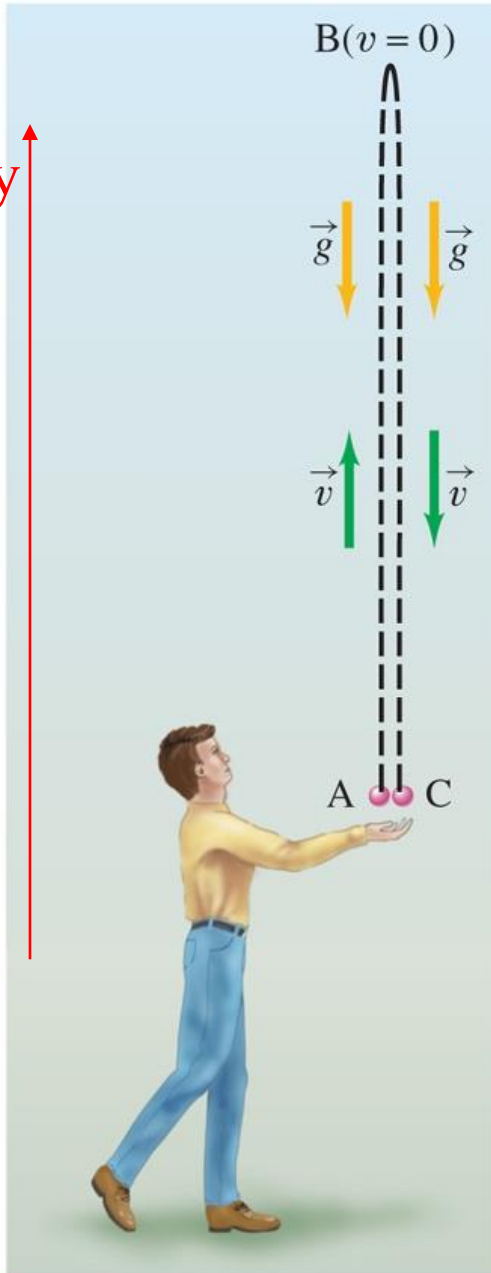
dove sappiamo che $y_0 = 0$, $v_0 = 15.0 \text{ m/s}$ e $v = 0$ (nel punto B), mentre l'incognita è y.

Risolviamo dunque l'equazione rispetto ad y e sostituiamo:

$$y = \frac{v^2 - v_0^2}{-2g} = \frac{0 - (15 \text{ m/s})^2}{-2(9.8 \text{ m/s}^2)} = 11.5 \text{ m}$$

Quindi nel punto B la palla raggiunge un'altezza di 11.5m al di sopra della mano.

asse y



Fisica

Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

Esempio 3:

Consideriamo adesso una palla lanciata verso l'alto con una velocità iniziale $v_0=15.0\text{m/s}$ e calcoliamo: (1) quanto in alto arriva la palla; (2) **quanto a lungo rimane in aria la palla prima di ricadere in mano al lanciatore (punto C).**

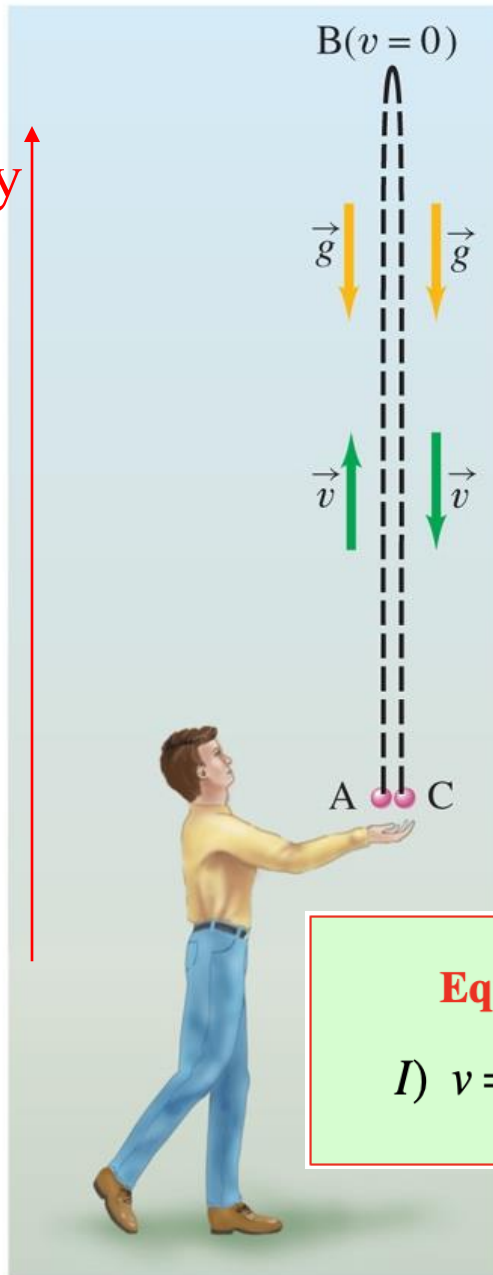
(2) Al secondo punto si può rispondere seguendo **due procedimenti diversi**. Potremmo ad esempio iniziare calcolando l'intervallo di tempo tra il momento del lancio ($t = 0$, $v_0 = 15\text{m/s}$) e il momento in cui la palla raggiunge il punto B ($y_B = 11.5\text{m}$ e $v = 0$). La nostra incognita è in questo caso il tempo t , che possiamo agevolmente ricavare dall'**equazione I** del moto di oggetti in caduta libera:

$$v = v_0 - gt \quad \square \quad t = \frac{v - v_0}{-g} = \frac{0 - 15\text{m/s}}{-9.80\text{m/s}^2} = 1.53\text{s}$$

...da cui, moltiplicando per due, si ricava il tempo totale in cui resta in aria la palla prima di ritornare in mano al lanciatore:

$$t = 1.53\text{s} \quad \square 2 = 3.06\text{s}$$

asse y



Esempio 3:

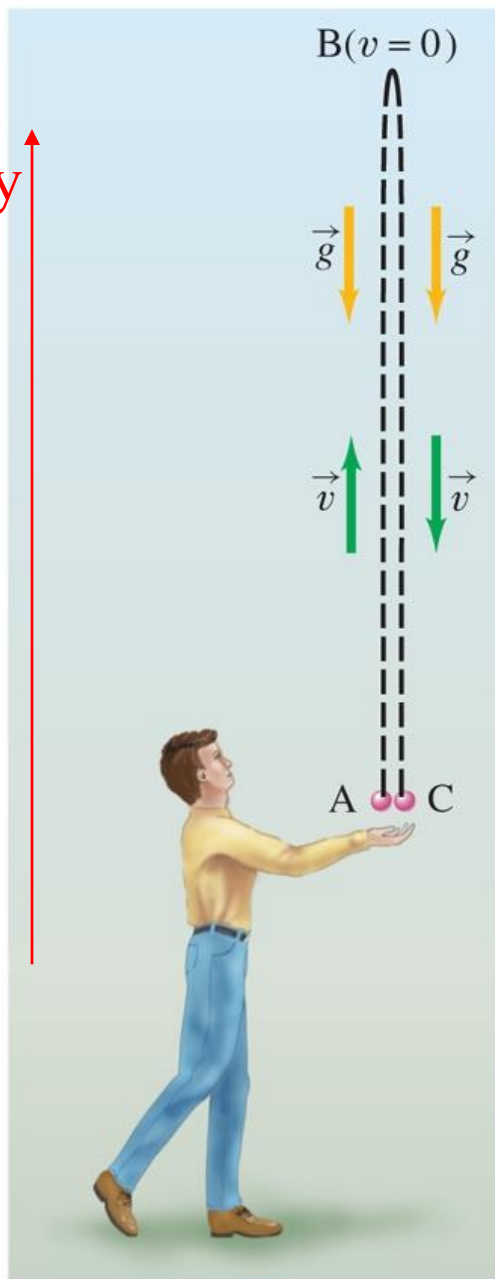
Consideriamo adesso una palla lanciata verso l'alto con una velocità iniziale $v_0=15.0\text{m/s}$ e calcoliamo: (1) quanto in alto arriva la palla; (2) **quanto a lungo rimane in aria la palla prima di ricadere in mano al lanciatore (punto C).**

(2) **In alternativa**, potremmo invece considerare l'intervallo di tempo per l'intero moto da A a B e poi di nuovo a C in un unico passaggio usando **l'equazione II** del moto di oggetti in caduta libera, dato che y rappresenta la **posizione** della palla e non la distanza da essa percorsa. Essendo $y = 0$ nei punti A e C, avremo allora:

Equazioni del moto di oggetti in caduta libera ($a = -g = \text{cost}$)

$$I) \ v = v_0 - gt \quad II) \ y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad III) \ v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0)$$

asse y



Fisica

Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

Esempio 3:

Consideriamo adesso una palla lanciata verso l'alto con una velocità iniziale $v_0=15.0\text{m/s}$ e calcoliamo: (1) quanto in alto arriva la palla; (2) **quanto a lungo rimane in aria la palla prima di ricadere in mano al lanciatore (punto C).**

(2) **In alternativa**, potremmo invece considerare l'intervallo di tempo per l'intero moto da A a B e poi di nuovo a C in un unico passaggio usando **l'equazione II** del moto di oggetti in caduta libera, dato che y rappresenta la **posizione** della palla e non la distanza da essa percorsa. Essendo $y = 0$ nei punti A e C, avremo allora:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \square$$

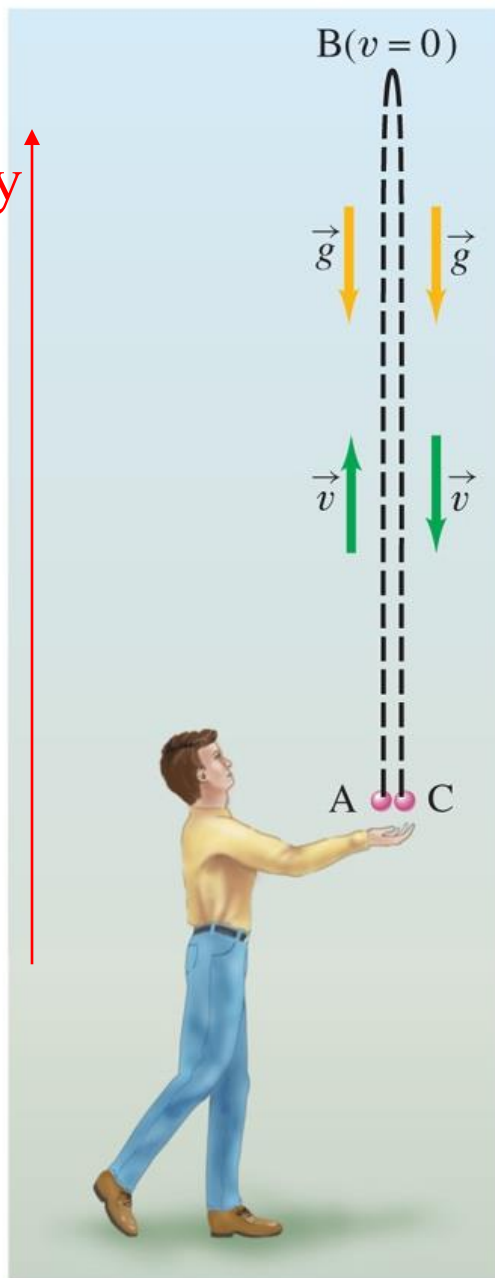
$$\square \quad 0 = 0 + (15\text{m/s})t - \frac{1}{2}(9.80\text{m/s}^2)t^2$$

...che è un'equazione di secondo grado incompleta 'spuria', cioè del tipo $bx + ax^2 = 0 \rightarrow (b + ax)x = 0$ e che dunque, sostituendo i nostri valori, possiamo riscrivere come: $\square (15\text{m/s} - 4.90\text{m/s}^2 \square t)t = 0$

Dalla legge di annullamento del prodotto si ricavano dunque le due soluzioni:

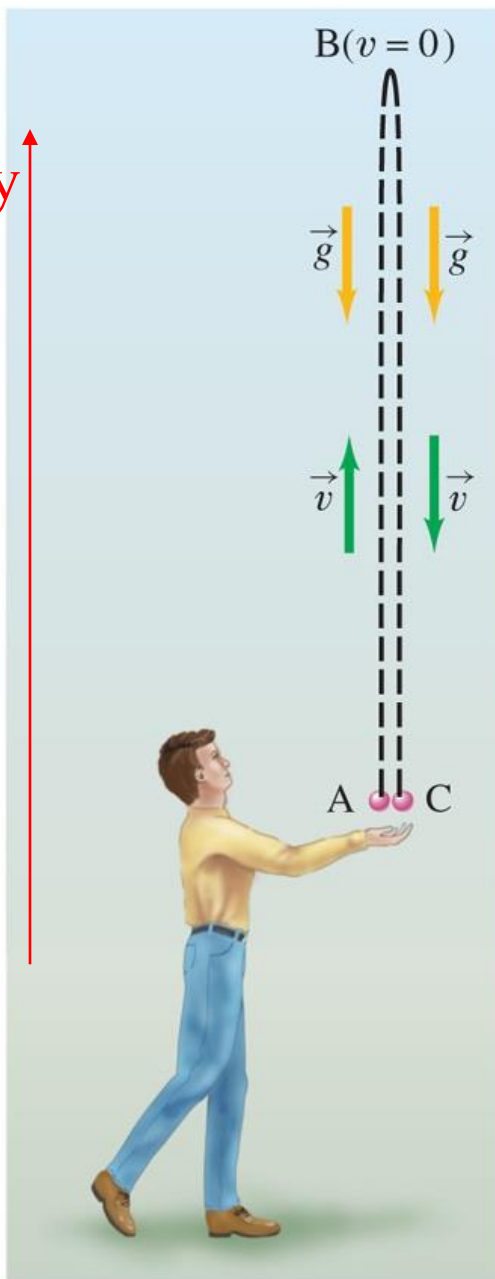
- $\square \quad t_1 = 0$ che corrisponde al punto iniziale A
- $\square \quad t_2 = \frac{15.0\text{m/s}}{4.90\text{m/s}^2} = 3.06\text{s}$ che corrisponde al punto finale C e che è quindi quella cercata!

asse y



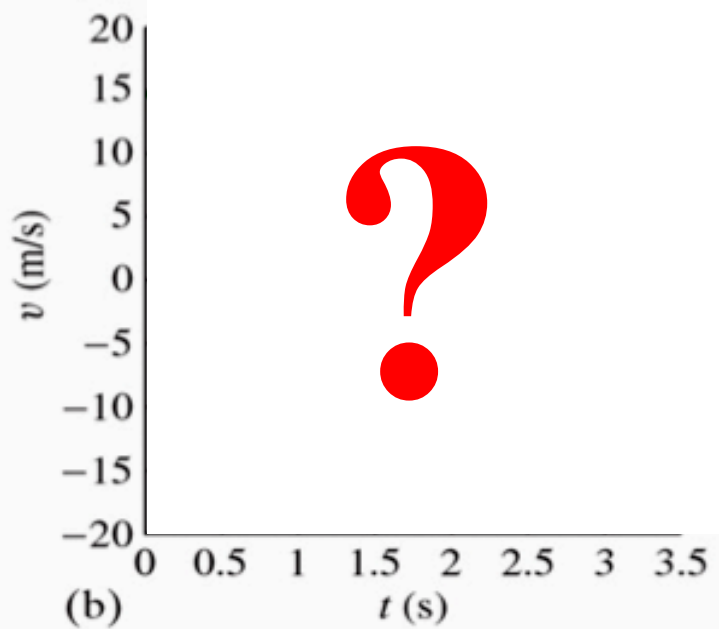
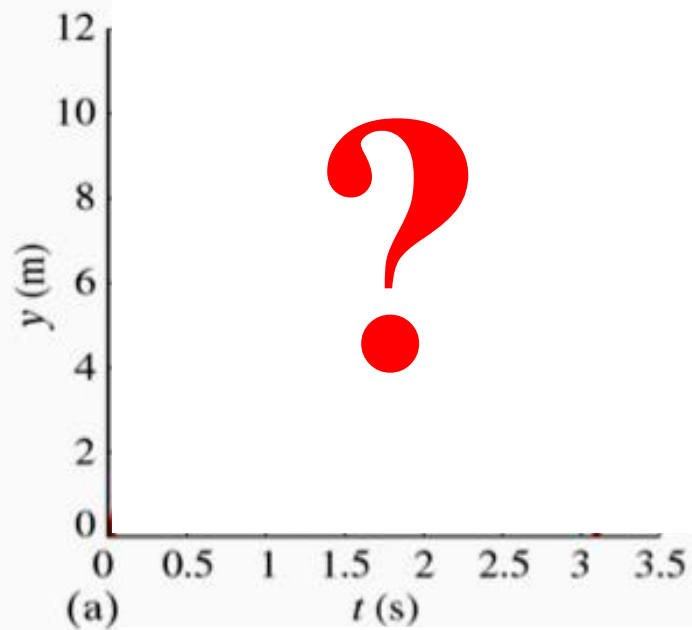
Proviamo a disegnare il
diagramma orario e il
diagramma della velocità
relativi all'esempio appena
visto...

asse y



Fisica

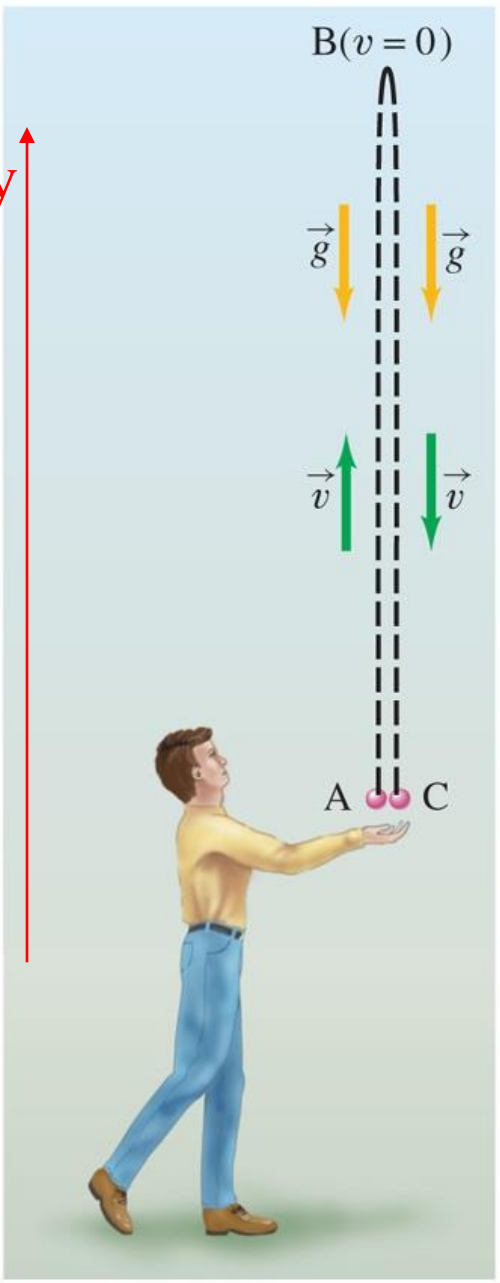
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana



Fisica

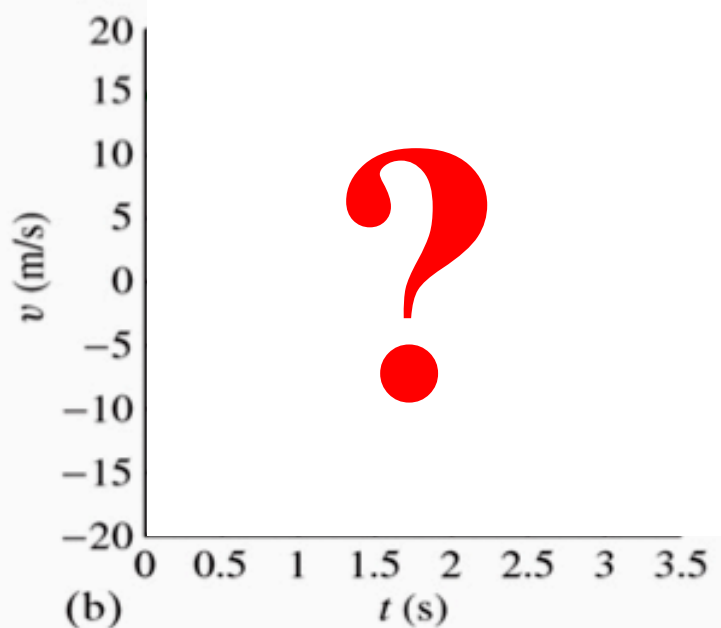
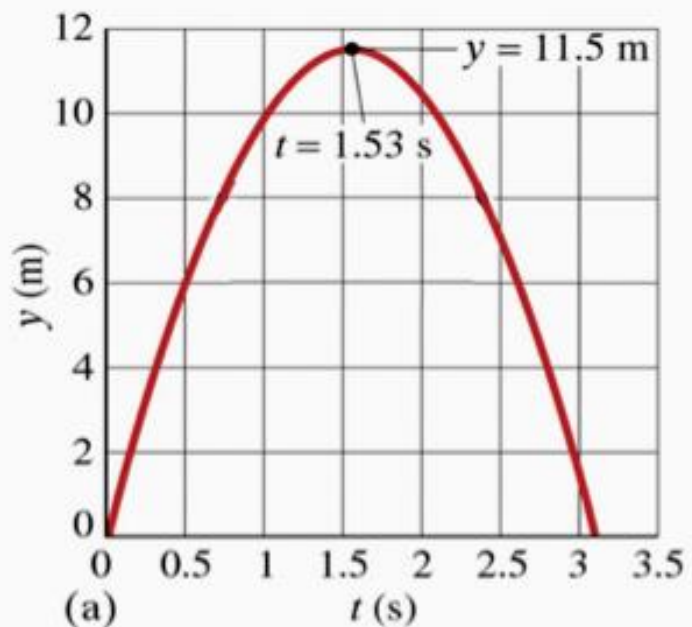
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

asse y



Fisica

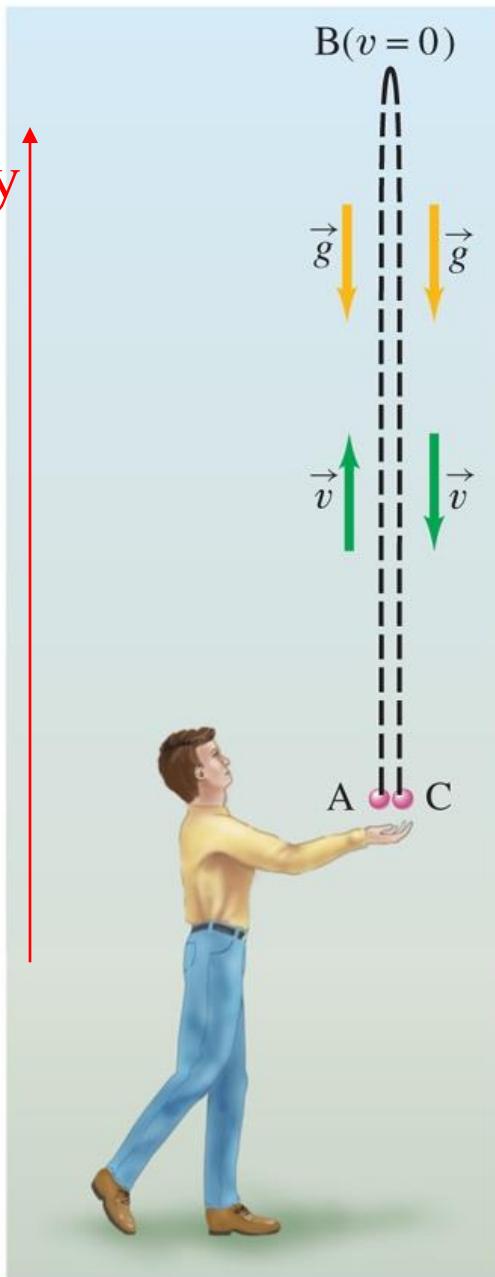
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana



Fisica

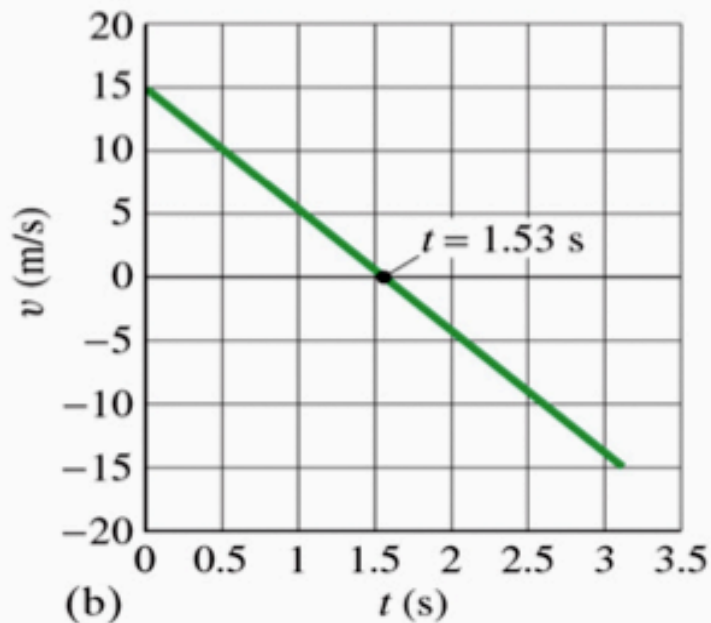
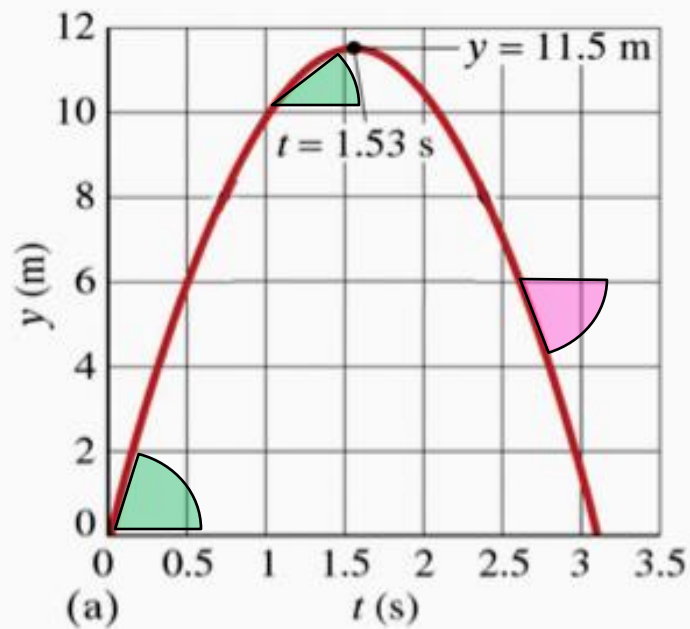
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

asse y



Fisica

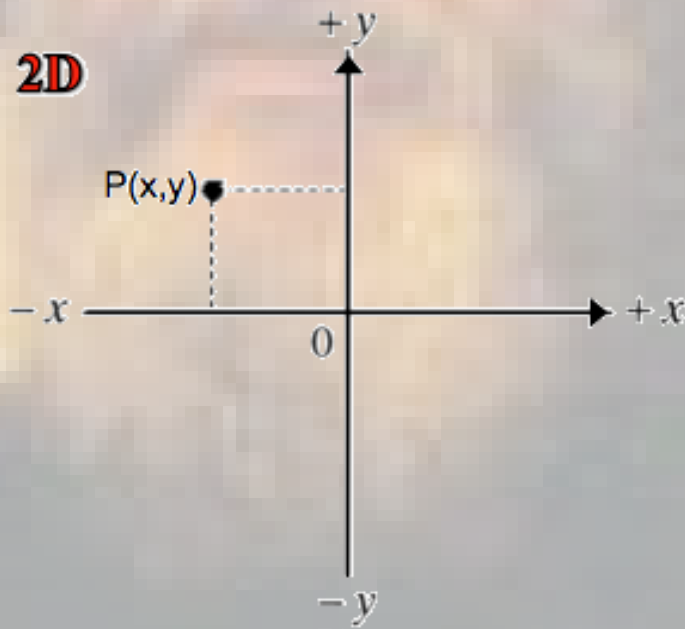
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana



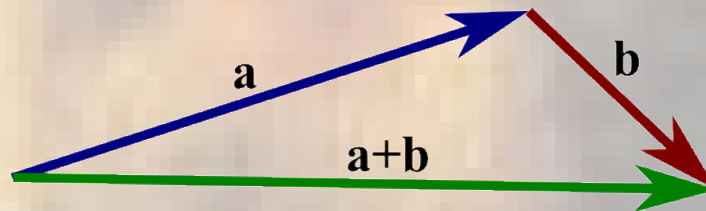
Fisica

Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

VERSO LA CINEMATICA in 2D...



I Vettori



Grandezze scalari e grandezze vettoriali



**La distanza tra Roma e Milano è di 600 km.
Se parto da Roma e percorro 600 km mi troverò a Milano?**

NO, non è detto... infatti, mentre la *distanza* tra due punti o la *lunghezza* di un oggetto sono completamente definite da un numero e dalla sua unità di misura, una grandezza come lo *spostamento* ha bisogno di ulteriori informazioni. E' facile capire che percorrendo 600 km da Roma in linea retta ci si può trovare in qualsiasi punto di una circonferenza di centro Roma e raggio 600 km: **dipende dalla direzione che abbiamo scelto!** Il motivo è che lo *spostamento* – come già sappiamo – è una *grandezza vettoriale*, mentre la *distanza* è una *grandezza scalare*.

Una *grandezza scalare* è completamente definita da un valore numerico (con la sua unità di misura).

Ecco alcuni esempi di scalari:

- distanza = 600 km
- massa = 250 kg
- intervallo di tempo = 23 s
- energia cinetica = 40 J (*Joule, che come vedremo è l'unità di misura dell'energia nel SI*)

La somma di grandezze scalari (omogenee) si esegue come la normale somma tra numeri reali.

Grandezze scalari e grandezze vettoriali

Per spostarmi correttamente da Roma a Milano ho bisogno di ulteriori informazioni, espresse da una grandezza vettoriale

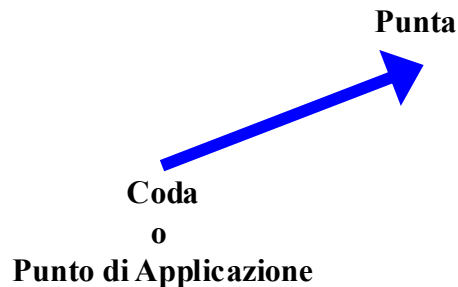


Generalmente le tre informazioni che individuano una **grandezza vettoriale** (e dunque il vettore ad essa corrispondente) sono:

- * **l'intensità o modulo** (un numero reale con unità di misura)
- * **la direzione** (l'insieme delle rette parallele al vettore dato)
- * **il verso** (uno dei due versi di percorrenza, data una direzione)

I **vettori**, utile strumento matematico per trattare queste grandezze, sono rappresentati da **segmenti orientati** che visualizzano in modo grafico le tre informazioni.

