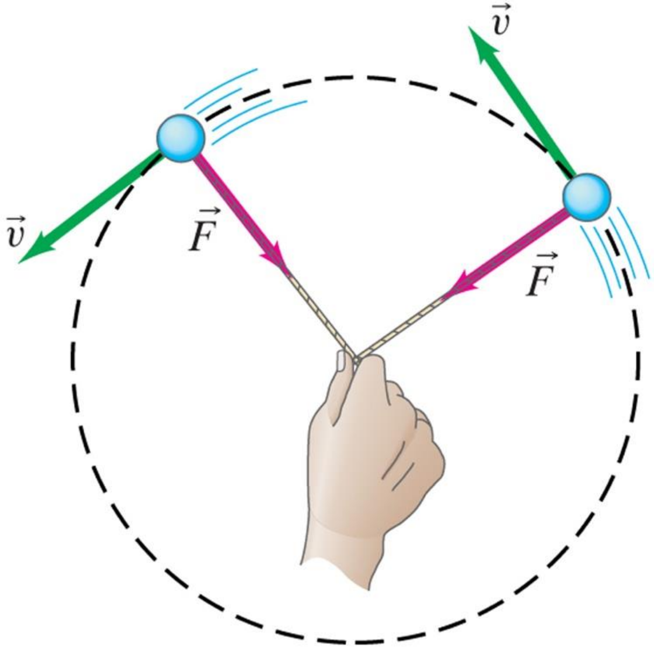
Dinamica del moto Circolare Uniforme: la Forza Centripeta

Abbiamo visto che dalla seconda legge della dinamica si ricava che il **modulo della forza centripeta di un oggetto in moto circolare uniforme** è pari a $F_C = ma_C \rightarrow F_C = mv^2 / r$, e che la sua **direzione** e il suo **verso** devono coincidono con quelli dell'accelerazione centripeta: anche la forza centripeta punterà dunque sempre verso il centro del cerchio lungo la cui circonferenza si muove l'oggetto.

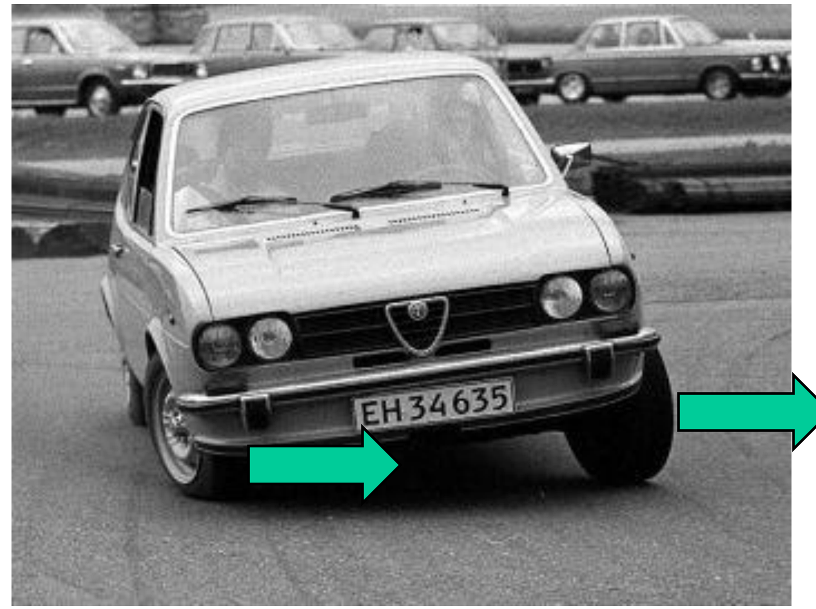


NOTA IMPORTANTE:
La forza centripeta **NON E'** un nuovo tipo di forza che sbuca dal nulla nei moti circolari ma è una sorta di «**soprannome**» che diamo a quelle forze che, applicate a certi oggetti, li costringono in qualche modo a percorrere traiettorie curvilinee o circolari. Ad esempio, nella figura qui accanto, **la forza centripeta che si esercita su una pallina** che rotea a velocità costante **è rappresentata dalla tensione della corda**, tenuta dalla mano.

Non è dunque il moto circolare della pallina a creare la forza centripeta, come intuitivamente verrebbe da pensare, ma è la **forza centripeta (la tensione)** esercitata dalla corda che, puntando costantemente verso il centro del cerchio, ***costringe la pallina a modificare continuamente la sua velocità e quindi a ruotare lungo la sua traiettoria circolare*****!**

Altri esempi di Forza Centripeta

Percorrendo una curva in automobile
Da dove ha origine la forza centripeta che mantiene **l'auto** sulla curva impedendole di sbandare?



Dalla forza di attrito delle ruote col terreno!

Orbitando intorno alla Terra
Da dove ha origine la forza centripeta che mantiene la **navicella Atlantis** in orbita attorno alla terra?

Dalla forza di attrazione gravitazionale della Terra!

Altri esempi di Forza Centripeta

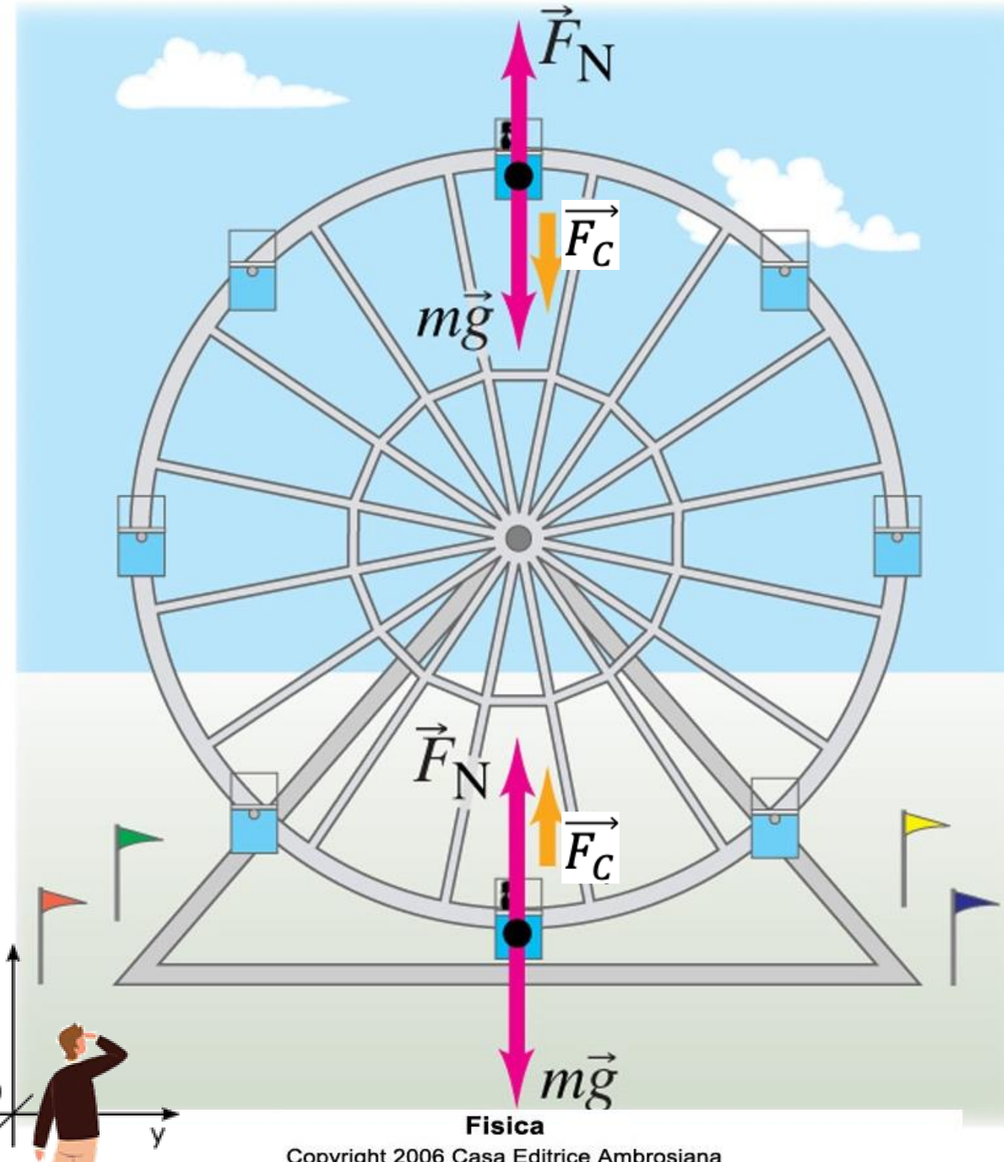
Esempio concettuale

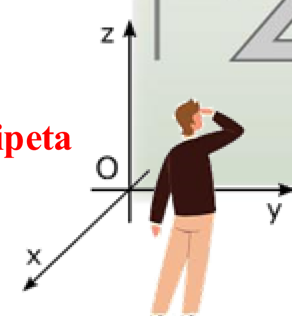
Un turista su una **ruota panoramica** si muove su una circonferenza verticale di raggio r a velocità costante v. Abbiamo visto che **la forza normale che il seggiolino esercita sul turista nel punto più alto della ruota è minore di quella che il seggiolino esercita nel punto più basso della ruota**. Questo perché, per un osservatore posto nel sistema di riferimento terrestre (**inerziale**), la forza centripeta non è una nuova forza che si aggiunge alle altre ma è rappresentata dalla risultante delle **DUE uniche forze in gioco, la forza peso e la forza normale:**

Nel punto più alto: $$\overrightarrow{F_N} = m\vec{g} - \overrightarrow{F_C}$$

Forza Centripeta

Nel punto più basso: $$\overrightarrow{F_N} = m\vec{g} + \overrightarrow{F_C}$$

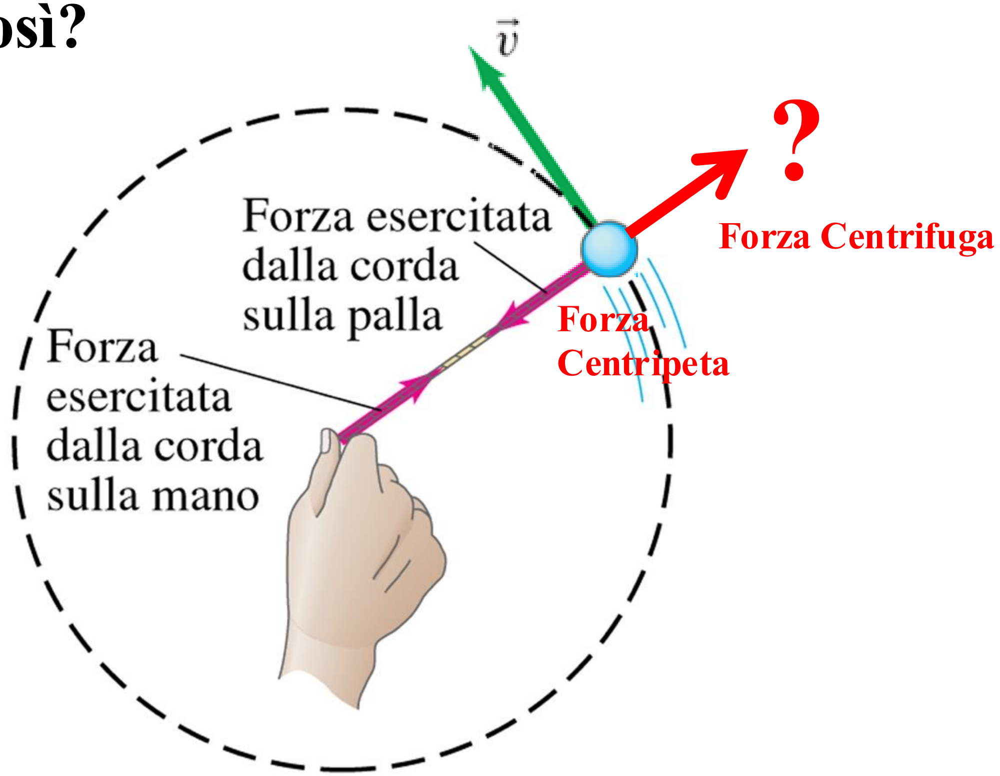




Forza Centripeta e Forza Centrifuga

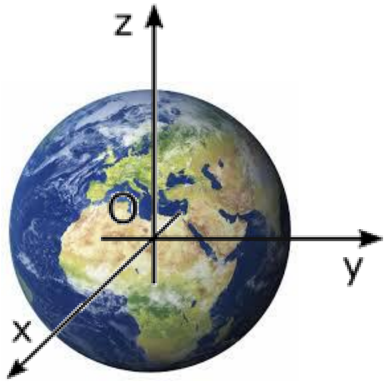
E’ indubbio che, nell’esperimento della pallina che rotea a velocità costante (in modulo) a causa della tensione della corda trattenuta dalla nostra mano, **la mano senta una forza**, esercitata su di lei dalla corda, **che punta verso l’esterno**: questa forza appare uguale ed opposta a quella centripeta (esercitata dalla corda sulla palla) e per questo viene chiamata **forza centrifuga**. La nostra sensazione è che sia la pallina a generare questa forza nel suo tentativo di «sfuggire» verso l’esterno…

Ma è davvero così?