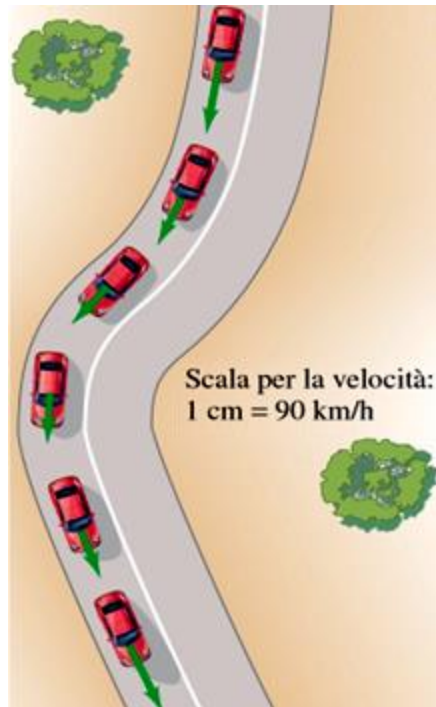
Il punto indicato dalla freccia si chiama **punta** del vettore, mentre il punto iniziale si chiama **coda**, o anche **punto di applicazione** del vettore. Un vettore si indica ad esempio con $\vec{v}$ mentre il suo modulo si scrive $|\vec{v}|$ o semplicemente v .



Ecco alcuni esempi di grandezze vettoriali:

- Spazio percorso = 600 km in **direzione** Nord-Sud, **verso** Nord
- Spazio percorso = 20 m **verso** Nord-Est
- Velocità = 50 km/h **verso** Sud
- Forza = 100 N in **direzione** verticale, **verso** l'alto

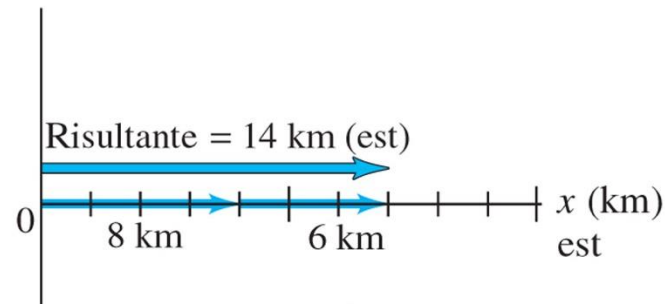
Operazioni con le grandezze vettoriali



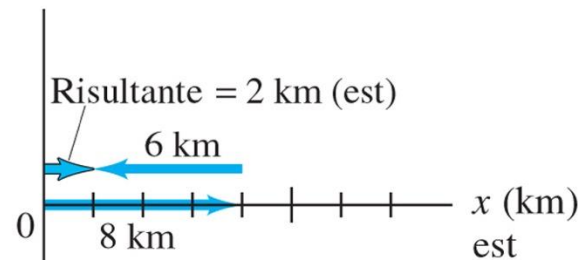
La freccia che rappresenta un vettore $\vec{v}$ è ovviamente sempre disegnata in modo tale da indicarne la **direzione** e il **verso**, mentre spesso la **lunghezza** della freccia è proporzionale al **modulo** del vettore (vedi ad esempio i vettori velocità disegnati in figura).

La **somma** di grandezze vettoriali (omogenee) **non** si esegue in generale come la normale somma tra numeri reali ma necessita di un metodo specifico per ottenere il vettore **risultante**.

In realtà si può usare la semplice aritmetica **solo** per sommare algebricamente vettori che abbiano la **stessa direzione**, come accade quando si lavora, come abbiamo fatto finora, su sistemi di riferimento ad una dimensione:



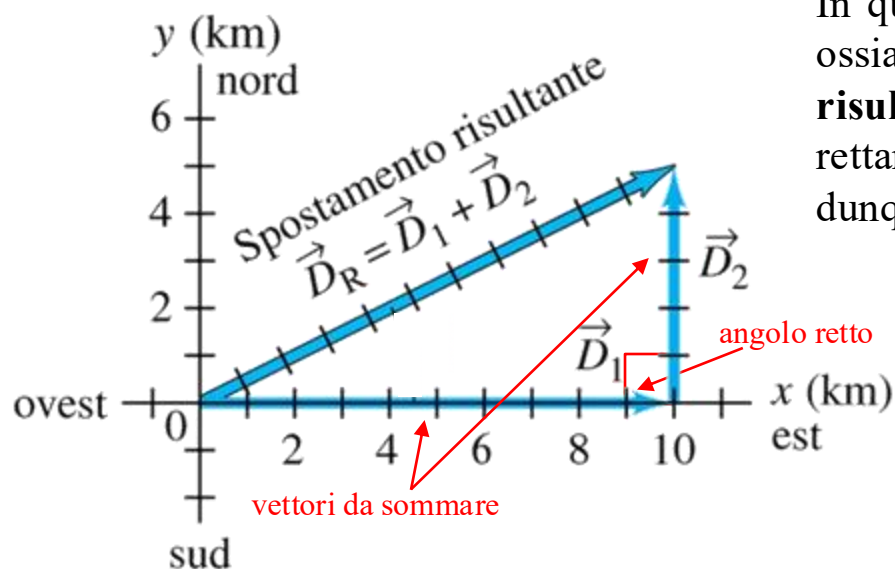
(a)



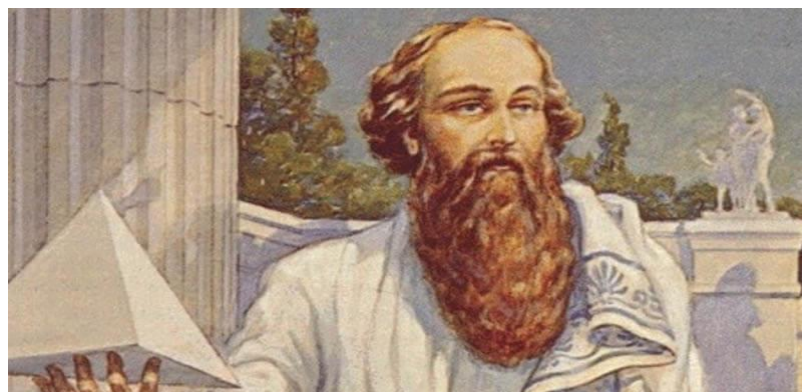
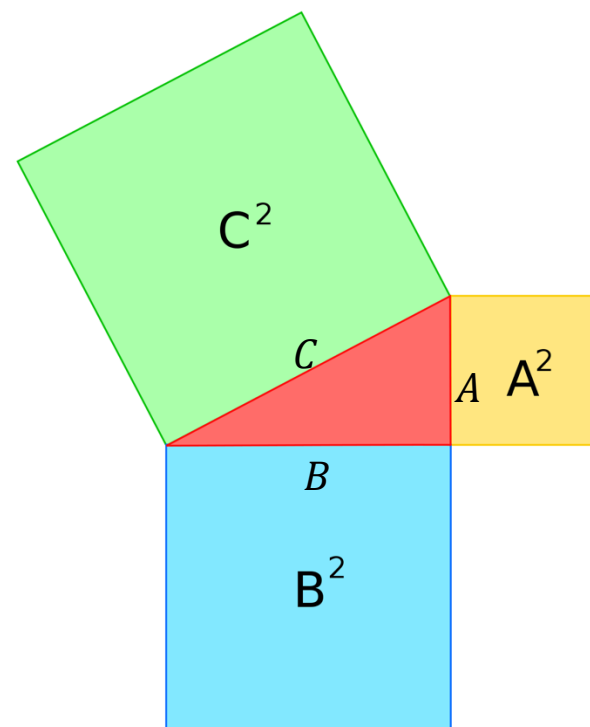
(b)