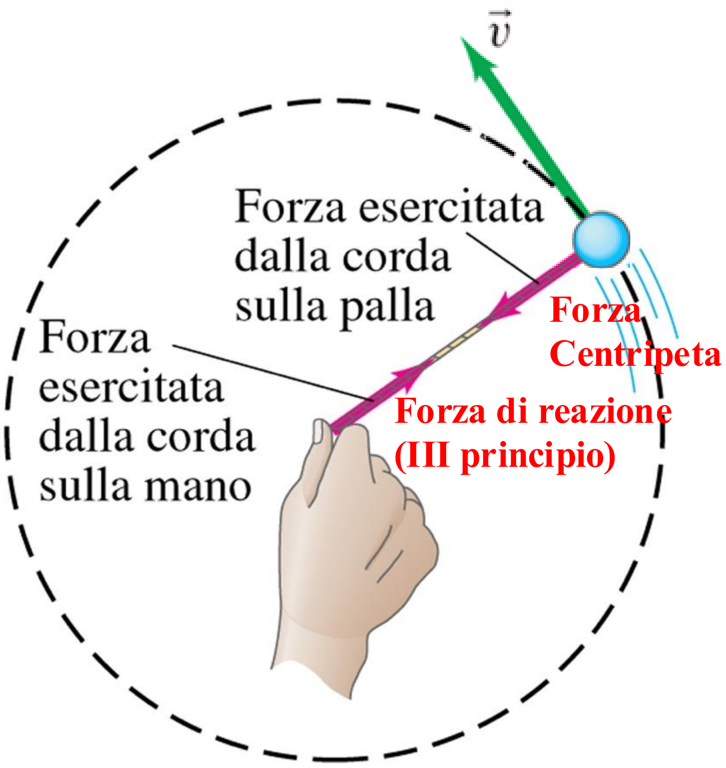


Forza Centripeta e Forza Centrifuga

NO: in realtà, nel sistema di riferimento inerziale della Terra, **l'unica forza agente sulla pallina è la forza centripeta** esercitata dalla corda verso il centro della traiettoria circolare e **non esiste nessuna forza reale indipendente** diretta verso l'esterno: in questo sistema di riferimento terrestre la **forza centrifuga avvertita dalla mano** e generata su di essa dalla corda è solo una forza di reazione, per il **terzo principio** della dinamica, alla forza che la mano esercita sulla corda per trattenerla.

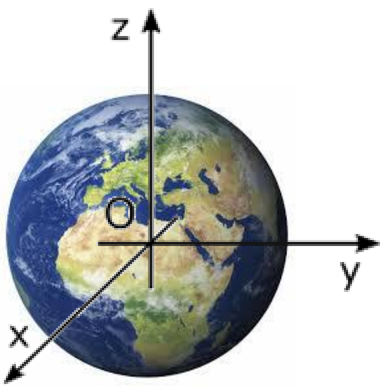


Sistema di riferimento inerziale della Terra

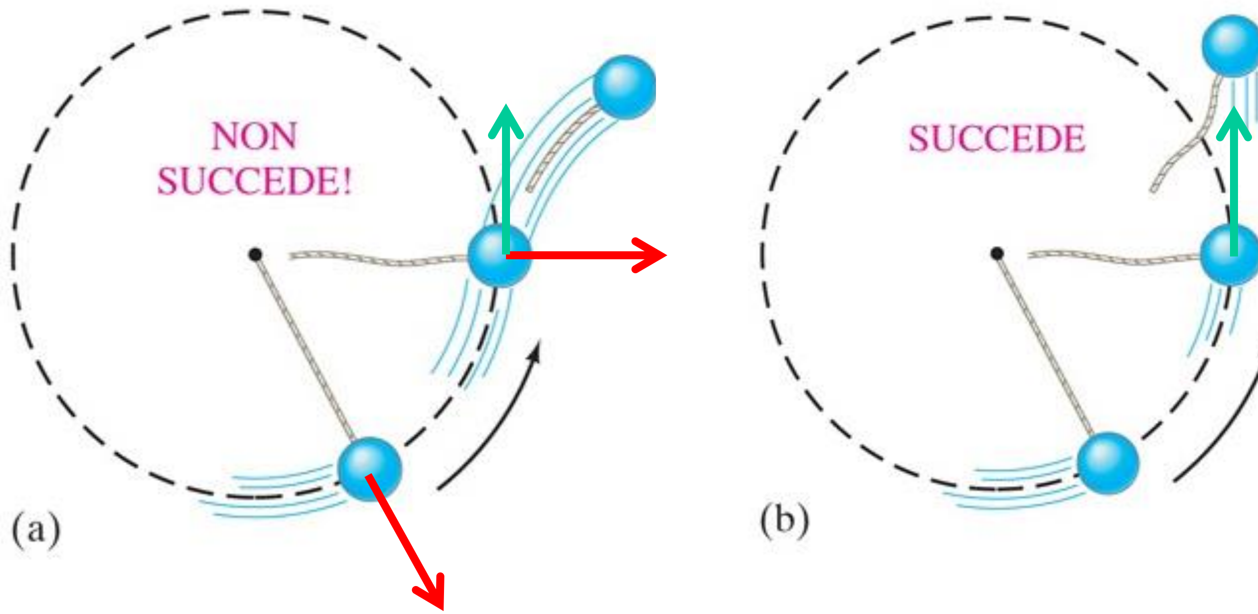


Forza Centripeta e Forza Centrifuga

Il fatto che, nel sistema di riferimento della Terra, sulla pallina non agisca nessuna forza reale indipendente da quella centripeta e diretta verso l'esterno diventa evidente se ad un certo istante **si molla la corda** e si lascia libera la pallina di abbandonare la sua traiettoria circolare: una volta scomparsa la forza centripeta, se veramente esistesse una forza centrifuga indipendente, la pallina volerebbe via in **direzione radiale** come mostrato in figura (a); al contrario, sperimentalmente, essa segue invece, per **inerzia**, la **direzione tangenziale** alla traiettoria, come mostrato in figura (b), che è poi la direzione che il suo vettore velocità aveva all'istante in cui la mano ha mollato la presa (dunque la forza centrifuga scompare insieme a quella centripeta!).

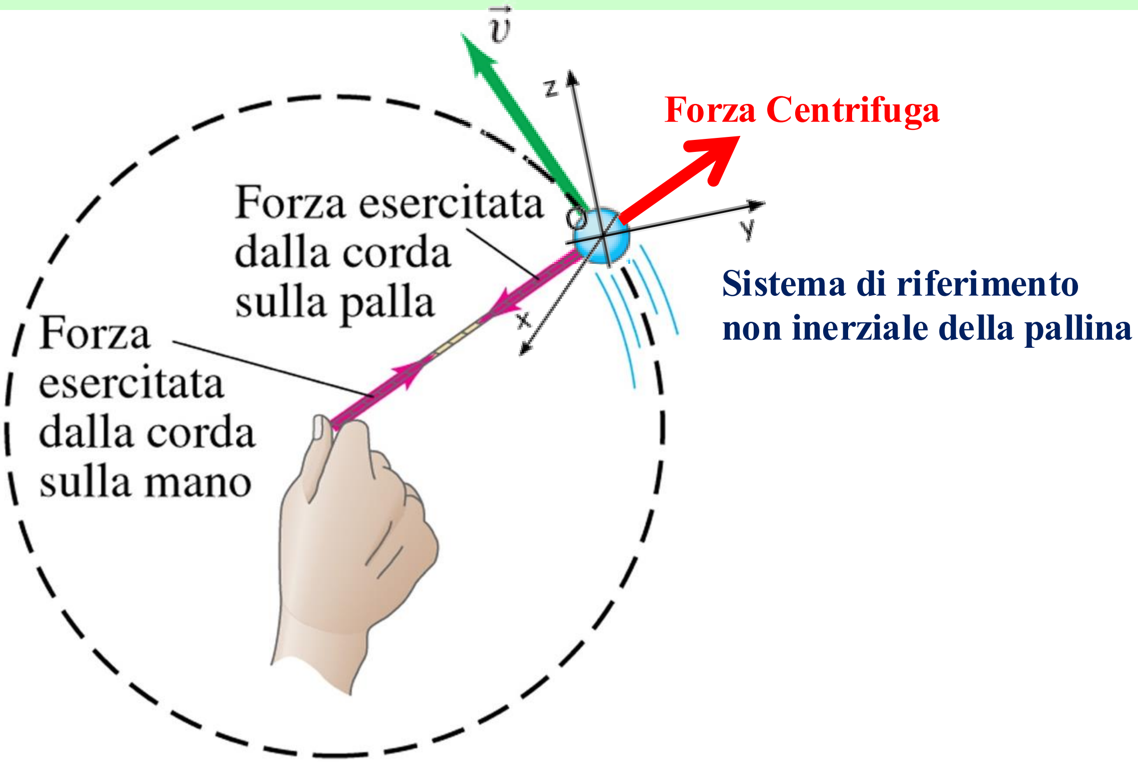


Sistema di riferimento inerziale della Terra



Forza Centripeta e Forza Centrifuga

D'altra parte, se ci poniamo **nel sistema di riferimento in rotazione della pallina**, quest'ultima – che per inerzia tenderebbe a muoversi lungo la direzione tangente della sua velocità – è costretta, dalla forza esercitata su di lei dalla corda, a deviare continuamente dalla sua potenziale traiettoria rettilinea e a percorrere la circonferenza: **la pallina percepisce questa costrizione come una forza centrifuga reale diretta verso l'esterno!** In altre parole, la **forza centrifuga** è una forza (**apparente** nel sistema di riferimento terrestre, ma **reale** nel sistema di riferimento della pallina) sintomatica del fatto che un certo corpo si trova in un **sistema di riferimento non inerziale!**



Esempi di Forza Centrifuga

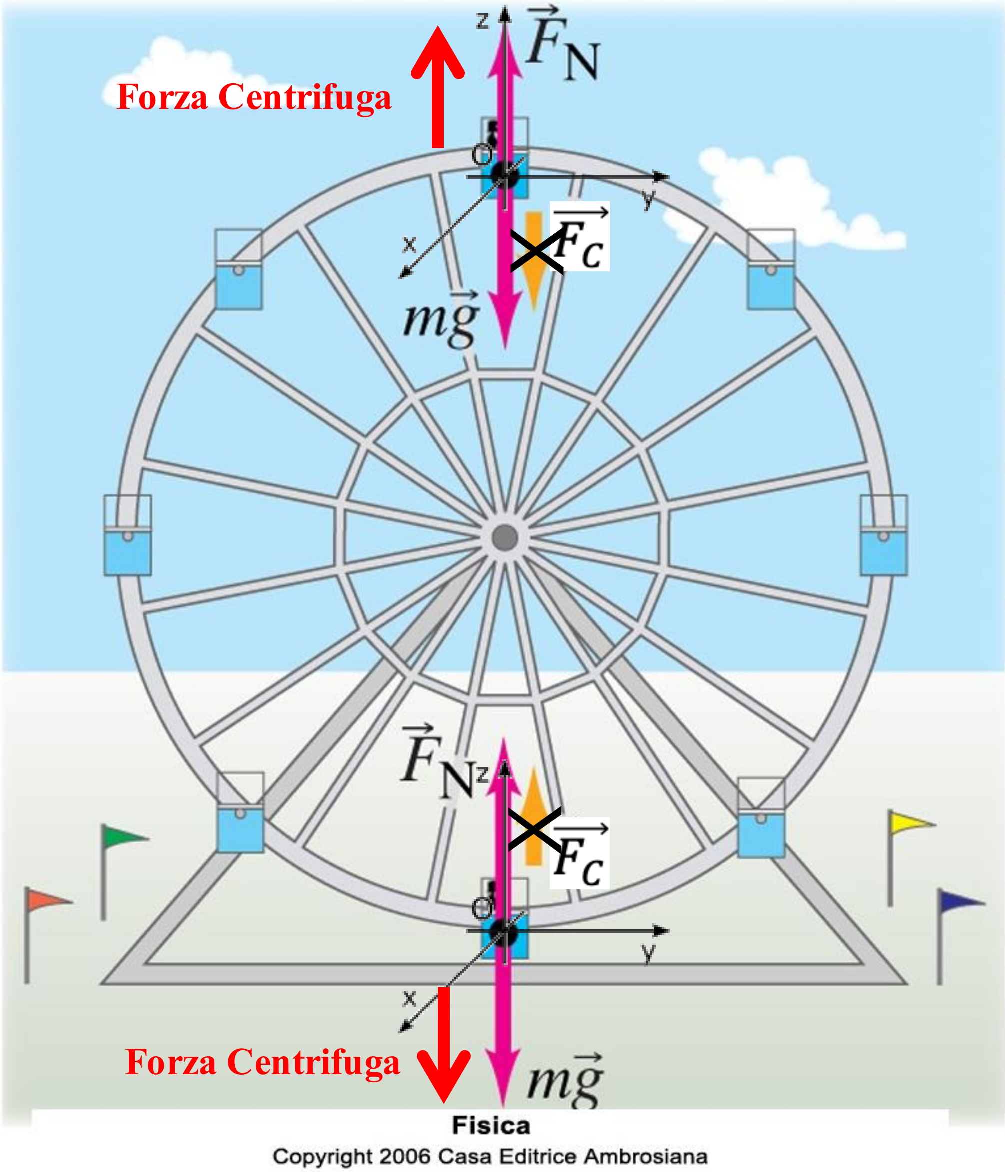
La **forza centrifuga** diretta verso l'esterno che avvertiamo quando giriamo seduti su una **giostra** come quella mostrata in figura**,** è dunque una **forza apparente** dal punto di vista del riferimento inerziale solidale con la Terra, ma diventa **reale** per noi che ci troviamo nel riferimento in **rotazione** solidale con la giostra, che è **non inerziale:** essa è, ancora una volta, dovuta al fatto che il nostro corpo, il quale tenderebbe **per inerzia** a proseguire il suo moto in linea retta, è invece costretto a girare assieme alla giostra a causa della **forza centripeta** esercitata dalla (componente orizzontale della) tensione della catena sui seggiolini su cui siamo seduti...