Somma di vettori in 2 dimensioni

Le cose cambiano, invece, se si lavora in **sistemi di riferimento a due dimensioni** e se i due vettori da sommare (ad es. di modulo 10 Km e 5 Km) non giacciono lungo la stessa retta, come in figura.



In questo caso i vettori da sommare sono **ortogonali**, ossia formano un angolo retto, e il **modulo del vettore risultante**, che rappresenta l'*ipotenusa* del triangolo rettangolo che ha per *cateti* i due vettori originali, può dunque essere calcolato con il *teorema di Pitagora*:

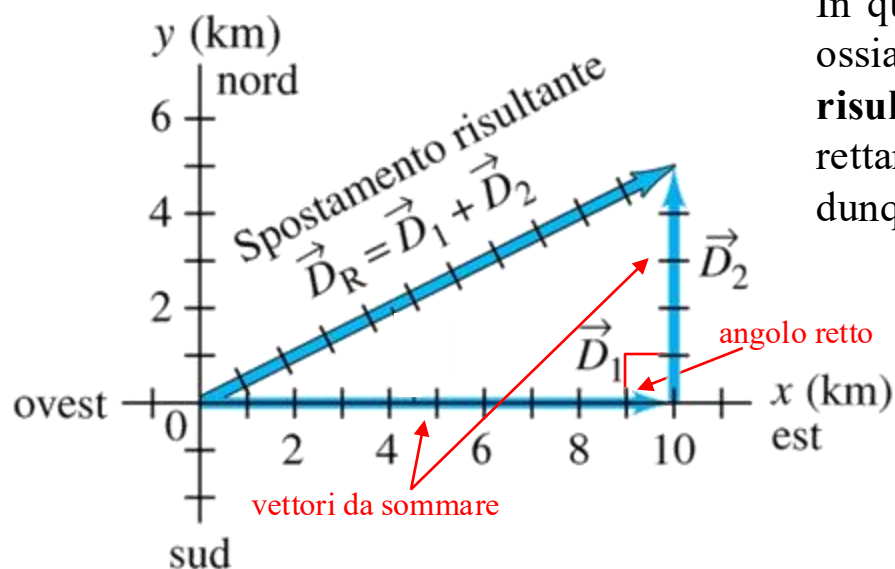


Pitagora (Samo, 580 a.C. circa - Metaponto, 495 a.C. circa)

$$C^2 = B^2 + A^2 \rightarrow C = \sqrt{B^2 + A^2}$$

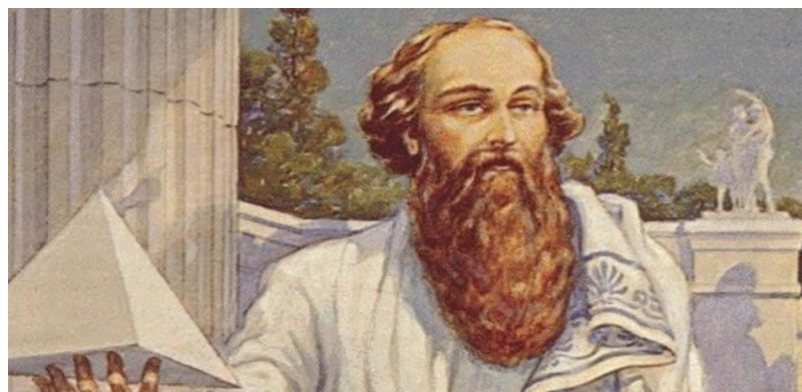
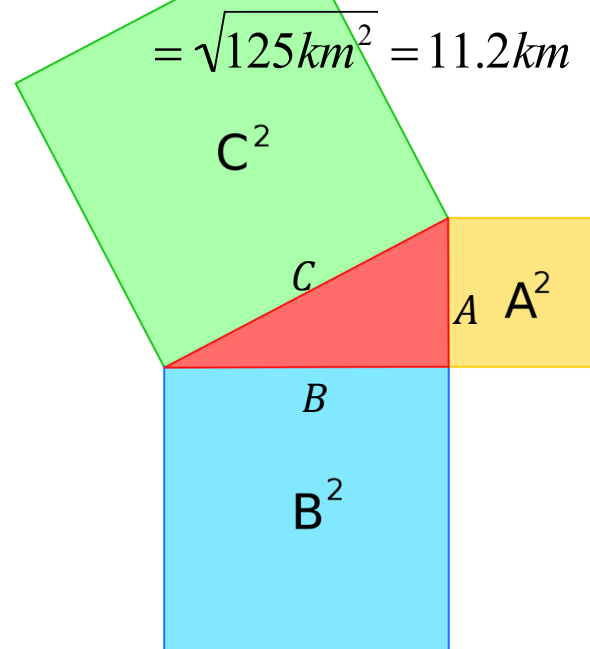
Somma di vettori in 2 dimensioni

Le cose cambiano, invece, se si lavora in **sistemi di riferimento a due dimensioni** e se i due vettori da sommare (ad es. di modulo 10 Km e 5 Km) non giacciono lungo la stessa retta, come in figura.