Forza Centrifuga

Forza Centrifuga

Esempi di Forza Centrifuga

Riprendiamo l'esempio concettuale della ruota visto poco fa. Si chiedeva:
La **forza normale** che il seggiolino esercita sul turista nel punto più alto della ruota è: (a) **minore**, (b) maggiore, (c) uguale a quella che il seggiolino esercita nel punto più basso della ruota? **E' più intuitivo rispondere ragionando dal punto di vista del sistema di riferimento del turista: nella cabina il turista non percepisce nessuna forza centripeta, ma suppone invece che esista una forza centrifuga, uguale ed opposta a quella centripeta, che si aggiunge alla forza peso e a quella normale in modo da formare un sistema equilibrato (visto che nel suo S.R. lui è fermo).**



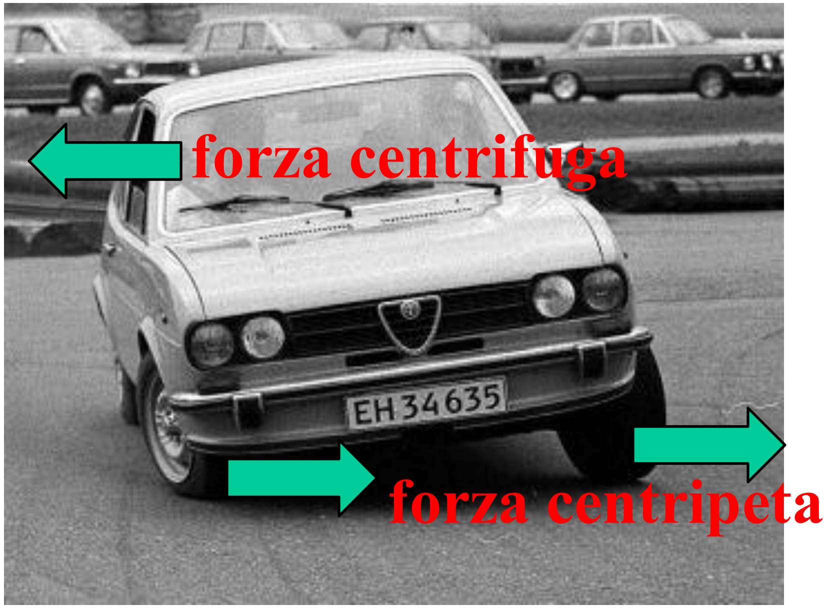
Nel punto più alto: $\overrightarrow{F_N} = m\vec{g} - \overrightarrow{F_C}$

Forza Centrifuga

Nel punto più basso: $\overrightarrow{F_N} = m\vec{g} + \overrightarrow{F_C}$

Esempi di Forza Centripeta e Centrifuga

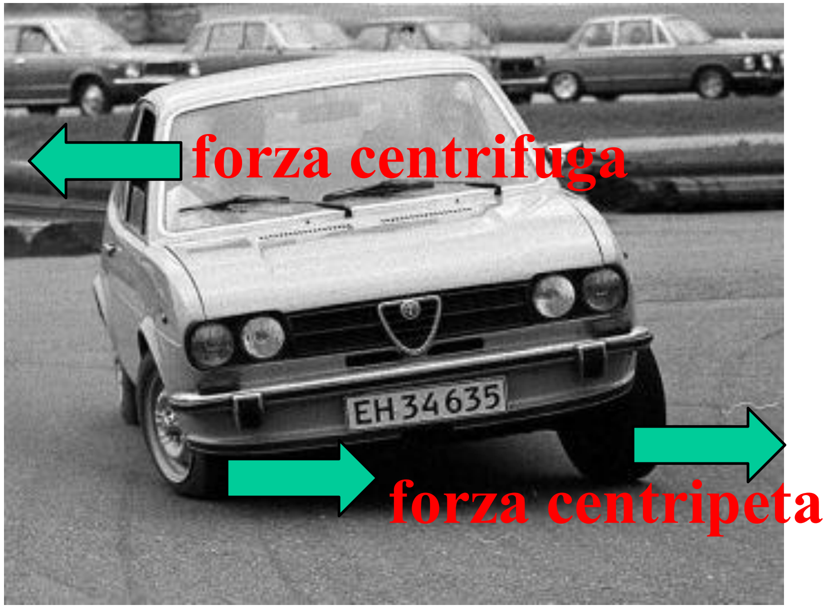
Percorrendo una curva in automobile
Ormai sappiamo da dove ha origine la forza centripeta che mantiene **l'auto** sulla curva impedendole di sbandare, cioè dall'attrito delle ruote col terreno. Ma **un passeggero dentro l'auto, durante la curva, sperimenta una forza centrifuga uguale ed opposta a quella centripeta, quindi verso l'esterno della curva.**



Orbitando intorno alla Terra
Sappiamo che la forza centripeta che mantiene una **navicella** in orbita attorno alla terra è rappresentata dalla attrazione gravitazionale terrestre.

Esempi di Forza Centripeta e Centrifuga

Percorrendo una curva in automobile
Ormai sappiamo da dove ha origine la forza centripeta che mantiene **l'auto** sulla curva impedendole di sbandare, cioè dall'attrito delle ruote col terreno. Ma **un passeggero dentro l'auto, durante la curva, sperimenta una forza centrifuga uguale ed opposta a quella centripeta, quindi verso l'esterno della curva.**

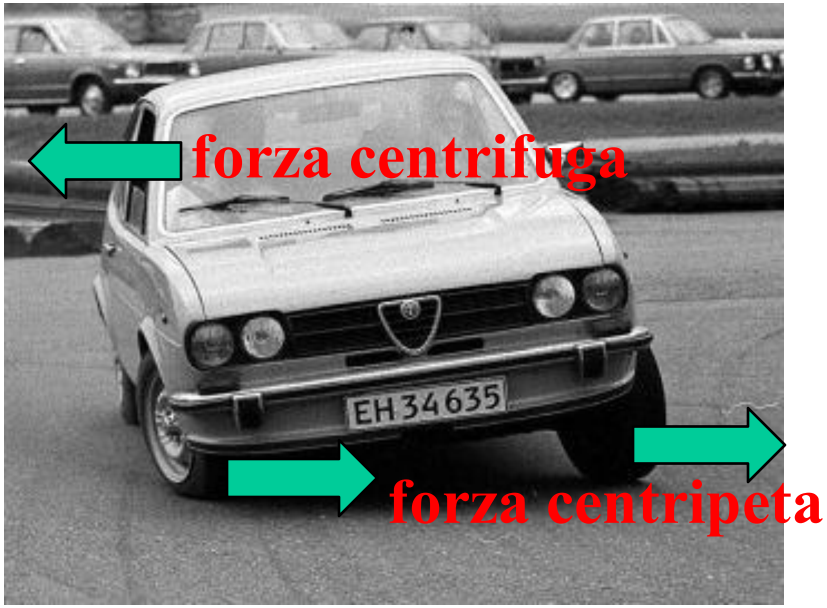


Orbitando intorno alla Terra
Sappiamo che la forza centripeta che mantiene una **navicella** in orbita attorno alla terra è rappresentata dalla attrazione gravitazionale terrestre.

Ma perchè, diversamente dal passeggero dell'auto, che viene schiacciato contro lo sportello, un astronauta dentro la navicella NON sente alcuna forza centrifuga agire su di lui ma sperimenta uno stato di galleggiamento, come in assenza di peso?

Esempi di Forza Centripeta e Centrifuga

Percorrendo una curva in automobile
Ormai sappiamo da dove ha origine la forza centripeta che mantiene **l'auto** sulla curva impedendole di sbandare, cioè dall'attrito delle ruote col terreno. Ma **un passeggero dentro l'auto, durante la curva, sperimenta una forza centrifuga uguale ed opposta a quella centripeta, quindi verso l'esterno della curva.**

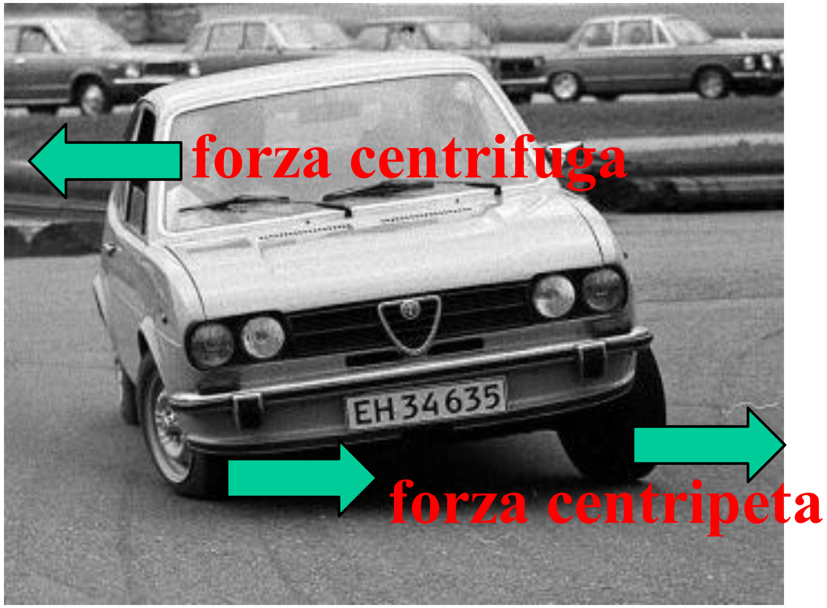


Orbitando intorno alla Terra
Sappiamo che la forza centripeta che mantiene una **navicella** in orbita attorno alla terra è rappresentata dalla attrazione gravitazionale terrestre.

Ma perchè, diversamente dal passeggero dell'auto, che viene schiacciato contro lo sportello, un astronauta dentro la navicella NON sente alcuna forza centrifuga agire su di lui ma sperimenta uno stato di galleggiamento, come in assenza di peso?

Esempi di Forza Centripeta e Centrifuga

Percorrendo una curva in automobile
Ormai sappiamo da dove ha origine la forza centripeta che mantiene **l'auto** sulla curva impedendole di sbandare, cioè dall'attrito delle ruote col terreno. Ma **un passeggero dentro l'auto, durante la curva, sperimenta una forza centrifuga uguale ed opposta a quella centripeta, quindi verso l'esterno della curva.**

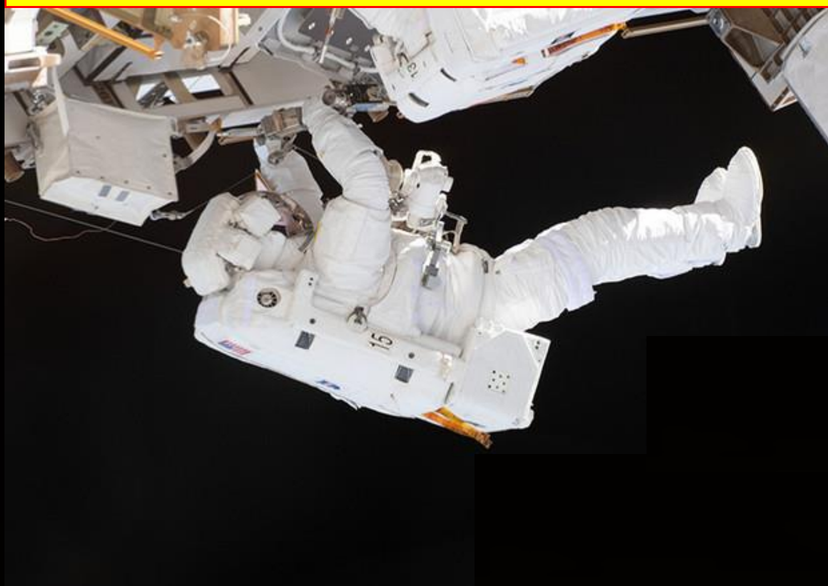


Orbitando intorno alla Terra
Sappiamo che la forza centripeta che mantiene una **navicella** in orbita attorno alla terra è rappresentata dalla attrazione gravitazionale terrestre.

Ma perchè, diversamente dal passeggero dell'auto, che viene schiacciato contro lo sportello, un astronauta dentro la navicella NON sente alcuna forza centrifuga agire su di lui ma sperimenta uno stato di galleggiamento, come in assenza di peso?

Perché **la forza gravitazionale è un'interazione fondamentale** e agisce «a distanza» nello stesso modo sia sulla navicella che sugli astronauti al suo interno, i quali saranno dunque in orbita attorno alla Terra tanto quanto la navicella!

Il sistema di riferimento solidale a una navicella in orbita attorno alla Terra si comporta quindi, stranamente, come un **sistema inerziale**, e lo dimostra il fatto che, quando per qualche motivo escono fuori dalla navicella, gli astronauti continuano ad orbitare esattamente come facevano al suo interno…

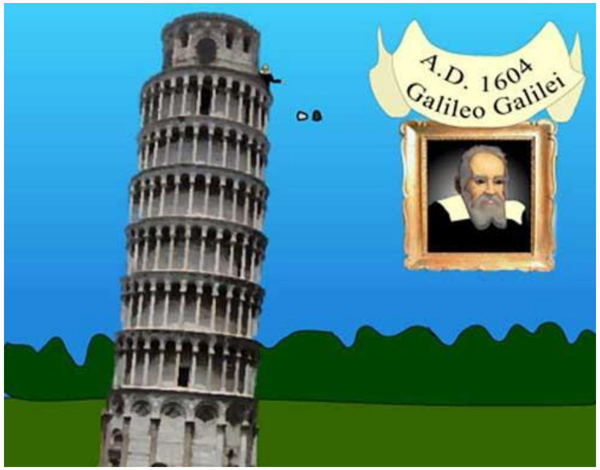


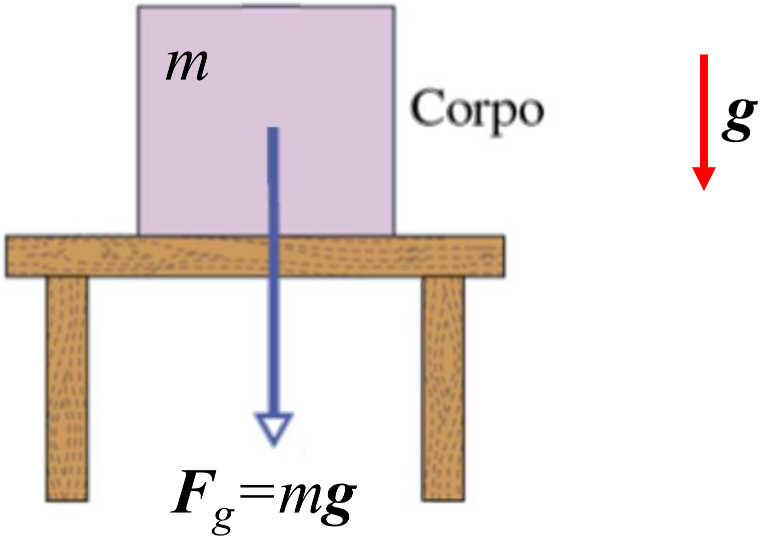
Dinamica delle Interazioni Fondamentali: la Forza Gravitazionale

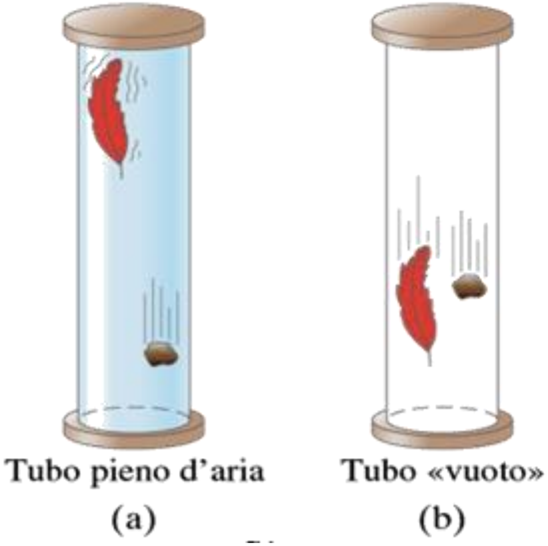
Qual è l'origine della accelerazione di gravità?

Sappiamo che uno degli esempi più comuni di moto uniformemente accelerato unidimensionale è quello di un **oggetto lasciato libero di cadere in prossimità della superficie terrestre**.

Abbiamo visto che **Galileo** fu il primo a rendersi conto che, **in assenza di aria o di altre resistenze, tutti gli oggetti cadono con la stessa accelerazione g, costante e pari a 9.8 m/s^2.** Abbiamo anche visto che, moltiplicando questa accelerazione per la massa di un corpo è possibile ottenere il suo **peso**, ossia la forza con cui esso è attratto dalla Terra. Ma fu **Newton** il primo a dare una spiegazione convincente dell'origine di questa forza e anche del valore e delle proprietà **dell'accelerazione g**...







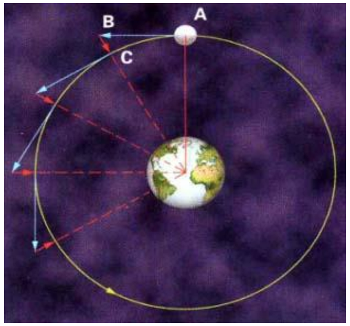
Verso una legge della Gravitazione Universale...

La **leggenda** narra che **Newton**, proprio mentre guardava la Luna seduto sotto un albero nel suo giardino di Woolsthorpe nel **1666**, sia stato colpito da una **mela** caduta da un albero. Il colpo evidentemente gli fece bene perché subito dopo ebbe la geniale **intuizione** che sia proprio la **forza di gravità** della Terra, che si sapeva già essere responsabile dell'accelerazione ($g=9.80 m/s^2$) verso il basso che subiscono tutti i corpi sulla superficie del nostro pianeta, a trattenere anche **la Luna** nella propria orbita. E fu questa ispirazione a permettergli di elaborare le idee che lo portarono a sviluppare la sua **teoria della gravitazione universale**.

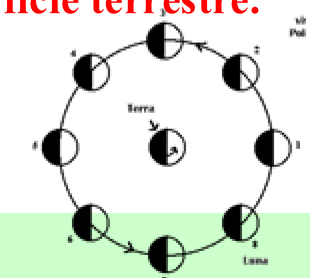
Il problema, a quei tempi, era che si aveva difficoltà ad accettare l'idea di un'**interazione a distanza**, cioè di una forza che si esercita tra due corpi senza che questi vengano in qualche modo, direttamente o indirettamente, a contatto.

Newton invece affermava proprio questo, che la gravità agisse tra due corpi **anche senza contatto**, e anche se questi due corpi sono molto distanti tra loro, come ad esempio la Terra e la Luna.

Verso una legge della Gravitazione Universale...



Dalla cinematica del moto circolare uniforme sappiamo che **l'accelerazione centripeta della Luna**, dovuta alla forza di gravità della Terra (che quì gioca quindi il ruolo di forza centripeta), è pari a $2.72 * 10^{-3}$ m/s^2, che equivale a circa 1/3600 g : ciò significa che **l'accelerazione della Luna è circa 3600 volte più piccola dell'accelerazione di gravità di un oggetto sulla superficie terrestre.**



Si veda il relativo esercizio già svolto in cinematica…

La **lunghezza** dell'orbita lunare è pari a $C = 2\pi r, \quad con \quad r = 3.84 \cdot 10^8 m$

Il **periodo** di rotazione, espresso in secondi, è $T = (27.3 giorni)\dfrac{24.0h}{giorno}\dfrac{3600s}{h} = 2.36 \cdot 10^6 s$

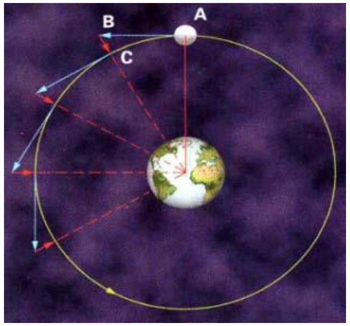
Dunque, essendo la velocità scalare di rotazione $v = 2\pi r/T$, avremo una **accelerazione centripeta** di modulo pari a :

$$a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r)^2}{T^2 r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2(3.84 \cdot 10^8 m)}{(2.36 \cdot 10^6 s)^2} = 0.00272 \quad m/s^2 = 2.72 \cdot 10^{-3} m/s^2$$

Riscrivendo questo risultato in termini della **accelerazione di gravità** g=9.80m/s^2, avremo:

$$a_R = 2.72 \cdot 10^{-3} m/s^2 \left(\frac{g}{9.80 m/s^2}\right) = \boxed{\frac{1}{3600} g} << g$$

Verso una legge della Gravitazione Universale...



Dalla cinematica del moto circolare uniforme sappiamo che **l'accelerazione centripeta della Luna**, dovuta alla forza di gravità della Terra (che quì gioca quindi il ruolo di forza centripeta), è pari a $2.72 * 10^{-3}$ m/s^2, che equivale a circa 1/3600 g : ciò significa che **l'accelerazione della Luna è circa 3600 volte più piccola dell'accelerazione di gravità di un oggetto sulla superficie terrestre.**

Dai suoi calcoli **Newton** si accorse che la distanza della Luna dalla Terra, pari a 384000 km, equivale a circa 60 volte il raggio terrestre (6380 km), e che dunque **la Luna è 60 volte più lontana dal centro della Terra di quanto lo sia un oggetto dalla superficie terrestre**. Ma 60*60=**3600**, che è l'inverso del numero trovato prima in riferimento all'accelerazione: una bella coincidenza, pensò Newton!

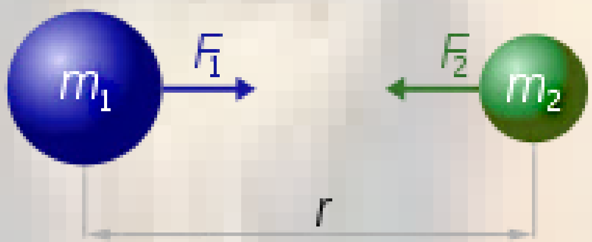
Noi, oggi, ci saremmo limitati a giocare questi numeri al **superenalotto**, ma Newton ne dedusse che la forza gravitazionale esercitata dalla Terra sulla Luna doveva **decrescere con il quadrato della distanza dal centro della Terra**. Inoltre, a Newton sembrò verosimile che tale forza di attrazione fosse **proporzionale** non solo alla **massa** della Luna ma, per la sua terza legge della dinamica, anche a quella della Terra.

La Legge di Gravitazione Universale

Estendendo **audacemente** le sue intuizioni sul sistema Terra-Luna al caso di due corpi qualunque dell'Universo, dotati di **masse** m_1 ed m_2 e posti ad una **distanza** reciproca r , Newton enunciò (nei "*Principia Mathematica*" del **1687**) la sua celebre **legge di gravitazione universale**:

Ogni corpo dell'Universo attrae ogni altro corpo con una forza, agente lungo la linea che congiunge i centri dei due corpi, la cui intensità è direttamente proporzionale al prodotto delle rispettive masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra di esse:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



Ovviamente il valore della costante di proporzionalità **G**, detta **costante di gravitazione universale**, non poteva essere ricavato per deduzione ma solo sperimentalmente, anche se si sapeva che doveva essere molto **piccolo**, in quanto normalmente non notiamo nessuna attrazione tra due oggetti di dimensioni ordinarie ma solo tra un oggetto e la Terra, che ha una massa enormemente maggiore.

Solo nel 1798, più di 100 anni dopo l'enunciazione da parte di Newton, il fisico inglese **Henry Cavendish** riuscì a confermare sperimentalmente l'ipotesi di Newton e a determinare con sufficiente precisione il valore della **costante di gravitazione universale G.** Il suo valore oggi comunemente accettato è: $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

https://www.youtube.com/watch?v=k-aX7Xzf1j0&list=PLFTf3psaXATPioTEyBZShpTY2vbG0SXTL&index=4

La legge di gravitazione universale

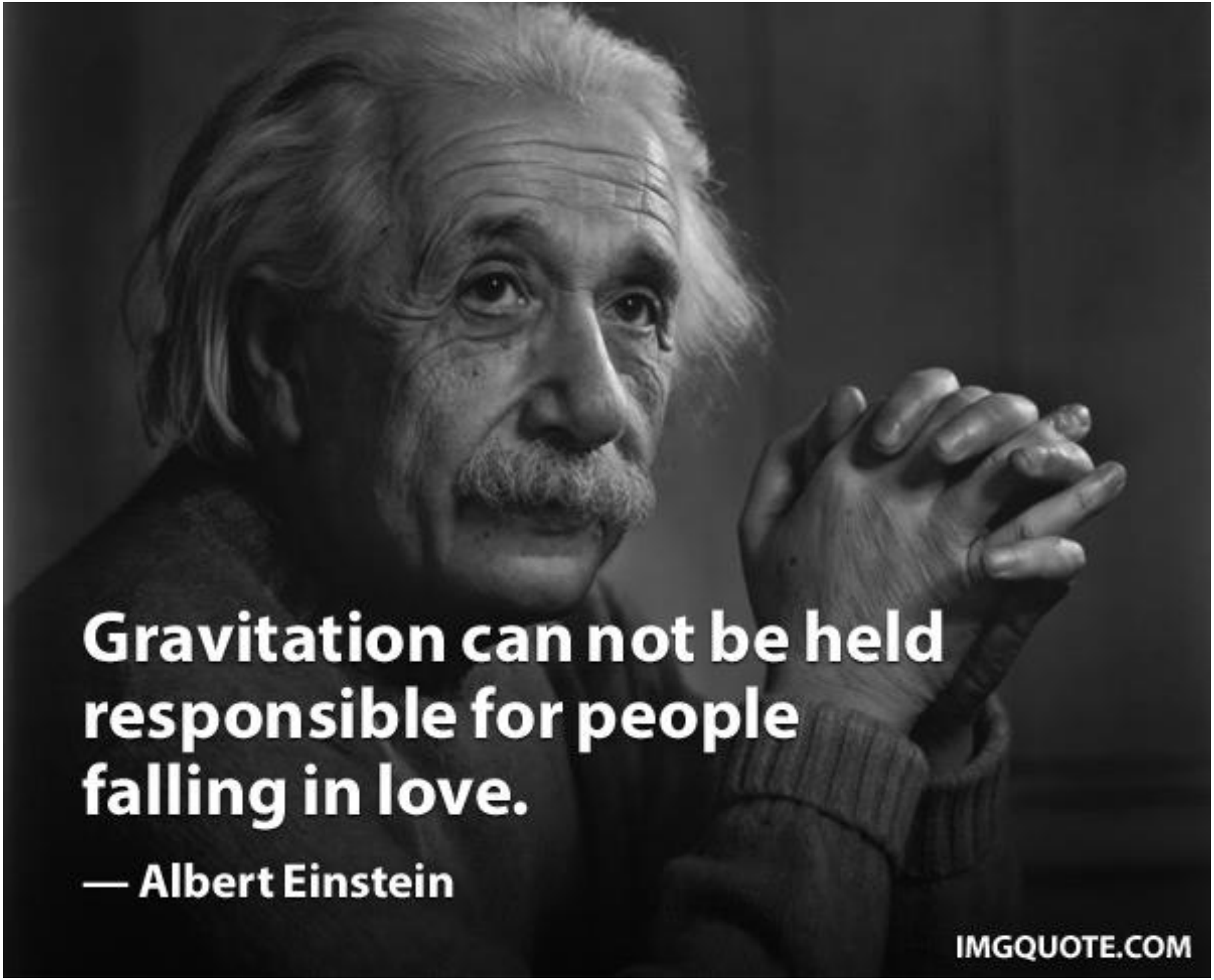
Esercizio
I due ragazzi in figura sono evidentemente **attratti** l'uno dall'altra e ci chiediamo se questa **forza di attrazione** possa essere di natura gravitazionale. A tale scopo, stimiamo l'ordine di grandezza dell'intensità della **forza gravitazionale** che essi esercitano l'uno sull'altra, sapendo che le loro masse sono **m_1=75kg** ed **m_2=50kg** e supponendo che la loro distanza reciproca sia **r = 0.5m.**

Arrotondando G a 10^{-10} Nm^2/kg^2, ed utilizzando la legge di gravitazione universale di Newton, avremo:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \approx (10^{-10} Nm^2/kg^2)\frac{(50kg)(75kg)}{(0.5m)^2} \approx 10^{-6} N$$

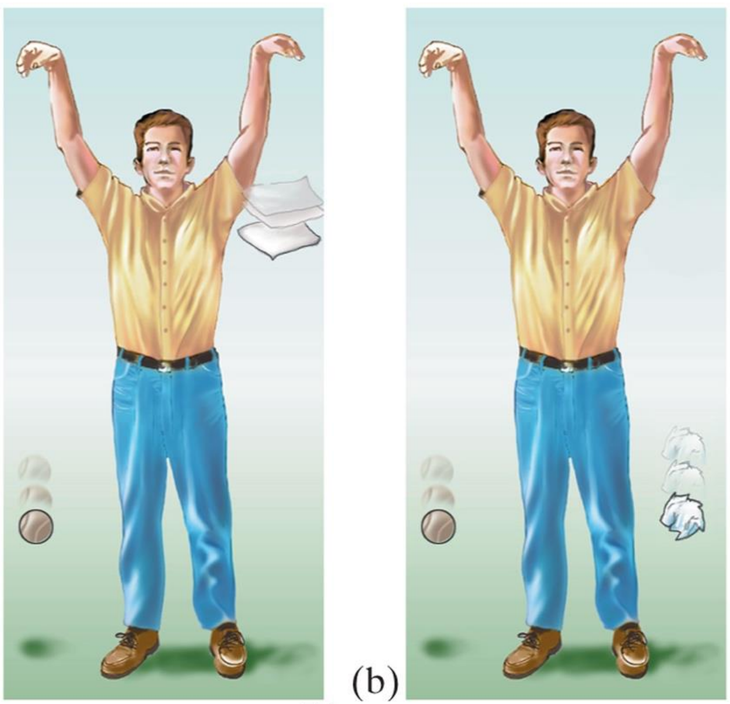
che è un'intensità **troppo piccola** per poter essere apprezzata.

Ne concludiamo che la **forte attrazione** sperimentata dai due ragazzi non deriva sicuramente dalla forza gravitazionale ma da qualche altro tipo di forza difficile da calcolare matematicamente…

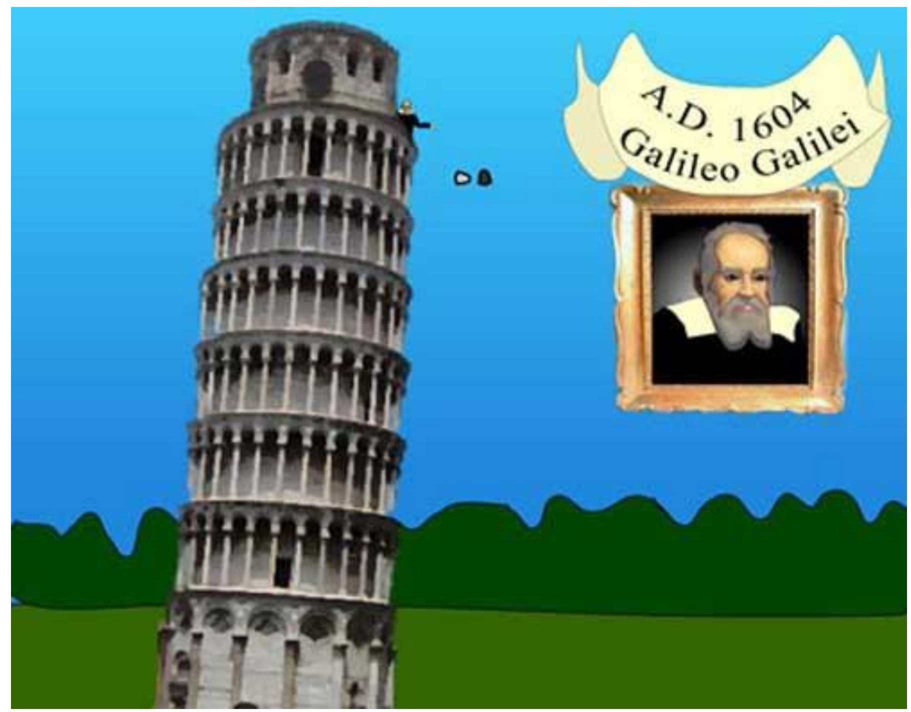

Gravitation can not be held responsible for people falling in love.
— Albert Einstein
IMGQUOTE.COM

Risolviamo il mistero dell’accelerazione di gravità

Utilizzando la legge di gravitazione universale si può finalmente capire, da un punto di vista sia teorico che sperimentale, **perchè l’accelerazione di gravità g** a cui è sottoposto un **corpo di massa *m*** sulla superficie terrestre **non dipenda da *m***, nonostante l’intensità della forza di attrazione gravitazionale che la Terra esercita su di esso (cioè il suo peso) dipenda da ***m***.



(a) (b)

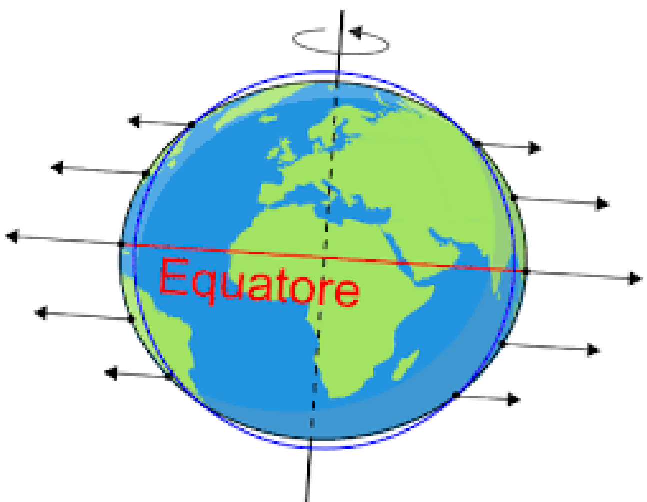


Risolviamo il mistero dell'accelerazione di gravità

Utilizzando la legge di gravitazione universale si può finalmente capire, da un punto di vista sia teorico che sperimentale, **perchè l'accelerazione di gravità g** a cui è sottoposto un **corpo di massa *m*** sulla superficie terrestre **non dipenda da *m***, nonostante l'intensità della forza di attrazione gravitazionale che la Terra esercita su di esso (cioè il suo peso) dipenda da ***m***.

SPIEGAZIONE TEORICA: sostituendo l'espressione della forza gravitazionale (forza peso) F_G nella seconda legge della dinamica, e riscrivendola per ricavare g, si vede che la massa m del corpo si trova sia al **numeratore** (*massa gravitazionale*) che al **denominatore** (*massa inerziale*). Se si assume che queste due masse siano *uguali*, esse si semplificano e quindi si ricava che ***g* non dipende da *m*** ma solo dalla massa della Terra m_T e dal suo raggio r_T:

$$F_G = mg \;\Rightarrow\; g = \frac{F_G}{m} \;\Rightarrow\; g = G\frac{m m_T}{r_T^2}\frac{1}{m} \;\Rightarrow\; g = G\frac{m_T}{r_T^2} \qquad (1)$$



Poiché la Terra non è una sfera perfetta bensì un **ellissoide** (geoide), il suo raggio r_T non è costante, ma è leggermente maggiore all'equatore rispetto ai poli. Per di più la Terra ruota su sé stessa attorno a un asse passante per i poli, quindi anche la **forza centrifuga** è maggiore all'equatore rispetto ai poli. Questi effetti combinati fanno sì che il valore dell'accelerazione di gravità sia $\boldsymbol{g = 9.823\ m/s^2}$ ai poli e $\boldsymbol{g = 9.789\ m/s^2}$ all'equatore. Il valore convenzionale $g = 9.8\ m/s^2$ è dunque una **media** di questi due valori.

Risolviamo il mistero dell'accelerazione di gravità

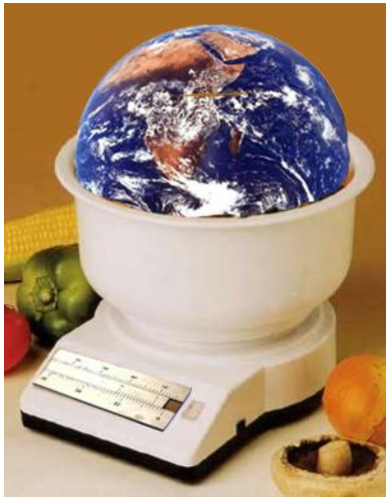
Utilizzando la legge di gravitazione universale si può finalmente capire, da un punto di vista sia teorico che sperimentale, **perchè l'accelerazione di gravità g** a cui è sottoposto un **corpo di massa *m*** sulla superficie terrestre **non dipenda da *m***, nonostante l'intensità della forza di attrazione gravitazionale che la Terra esercita su di esso (cioè il suo peso) dipenda da ***m***.

SPIEGAZIONE TEORICA: sostituendo l'espressione della forza gravitazionale (forza peso) F_G nella seconda legge della dinamica, e riscrivendola per ricavare g, si vede che la massa m del corpo si trova sia al **numeratore** (*massa gravitazionale*) che al **denominatore** (*massa inerziale*). Se si assume che queste due masse siano *uguali*, esse si semplificano e quindi si ricava che ***g* non dipende da *m*** ma solo dalla massa della Terra m_T e dal suo raggio r_T:

$$F_G = mg \;\Rightarrow\; g = \frac{F_G}{m} \;\Rightarrow\; g = G\frac{m m_T}{r_T^2}\frac{1}{m} \;\Rightarrow\; g = G\frac{m_T}{r_T^2} \qquad (1)$$

Ai tempi di Newton, oltre a non poter misurare G, ovviamente non si conosceva nemmeno la **massa della Terra**. In realtà fu lo stesso **Cavendish**, una volta misurata G, sapendo che g = 9.80 m/s^2 e conoscendo il raggio della Terra (stimato già da Eratostene 200 anni prima di Cristo), ad invertire l'equazione (1) per calcolare la **massa della Terra:**

$$\Rightarrow\; m_T = \frac{g r_T^2}{G} = \frac{(9.80\, m/s^2)(6.38\times 10^6\, m)^2}{6.67\times 10^{-11}\, Nm^2/kg^2} = 5.98\times 10^{24}\, kg$$

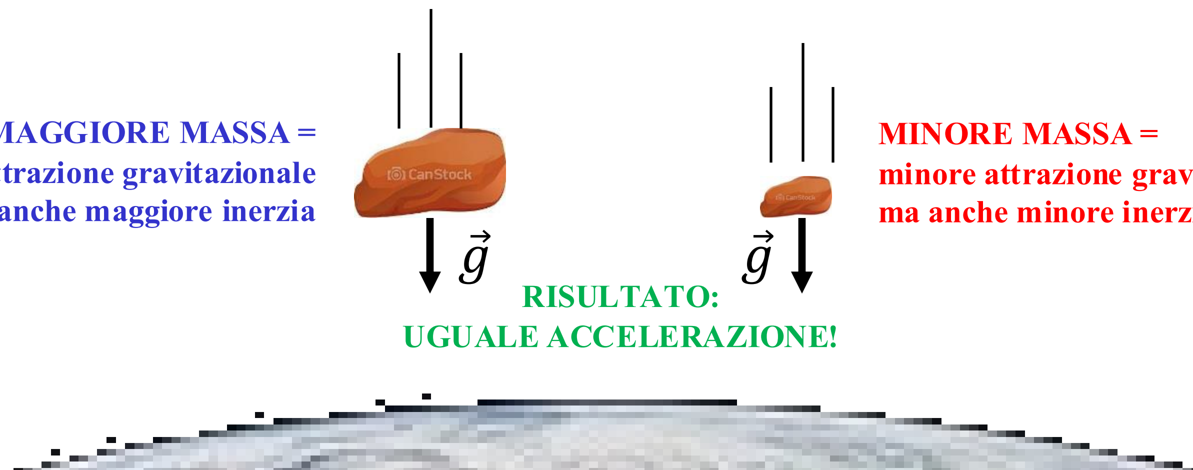


Risolviamo il mistero dell'accelerazione di gravità

Utilizzando la legge di gravitazione universale si può finalmente capire, da un punto di vista sia teorico che sperimentale, **perchè l'accelerazione di gravità g** a cui è sottoposto un **corpo di massa *m*** sulla superficie terrestre **non dipenda da *m***, nonostante l'intensità della forza di attrazione gravitazionale che la Terra esercita su di esso (cioè il suo peso) dipenda da ***m***.

SPIEGAZIONE FENOMENOLOGICA: l'interpretazione fisica del precedente risultato matematico si può a questo punto facilmente ricavare osservando che, se da un lato è vero che un corpo di grande massa (gravitazionale) è **attratto maggiormente** dalla Terra rispetto ad uno di massa minore, e quindi ci si aspetterebbe che sia sottoposto anche ad una maggiore accelerazione quando è in caduta libera, è anche vero che proprio la sua grande massa (inerziale) produce anche una **maggiore resistenza** ad essere accelerato (maggiore inerzia) rispetto al corpo di massa minore. Il punto chiave è che, **se massa inerziale e gravitazionale sono davvero uguali** (come oggi si ritiene), questi due effetti si compensano perfettamente, e quindi tutti i corpi cadono con la **stessa accelerazione *g***!

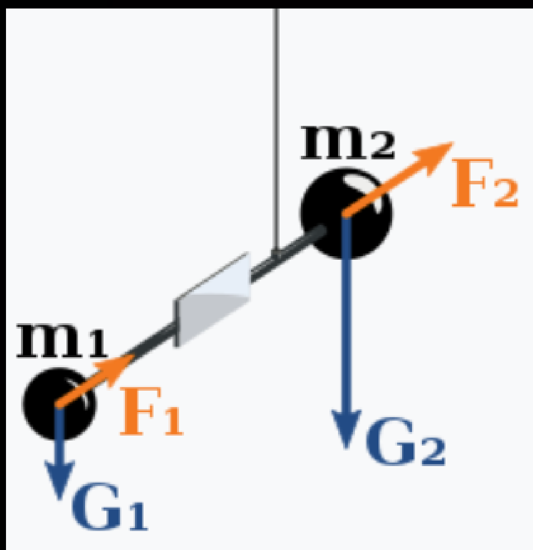
MAGGIORE MASSA =
maggiore attrazione gravitazionale
ma anche maggiore inerzia

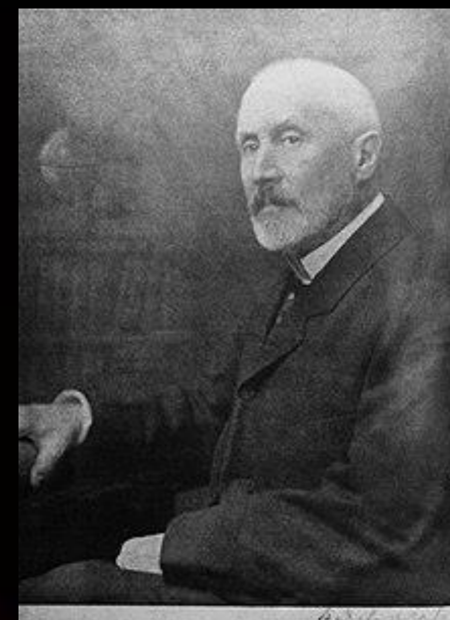


MINORE MASSA =
minore attrazione gravitazionale
ma anche minore inerzia

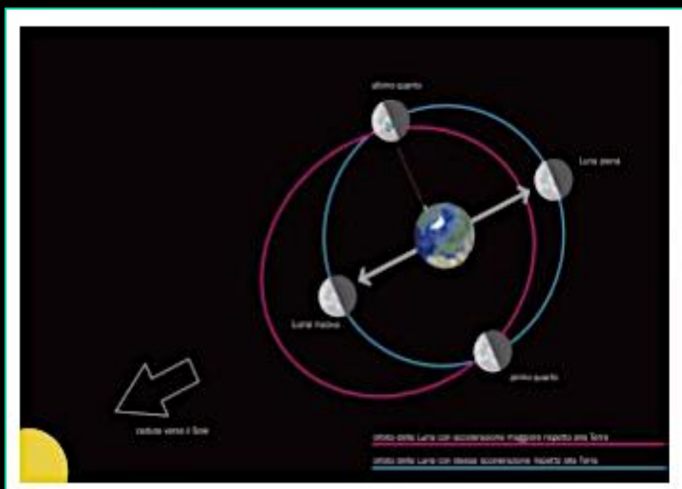
RISULTATO:
UGUALE ACCELERAZIONE!

L'**esperienza di Eötvös** fu un famoso esperimento del 1885 che permise di misurare la correlazione tra <u>massa inerziale</u> e <u>massa gravitazionale</u>, dimostrandone l'equivalenza con una precisione fino ad allora impossibile da raggiungere.





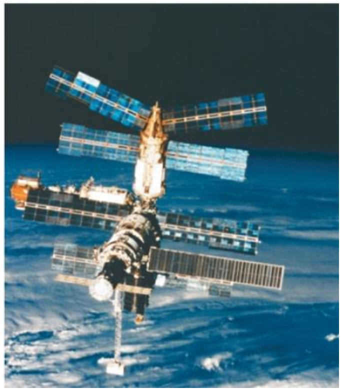
Oggi le stime più precise riguardo al principio di equivalenza sono fornite dagli esperimenti di **Lunar Laser Ranging**, effettuati a partire dal 1962, che prevedono la misurazione continuata della distanza fra la Terra e la Luna mediante dei laser e che nel 2002 hanno raggiunto una precisione dell’ordine del millimetro!



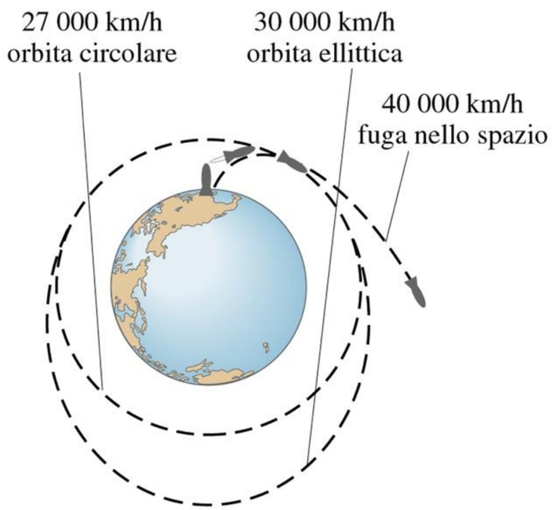
https://www.youtube.com/watch?v=OWEh5yd8FQA&list=PLFTf3psaXATPioTEyBZShpTY2vbG0SXTL&index=5

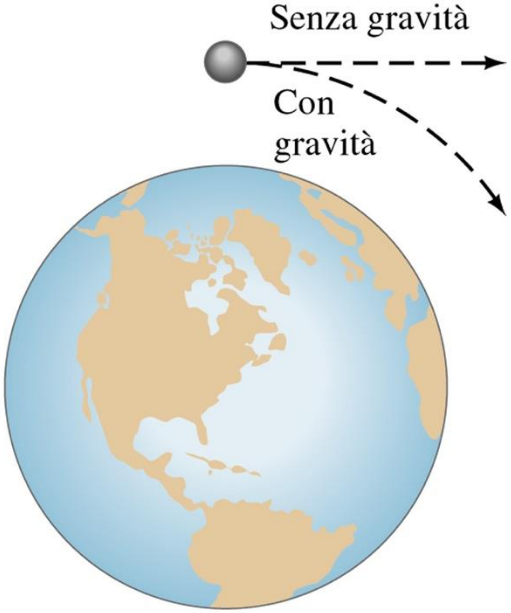
La costante G

Satelliti in orbita attorno alla Terra



I **satelliti artificiali** che vengono posti in orbita attorno alla Terra devono raggiungere una **velocità tangenziale** che sia sufficiente a non farli precipitare, ma che allo stesso tempo non sia così alta da farli sfuggire alla gravità terrestre e perdersi nello spazio.

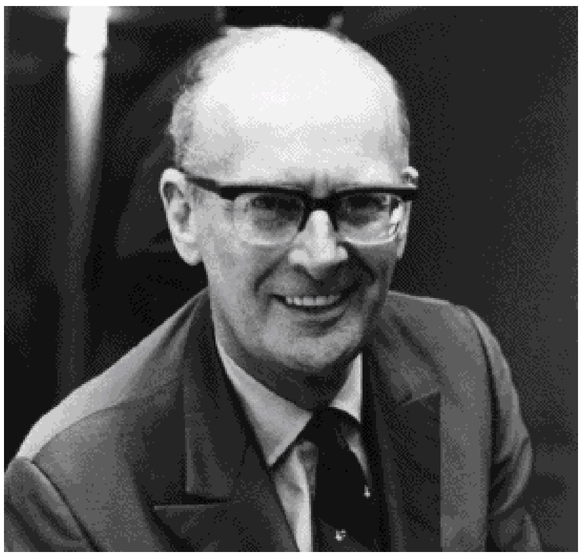




In realtà possiamo immaginare un satellite in orbita come se fosse in uno stato di perenne **caduta libera**: ma se, da un lato, esso si muove di moto uniformemente accelerato verso la superficie terrestre, dall'altro la presenza di una **elevata componente tangenziale della velocità** gli impedisce di schiantarsi al suolo, mantenendolo su una traiettoria approssimativamente **circolare** (la più conveniente in quanto richiede una minore velocità di decollo del razzo che porta il satellite in orbita).

Esercizio

Come è noto, le trasmissioni radiotelevisive usufruiscono ampiamente di **satelliti artificiali per le telecomunicazioni** che si muovono su orbite **geostazionarie** (solitamente equatoriali), cioè tali da farli stazionare sempre in corrispondenza di uno stesso punto della superficie terrestre (cfr.A.C.Clarke, 1945). Calcolare la **distanza** a cui devono orbitare tali satelliti e la loro **velocità**.



Esercizio
Come è noto, le trasmissioni radiotelevisive usufruiscono ampiamente di **satelliti artificiali per le telecomunicazioni** che si muovono su orbite **geostazionarie** (solitamente equatoriali), cioè tali da farli stazionare sempre in corrispondenza di uno stesso punto della superficie terrestre (cfr.A.C.Clarke, 1945). Calcolare la **distanza** a cui devono orbitare tali satelliti e la loro **velocità**.

Per rimanere sempre sopra lo stesso punto della Terra mentre quest'ultima ruota attorno al suo asse, il satellite deve avere evidentemente un **periodo di rivoluzione** di un giorno. Applichiamo dunque la seconda legge di Newton (**legge del moto del satellite**) considerando che l'unica forza agente sul satellite (di massa m_{sat}) è quella di gravità, e dunque deve essere lei a rappresentare l'**accelerazione centripeta** del satellite, la quale (supponendo che l'orbita sia perfettamente circolare) avrà modulo $a_C = v^2/r$:

$$F_G = ma_C \quad \Rightarrow \quad G\frac{m_{sat}m_T}{r^2} = m_{sat}\frac{v^2}{r}$$

Qui sappiamo che la velocità v deve soddisfare la relazione:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad con \quad T = 24h = 86400s$$

Avremo quindi: $G\dfrac{m_T}{r^2} = \dfrac{(2\pi r)^2}{rT^2} \rightarrow r^3 = \dfrac{Gm_T T^2}{4\pi^2} = 7.54 \cdot 10^{22} m^3$

$\Rightarrow \quad r = 4.233 \cdot 10^7 m = 42300km$ da cui, sottraendo il raggio terrestre (6380km), troviamo una distanza di circa 36000 km dalla superficie della Terra.

Per la velocità avremo infine: $$G\frac{m_T}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}} = 3070 m/s$$

Nota: Raggio e velocità non dipendono dalla massa del satellite!

https://www.youtube.com/watch?v=zAPJ1Efh_U0&list=PLFTf3psaXATPioTEyBZShpTY2vbG0SXTL&index=1

La velocità dei satelliti in orbita circolare

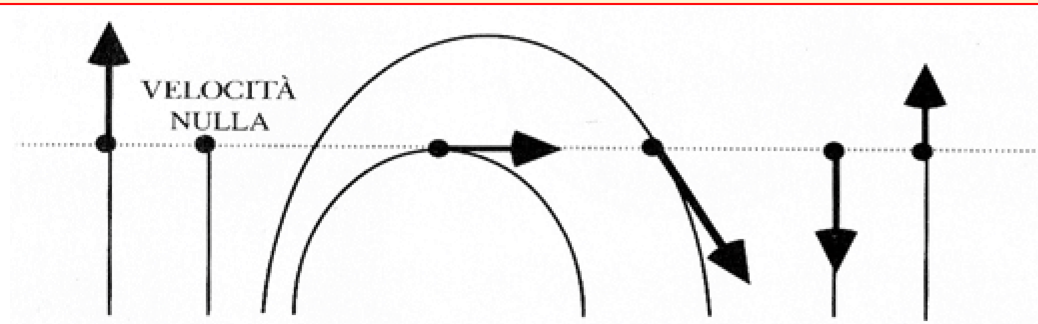
Riassumendo...

Quesito n.1
Una palla lanciata verso il suolo rimbalza più volte. **Perchè ogni volta rimbalza sempre di meno e alla fine si arresta?**
Possibili risposte: (a) la forza agente si esaurisce; (b) in natura tutto tende a fermarsi; (c) effetto della pressione dell'aria sulla palla; (d) presenza di attriti vari; (e) effetto della maggiore forza di gravità al suolo.

(d)

Quesito n.2
Un giocoliere si cimenta con sei palle identiche. A un dato istante le sei palle si trovano tutte in aria alla stessa altezza, sulle traiettorie indicate in figura, dove i vettori rappresentano le rispettive velocità. Circa **le forze agenti sulle palle nell'istante considerato**, ignorando quella d'attrito dell'aria, dire se **sono**: *(a) tutte uguali; (b) tutte diverse; (c) alcune uguali e altre diverse (specificando); (d) i dati non sono sufficienti per rispondere.*

(a)



Quesito n.3
Un satellite artificiale può ruotare a lungo attorno alla terra se il raggio dell'orbita è sufficientemente grande. **Per quale motivo**?
Possibili risposte: (a) occorre il vuoto per evitare la forza di gravità; (b) la forza frenante dell'atmosfera è piccola; (c) la forza di gravità decresce con l'altezza; (d) altre cause.

(b)

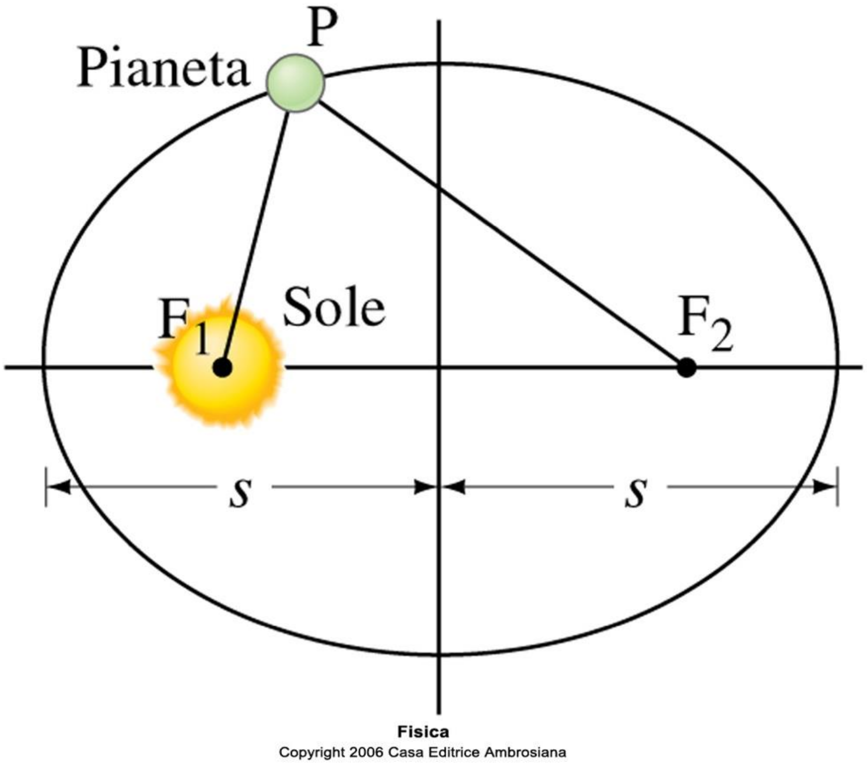
BONUS: Le 3 leggi di Keplero

Più di **mezzo secolo** prima che Newton proponesse le sue tre leggi del moto e la legge della gravitazione universale, l'astronomo tedesco **Johannes Kepler** (1571-1630) aveva effettuato una descrizione dettagliata del *moto dei pianeti attorno al Sole* ed era giunto a tre conclusioni empiriche a cui ci si riferisce appunto con il nome di **leggi di Keplero**.

Cinquanta anni dopo, **Newton** fu in grado di dimostrare che le leggi di Keplero possono essere **derivate matematicamente** dalla legge di gravitazione universale e dalle sue leggi del moto. Mostrò anche che, tra tutte le possibili formulazioni ragionevoli di una legge gravitazionale, solo quella in cui la forza dipende dall'**inverso del quadrato della distanza** è pienamente coerente con le leggi di Keplero!

Prima legge di Keplero

Il percorso di ogni pianeta attorno al Sole descrive un'**ellisse** di cui il Sole occupa uno dei **fuochi**.

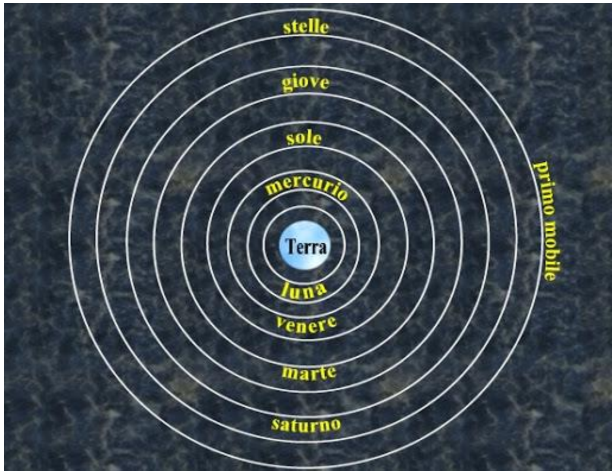


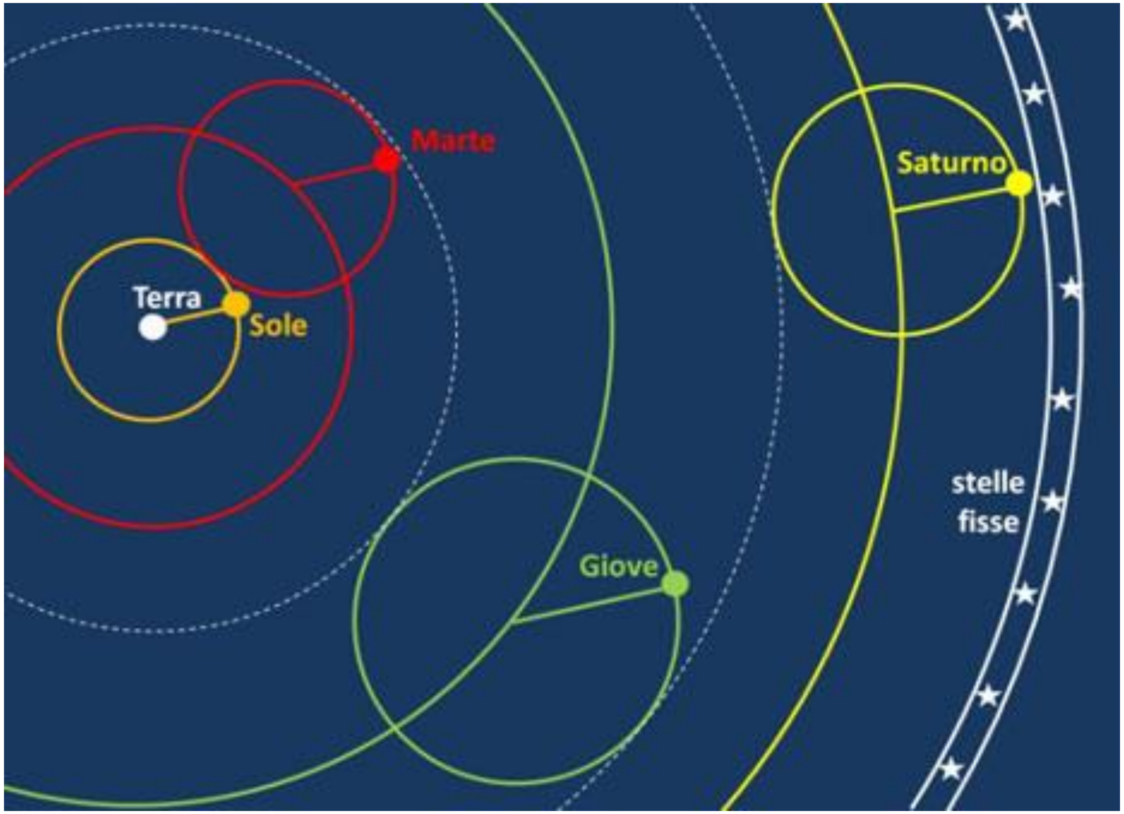
$$\overline{F_1P}+\overline{F_2P}=\text{costante}$$

Prima legge di Keplero

Il percorso di ogni pianeta attorno al Sole descrive un'**ellisse** di cui il Sole occupa uno dei **fuochi.**

Claudio Tolomeo
100 d.C. Alessandria d'Egitto





Modello Geocentrico: Teoria degli Epicicli

Prima legge di Keplero

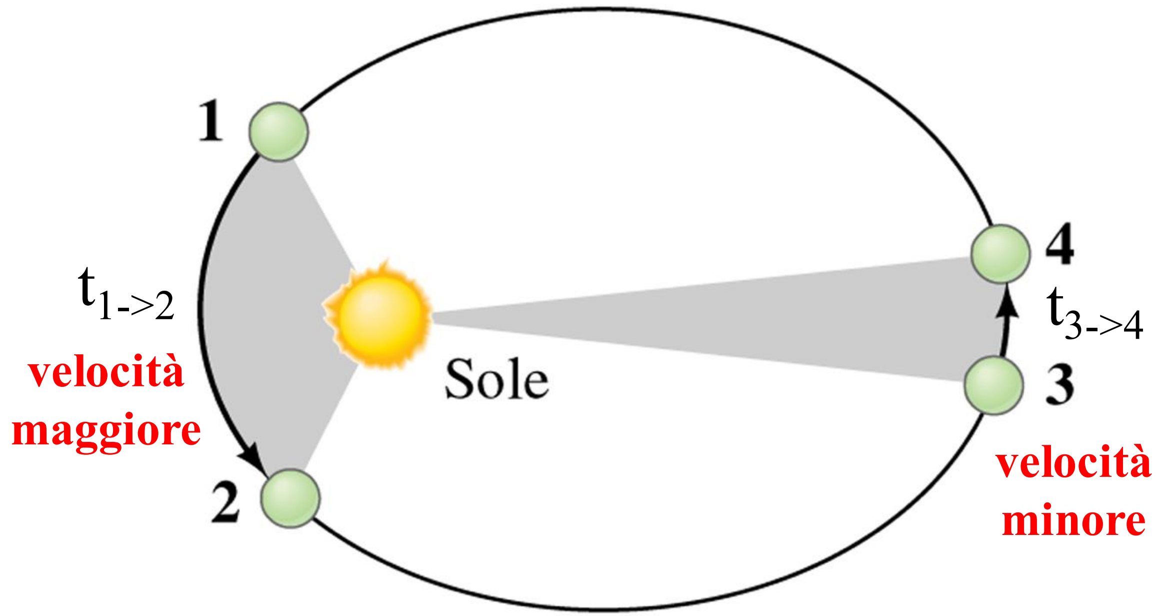
Il percorso di ogni pianeta attorno al Sole descrive un'**ellisse** di cui il Sole occupa uno dei **fuochi.**

Agora (**Agorà**) è un **film** del 2009 diretto da Alejandro Amenábar, interpretato da Rachel Weisz.
Il film narra in forma romanzata la vita della matematica, astronoma e filosofa alessandrina ***Ipazia****, conclusasi col suo assassinio per mano di un gruppo di fanatici parabolani, nel marzo del 415, durante l'epoca delle persecuzioni anti-pagane stabilite per legge dai Decreti teodosiani. Nel Serapeo, la filosofa Ipazia predica la tolleranza e si dedica alla difesa della conoscenza classica, nonché ad ardite riflessioni d'astronomia. Queste riflessioni la portano a dubitare del modello geocentrico promosso da Tolomeo, giudicandolo troppo artificioso, e a interessarsi agli ormai dimenticati studi di* ***Aristarco****, che ponevano invece il Sole al centro del sistema solare.*

Seconda legge di Keplero

Ogni pianeta si muove in modo che una linea immaginaria, tracciata da Sole al pianeta, descriva aree uguali in uguali periodi di tempo (in altre parole, la “**velocità areolare**” del pianeta resta costante”). Dunque, il pianeta si muoverà più velocemente lungo la parte dell’orbita più vicina al Sole (1 → 2) e più lentamente nel tratto opposto (3→4).

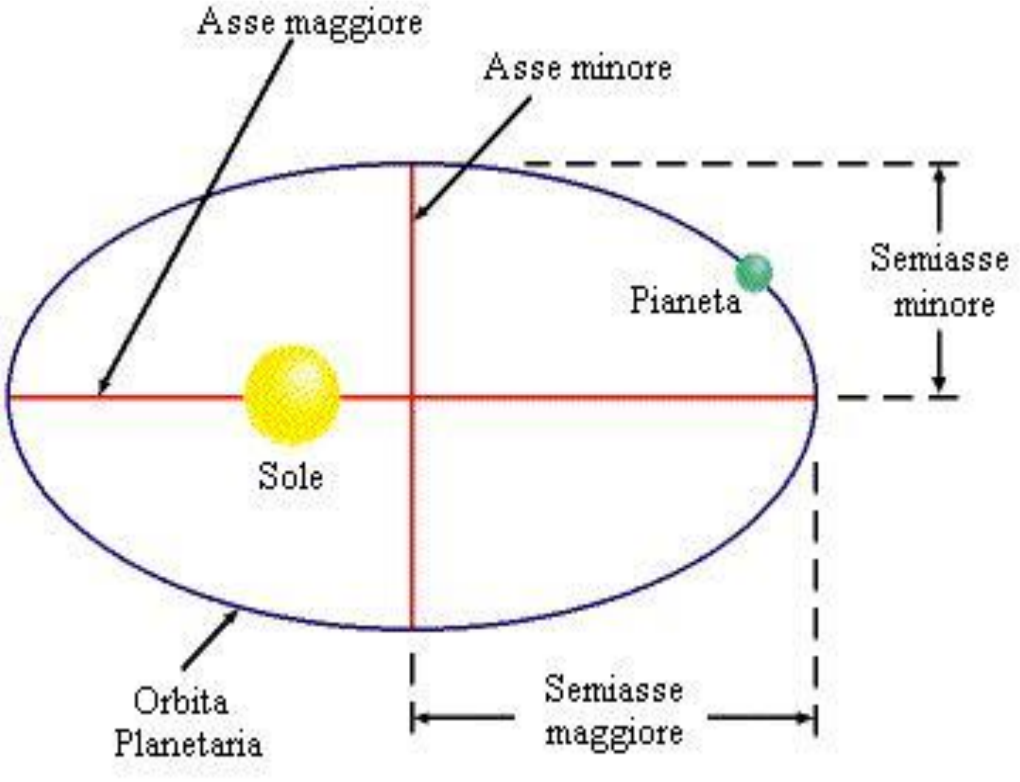
$$\boxed{t_{1\text{->}2} = t_{3\text{->}4}}$$



Terza legge di Keplero

Il rapporto fra i **quadrati dei periodi di rivoluzione** di una qualsiasi coppia di pianeti che ruotano attorno al Sole è uguale al rapporto tra i **cubi dei semiassi maggiori** della loro orbita.

$$(T_1/T_2)^2 = (a_1/a_2)^3$$



Terza legge di Keplero

Il rapporto fra i **quadrati dei periodi di rivoluzione** di una qualsiasi coppia di pianeti che ruotano attorno al Sole è uguale al rapporto tra i **cubi dei semiassi maggiori** della loro orbita.

$$(T_1/T_2)^2 = (a_1/a_2)^3$$

3ª legge di Keplero
T in anni, *a* in unità astronomiche; quindi $T^2 = a^3$
Le discrepanze dipendono dalla scarsa precisione

Pianeta	Periodo T	Dist. *a* dal Sole	T^2	a^3
Mercurio	0,241	0,387	0,05808	0,05796
Venere	0,616	0,723	0,37946	0,37793
Terra	1	1	1	1
Marte	1,88	1,524	3,5344	3,5396
Giove	11,9	5,203	141,61	140,85
Saturno	29,5	9,539	870,25	867,98
Urano	84,0	19,191	7056	7068
Nettuno	165,0	30,071	27225	27192
Plutone	248,0	39,457	61504	61429

Esercizio
Il periodo di **Marte** (il suo "anno") è stato misurato originariamente da Keplero ed è di circa 687 giorni (giorni terrestri), cioè 687/365=1.88anni. Determinare la **distanza** di Marte dal Sole usando la Terra come riferimento.

Utilizziamo la terza legge di Keplero, che come appena visto mette in relazione il rapporto fra i **quadrati dei periodi di rivoluzione** di una qualsiasi coppia di pianeti che ruotano attorno al Sole con il rapporto tra i **cubi dei semiassi maggiori** della loro orbita ellittica:

$$\left(\frac{T_M}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{r_{MS}}{r_{TS}}\right)^3$$

Sappiamo che il periodo T_M della Terra è di 1 anno e anche che la distanza della Terra dal Sole è $r_{TS}=1.50*10^{11}$m . Sostituendo i valori noti nella legge di Keplero avremo:

$$\left(\frac{T_M}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{r_{MS}}{r_{TS}}\right)^3 \quad \rightarrow \quad \frac{r_{MS}}{r_{TS}} = \left(\frac{T_M}{T_T}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \rightarrow \quad r_{MS} = \left(\frac{T_M}{T_T}\right)^{\frac{2}{3}} r_{TS} = \left(\frac{1.88 \;\; anni}{1 \;\; anno}\right)^{\frac{2}{3}} (1.50 \cdot 10^{11} m)$$

$$\Rightarrow \quad r_{MS} = (1.52) \cdot (1.50 \cdot 10^{11} m) = 2.28 \cdot 10^{11} m$$

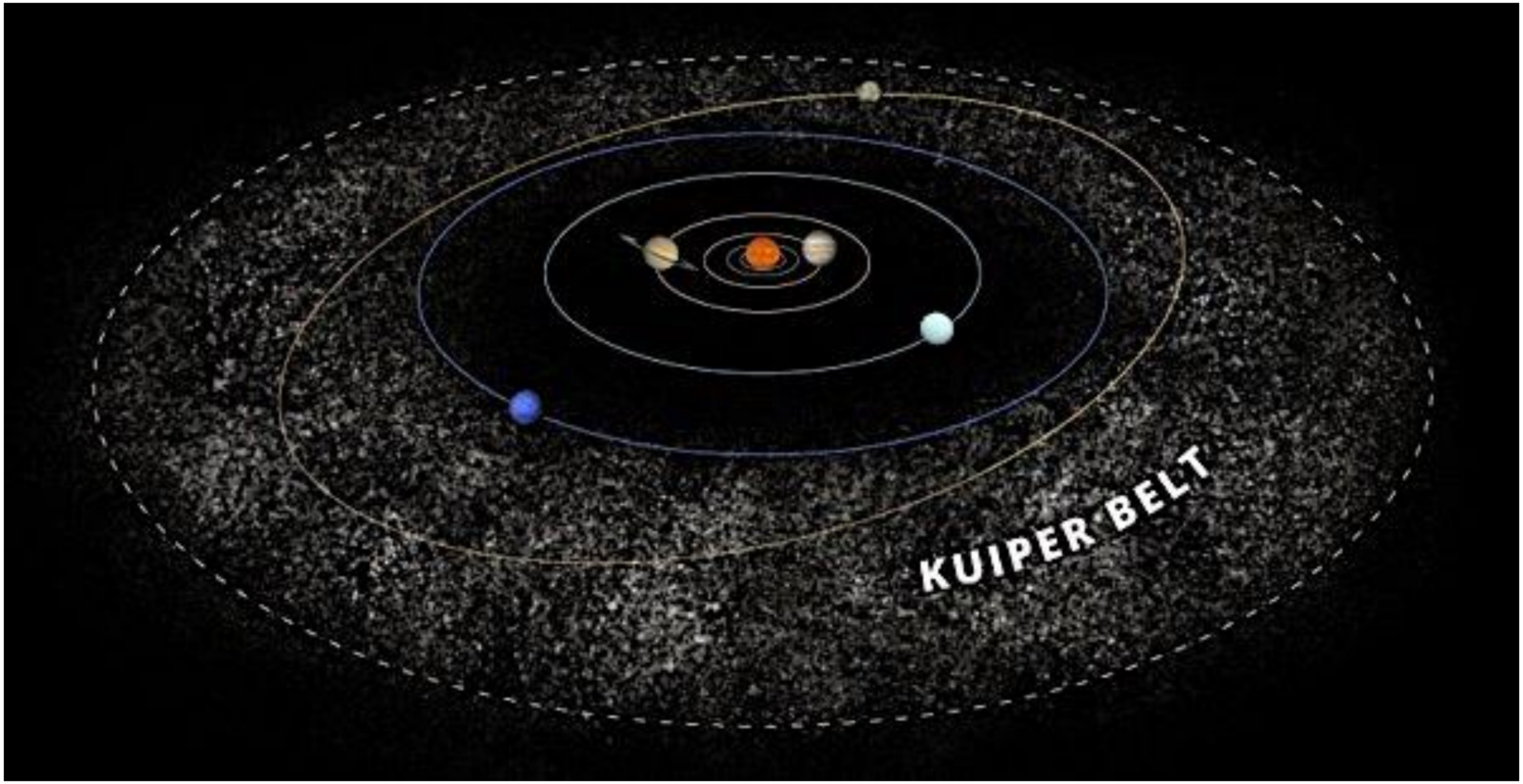
Due osservazioni

-Le leggi di Keplero sono state ricavate nella cosiddetta "**approssimazione dei due corpi**", cioè considerando ogni pianeta come se fosse il solo ad orbitare attorno al Sole. In realtà la legge di gravitazione universale implica che **ogni pianeta sente anche l'attrazione di tutti gli altri**, e questo si traduce in piccole deviazioni dalle previsioni delle leggi di Keplero (perturbazioni che peraltro hanno spesso permesso di scoprire nuovi pianeti).

Due osservazioni

-Le leggi di Keplero sono state ricavate nella cosiddetta “**approssimazione dei due corpi**”, cioè considerando ogni pianeta come se fosse il solo ad orbitare attorno al Sole. In realtà la legge di gravitazione universale implica che **ogni pianeta sente anche l’attrazione di tutti gli altri**, e questo si traduce in piccole deviazioni dalle previsioni delle leggi di Keplero (perturbazioni che peraltro hanno spesso permesso di scoprire nuovi pianeti).

Dal 2006 **Plutone** è stato declassato a «**pianeta nano**», uno tra i molti presenti nella **Fascia di Kuiper!**



Due osservazioni

-Le leggi di Keplero sono state ricavate nella cosiddetta “**approssimazione dei due corpi**”, cioè considerando ogni pianeta come se fosse il solo ad orbitare attorno al Sole. In realtà la legge di gravitazione universale implica che **ogni pianeta sente anche l’attrazione di tutti gli altri**, e questo si traduce in piccole deviazioni dalle previsioni delle leggi di Keplero (perturbazioni che peraltro hanno spesso permesso di scoprire nuovi pianeti).

- Ovviamente le leggi di Keplero non valgono solo per il nostro sistema solare, ma anche (almeno a quanto ne sappiamo finora) per **qualsiasi altro sistema planetario** dell’universo

Kepler: decine di nuovi pianeti, almeno 4 sono rocciosi e almeno due...

Aumenta sempre più il catalogo degli esopianeti identificati grazie a Kepler, che in questa occasione trova anche pianeti rocciosi forse idonei a sostenere la vita.

Quattro dei 104 nuovi pianeti scoperti da Kepler potrebbero essere rocciosi e simili alla Terra: due di questi potrebbero sostenere la vita. | NASA

Ancora una volta è stato il **telescopio spaziale Kepler** a individuare decine di oggetti che sono poi risultati essere pianeti. La conferma della nuova infornata di esopianeti è arrivata dai grandi

Al 21 novembre 2022[1] risultano conosciuti 5279 pianeti extrasolari in 3897 sistemi planetari diversi (di cui 846 multipli); inoltre 2713 è il numero di pianeti candidati e altri 84 possibili pianeti sono in attesa di conferma o controversi. Un elenco dei pianeti extrasolari conosciuti

Approfondimenti

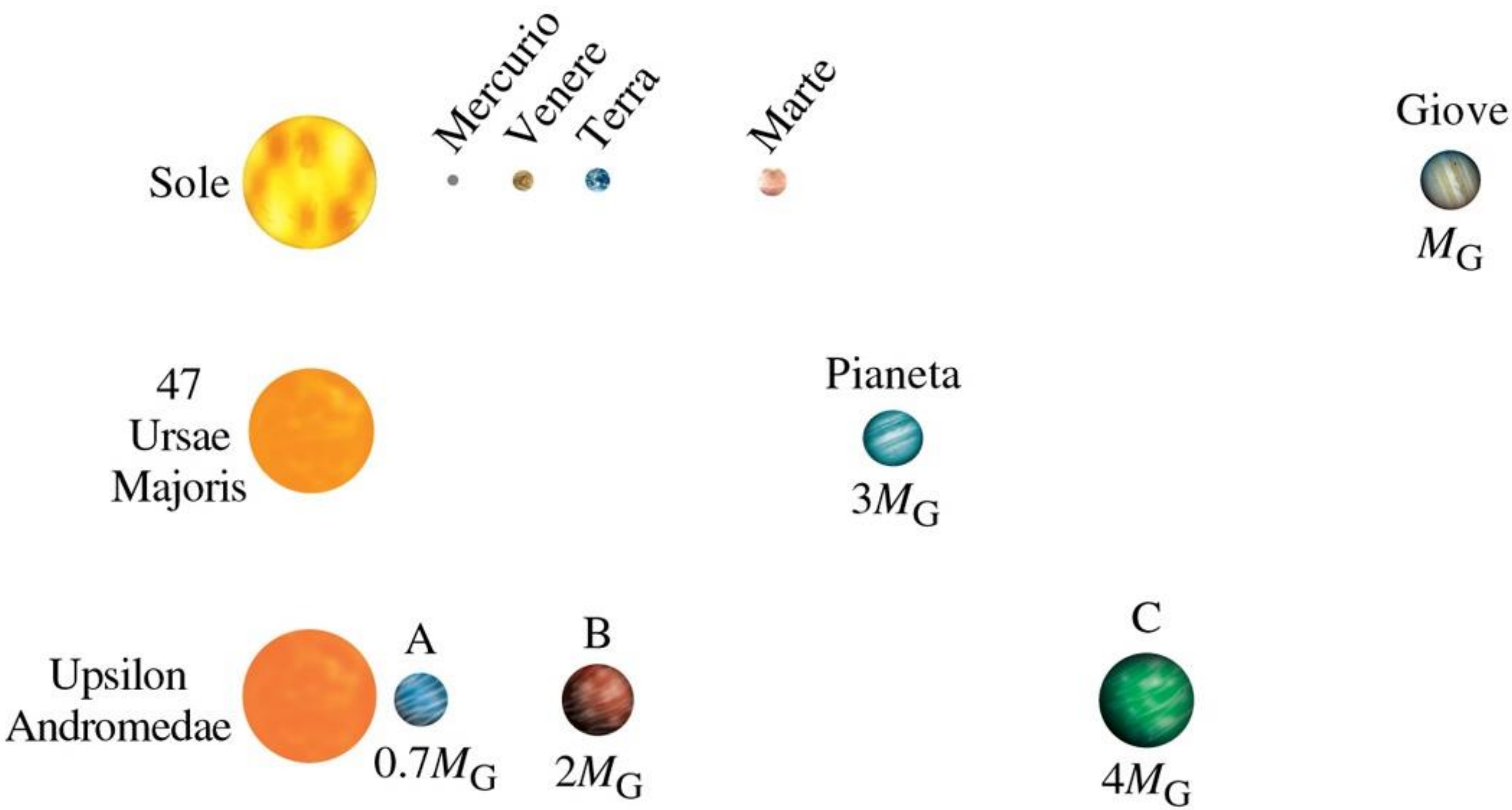
Sale a 1.284 il numero dei pianeti scoperti dal telescopio spaziale Kepler

Il mistero di KIC 8462852: una discussione su alieni e comete

Due osservazioni

-Le leggi di Keplero sono state ricavate nella cosiddetta "**approssimazione dei due corpi**", cioè considerando ogni pianeta come se fosse il solo ad orbitare attorno al Sole. In realtà la legge di gravitazione universale implica che **ogni pianeta sente anche l'attrazione di tutti gli altri**, e questo si traduce in piccole deviazioni dalle previsioni delle leggi di Keplero (perturbazioni che peraltro hanno spesso permesso di scoprire nuovi pianeti).

- Ovviamente le leggi di Keplero non valgono solo per il nostro sistema solare, ma anche (almeno a quanto ne sappiamo finora) per **qualsiasi altro sistema planetario** dell'universo



https://www.youtube.com/watch?v=sy1DEoAyE6k&list=PLFTf3psaXATPioTEyBZShpTY2vbG0SXTL&index=3