In questo caso i vettori da sommare sono **ortogonali**, ossia formano un angolo retto, e il **modulo del vettore risultante**, che rappresenta l'*ipotenusa* del triangolo rettangolo che ha per *cateti* i due vettori originali, può dunque essere calcolato con il *teorema di Pitagora*:

$$D_R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} = \sqrt{(10.0\text{km})^2 + (5.0\text{km})^2} = \sqrt{125\text{km}^2} = 11.2\text{km}$$

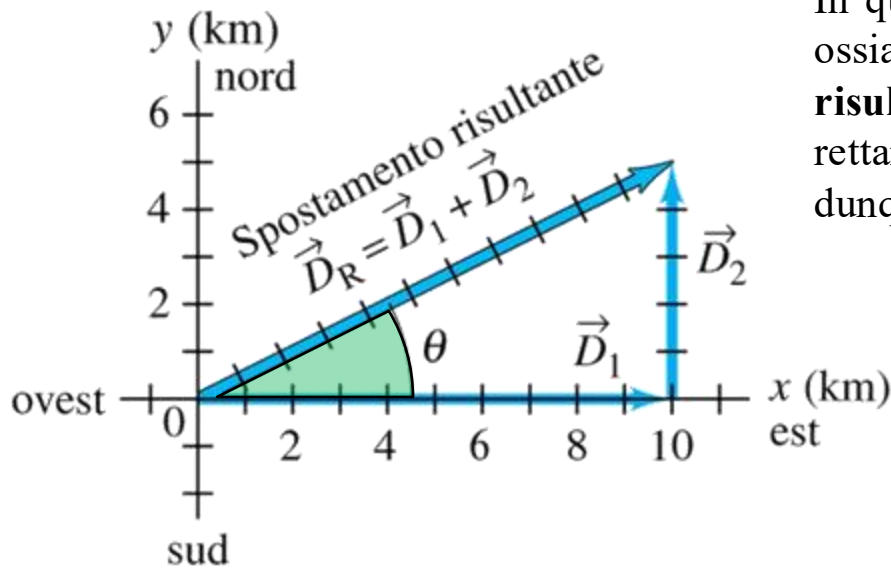


Pitagora (Samo, 580 a.C. circa - Metaponto, 495 a.C. circa)

$$C^2 = B^2 + A^2 \rightarrow C = \sqrt{B^2 + A^2}$$

Somma di vettori in 2 dimensioni

Le cose cambiano, invece, se si lavora in **sistemi di riferimento a due dimensioni** e se i due vettori da sommare (ad es. di modulo 10 Km e 5 Km) non giacciono lungo la stessa retta, come in figura.



In questo caso i vettori da sommare sono **ortogonali**, ossia formano un angolo retto, e il **modulo del vettore risultante**, che rappresenta l'*ipotenusa* del triangolo rettangolo che ha per *cateti* i due vettori originali, può dunque essere calcolato con il *teorema di Pitagora*:

$$D_R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} = \sqrt{(10.0\text{km})^2 + (5.0\text{km})^2} = \sqrt{125\text{km}^2} = 11.2\text{km}$$

Notiamo anche che il vettore risultante $\vec{D}_R$ forma un certo **angolo θ** con l'asse x positivo (vedremo dopo come ricavarlo).

Importante: osserviamo che il modulo del vettore risultante ottenuto con la somma vettoriale appena vista è **minore** della somma dei moduli dei due vettori sommati (pari a 15km): è questa la famosa “**disuguaglianza triangolare**” ($D_R < D_1 + D_2$).

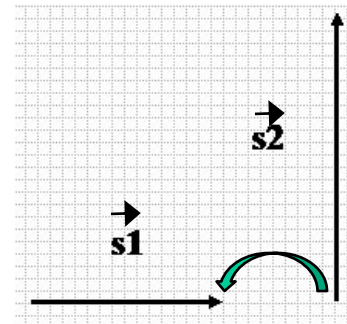
Osserviamo inoltre che, nell'esempio precedente, non sarebbe corretto scrivere: $\vec{D}_R = 11.2\text{km}$ perchè il numero 11.2km si riferisce solo al modulo del vettore $\vec{D}_R$ (si sarebbe invece potuto scrivere, in alternativa, $|\vec{D}_R| = 11.2\text{km}$).

Somma grafica di vettori in 2 dimensioni

L'esempio appena visto suggerisce una regola generale per l'addizione grafica di due vettori, indipendentemente dall'angolo che formano. E' il cosiddetto **metodo coda-punta** per la somma vettoriale:

1) In un grafico si traccino in scala i due vettori da sommare, $\vec{s}_1$ ed $\vec{s}_2$, ponendo la coda del secondo sulla punta del primo (importante: è possibile **traslare** qualunque vettore sul piano, spostando il suo punto di applicazione, cioè la sua coda, ma **senza ruotarlo**, cioè senza cambiarne modulo, direzione e verso)

2 vettori:

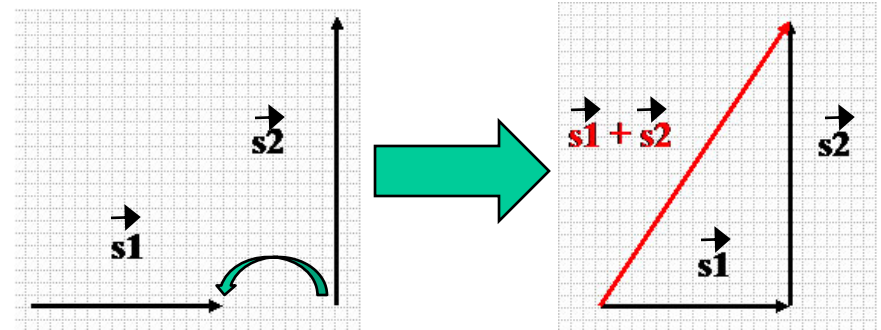


Somma grafica di vettori in 2 dimensioni

L'esempio appena visto suggerisce una regola generale per l'addizione grafica di due vettori, indipendentemente dall'angolo che formano. E' il cosiddetto **metodo coda-punta** per la somma vettoriale:

1) In un grafico si traccino in scala i due vettori da sommare, $\vec{S}_1$ ed $\vec{S}_2$, ponendo la coda del secondo sulla punta del primo (importante: è possibile **traslare** qualunque vettore sul piano, spostando il suo punto di applicazione, cioè la sua coda, ma **senza ruotarlo**, cioè senza cambiarne modulo, direzione e verso)

2) Il **vettore risultante** dalla somma vettoriale $\vec{S}_1 + \vec{S}_2$ sarà un vettore (in rosso) che ha la **coda** sulla coda del primo e la **punta** sulla punta del secondo.;



Non è importante, quando si usa questo metodo, in che **ordine** vengono sommati i vettori, cioè in generale si ha: $\vec{S}_1 + \vec{S}_2 = \vec{S}_2 + \vec{S}_1$ (*proprietà commutativa della somma vettoriale*)

Il metodo coda-punta può essere facilmente **esteso** anche a tre o più vettori, ed è **utile ad esempio** quando si tratta di sommare spostamenti successivi:

3 o più
vettori:

