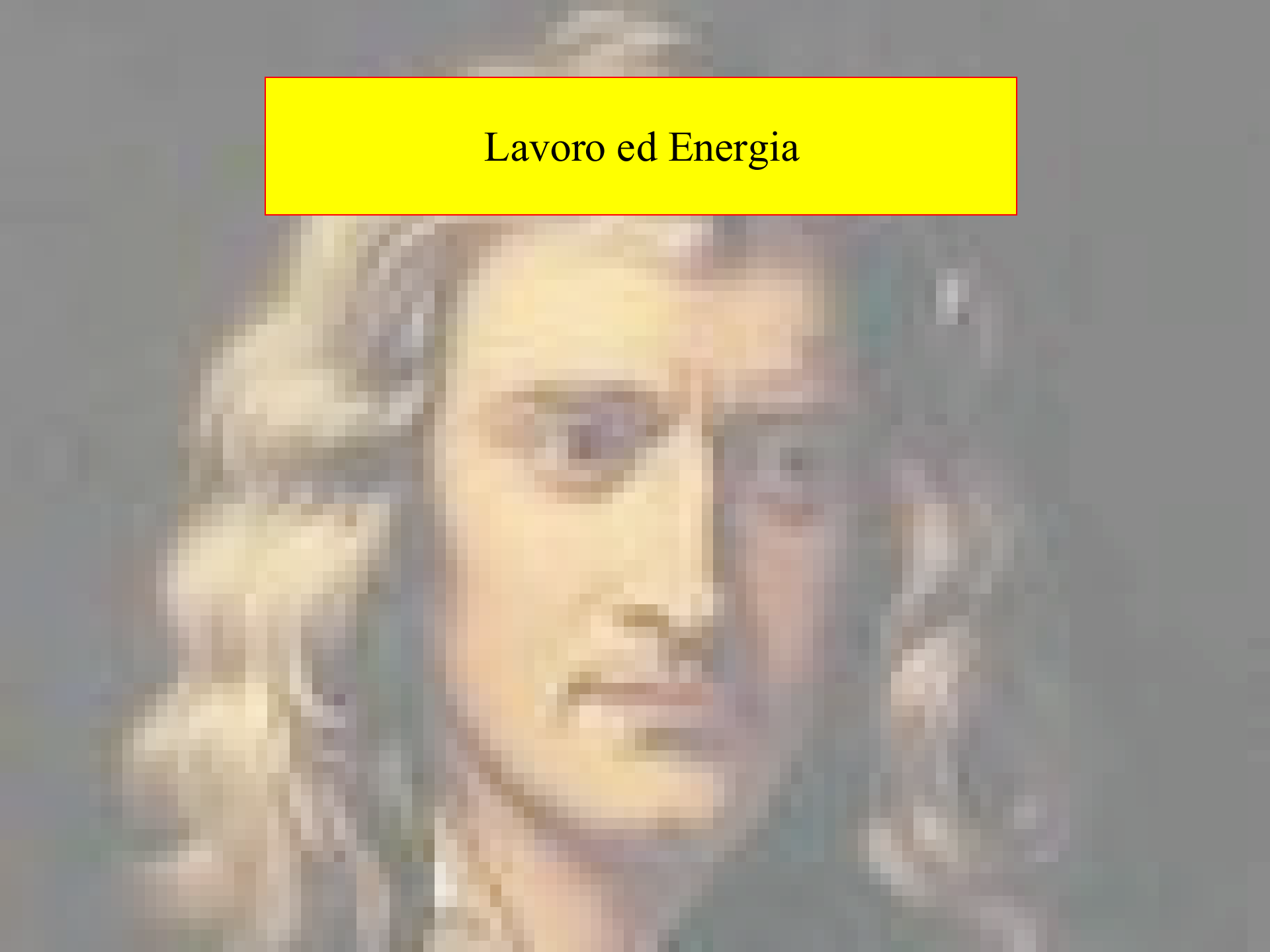


Lavoro ed Energia

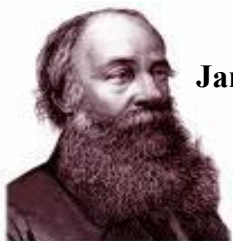


Il Lavoro

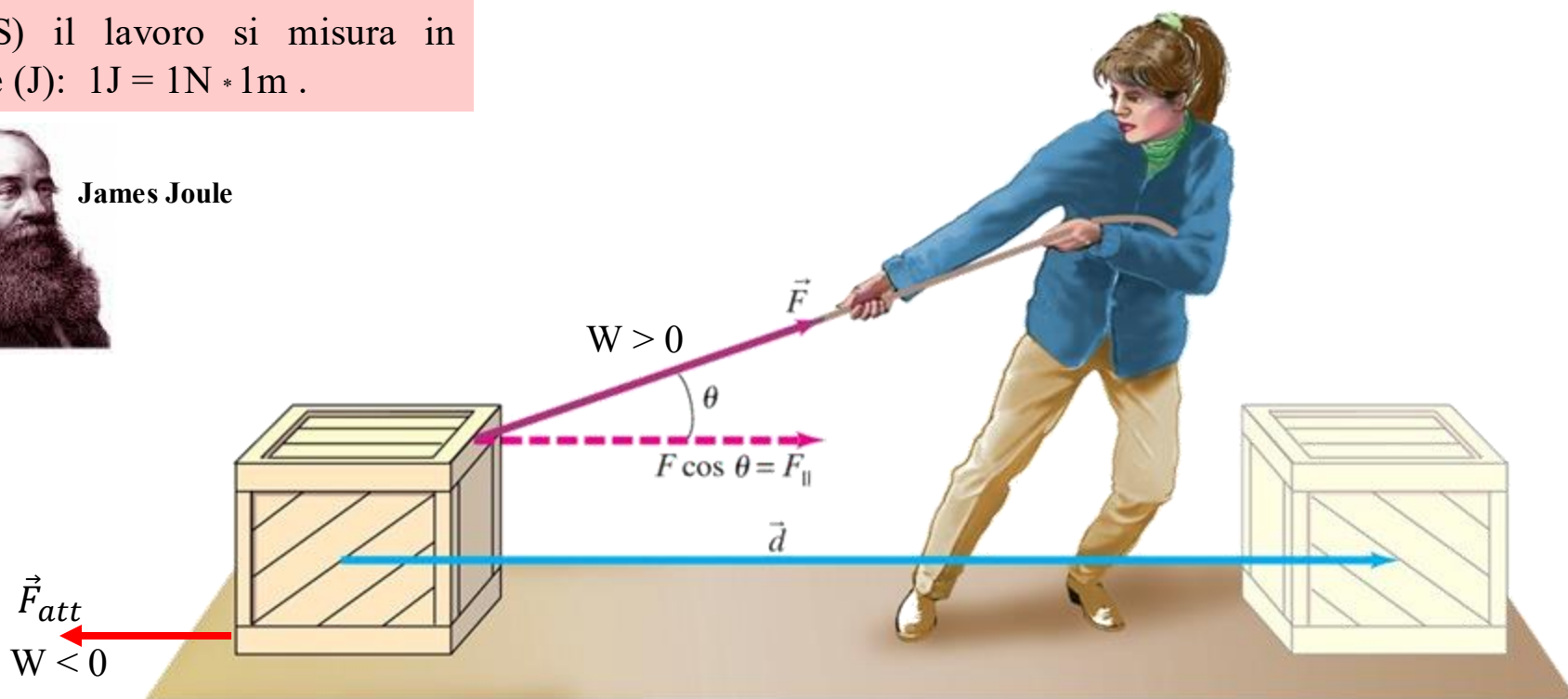
In Fisica il lavoro è dato dal **prodotto scalare dei vettori forza e spostamento**. Ne risulta che il lavoro può essere **positivo** (quando la forza è responsabile dello spostamento) oppure **negativo** (quando la forza si oppone allo spostamento), a seconda che l'**angolo θ** tra forza e spostamento sia acuto o ottuso:

$$W = F \boxed{d} \quad (W = Fd \cos \theta = F_{\parallel} d)$$

Nelle unità di misura del SI (MKS) il lavoro si misura in **Joule (J)**: $1\text{J} = 1\text{N} \cdot 1\text{m}$.



James Joule



Lavoro ed Energia Cinetica

In particolare, quando un **oggetto in moto** urta su un altro oggetto (una palla di cannone contro un muro, un martello contro un chiodo, etc..), eserciterà su di esso una **forza** e ne provocherà un certo **spostamento**: così facendo esso mostra di essere in grado di **compiere lavoro proprio grazie al fatto che è in movimento**, e per questo diciamo che un oggetto in moto possiede una certa **energia cinetica**.



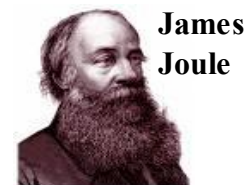
Abbiamo visto che, per un corpo di massa m che si muove a velocità v , è possibile definire **energia cinetica traslazionale** la quantità:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

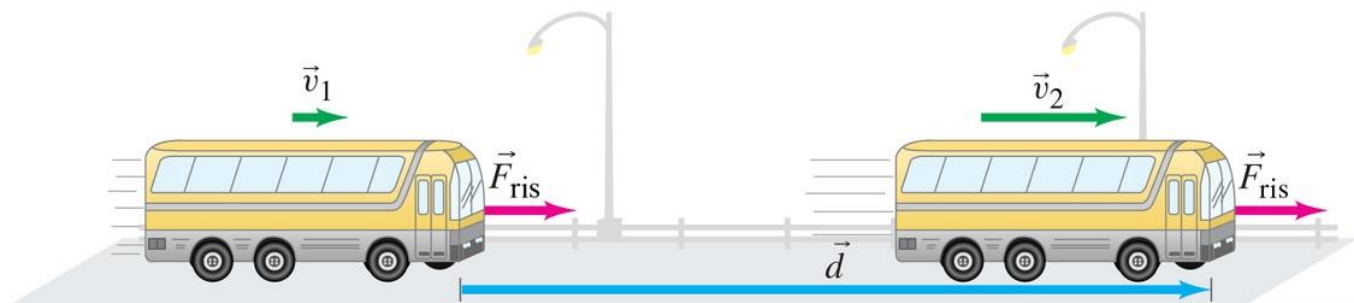
TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA: il lavoro totale compiuto da una forza risultante non nulla sul corpo è uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo stesso:

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \rightarrow W_{tot} = \Delta K$$

Nelle unità di misura del SI (MKS) anche l'energia cinetica si misura in **Joule (J)**.



James
Joule



Lavoro ed Energia Cinetica

In particolare, quando un **oggetto in moto** urta su un altro oggetto (una palla di cannone contro un muro, un martello contro un chiodo, etc..), eserciterà su di esso una **forza** e ne provocherà un certo **spostamento**: così facendo esso mostra di essere in grado di **compiere lavoro proprio grazie al fatto che è in movimento**, e per questo diciamo che un oggetto in moto possiede una certa **energia cinetica**.



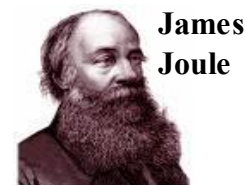
Abbiamo visto che, per un corpo di massa m che si muove a velocità v , è possibile definire **energia cinetica traslazionale** la quantità:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA: il lavoro totale compiuto da una forza risultante non nulla sul corpo è uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo stesso:

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \rightarrow W_{tot} = \Delta K$$

Nelle unità di misura del SI (MKS) anche l'energia cinetica si misura in **Joule (J)**.



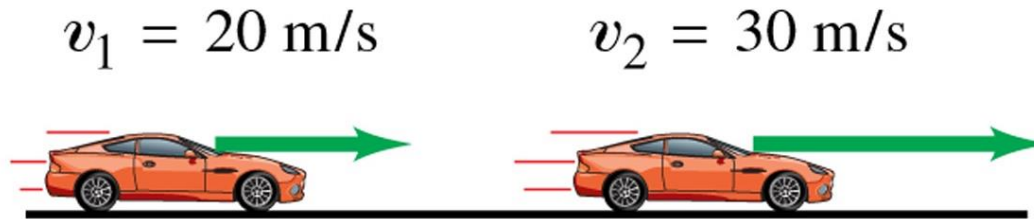
NOTA: Dalla definizione di **energia cinetica traslazionale** ricaviamo anche che l'energia cinetica è direttamente proporzionale alla massa ma **direttamente proporzionale al quadrato della velocità**: ciò significa che, se la massa di un corpo raddoppia, la sua energia cinetica raddoppia, ma se è la velocità del corpo a raddoppiare, la sua energia cinetica diventa quattro volte maggiore: il corpo sarà quindi in grado di compiere un lavoro quattro volte maggiore (e, se si tratta ad es. di un'auto che urta contro un'altra auto, dei **danni** quattro volte maggiori!)

L'energia cinetica

Esercizio 1

Lavoro compiuto su un'automobile per aumentarne l'energia cinetica.

Quanto lavoro è necessario per accelerare un'automobile di massa 1000kg da 20m/s a 30m/s?



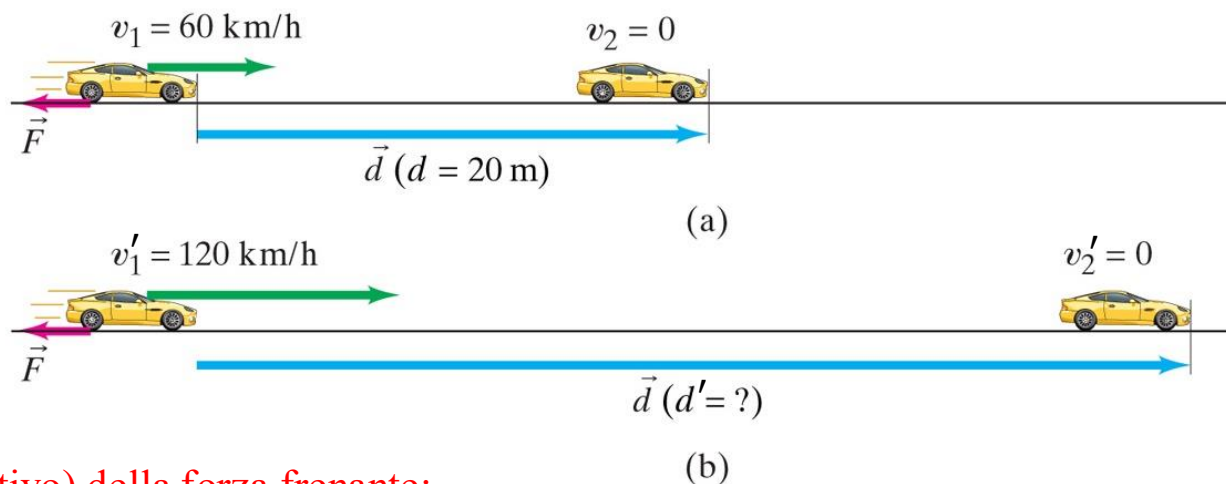
Utilizzando il teorema dell'energia cinetica avremo immediatamente:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \\ &= \frac{1}{2} 1000 \text{ kg} \left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \frac{1}{2} 1000 \text{ kg} \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{2} 1000 \text{ kg} (900 - 400) \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 2.5 \cdot 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

Esercizio 2

Lavoro necessario per fermare un'automobile.

Un automobile che viaggia a 60 km/h è in grado, frenando, di fermarsi in un tratto di 20m (a). Se l'automobile stesse viaggiando a velocità doppia, cioè a 120 km/h, quale sarebbe la sua distanza di arresto (b)? Si assuma che la massima forza frenante, in prima approssimazione, sia indipendente dalla velocità



Lavoro (negativo) della forza frenante:

$$W = -F d = 0 - \frac{1}{2} m v_1^2 \longrightarrow F = \frac{1}{2} m v_1^2 \frac{1}{d}$$

$$W' = -F d' = 0 - \frac{1}{2} m v_1'^2 \longrightarrow F = \frac{1}{2} m v_1'^2 \frac{1}{d'}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 \frac{1}{d} = \frac{1}{2} m v_1'^2 \frac{1}{d'}$$

$$d' = \frac{v_1'^2}{v_1^2} d = \frac{(120 \text{ km/h})^2}{(60 \text{ km/h})^2} d$$

$$d' = (2)^2 d = 4(20 \text{ m}) = 80 \text{ m}$$

Reminder:
Distanza di
frenata in
cinematica 1D

Dall'equazione III del moto uniformemente accelerato notiamo che la **distanza di frenata**, cioè lo spazio totale $(x - x_0)$ percorso dall'auto dal momento in cui si preme il freno fino all'arresto completo dell'auto, aumenta proporzionalmente al **quadrato** della velocità iniziale, ossia in maniera **non lineare**: andando a velocità doppia occorrerà quindi una distanza di frenata quattro volte maggiore, e così via...

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \longrightarrow x = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \xrightarrow{v=0} x - x_0 = \frac{-v_0^2}{2a}$$

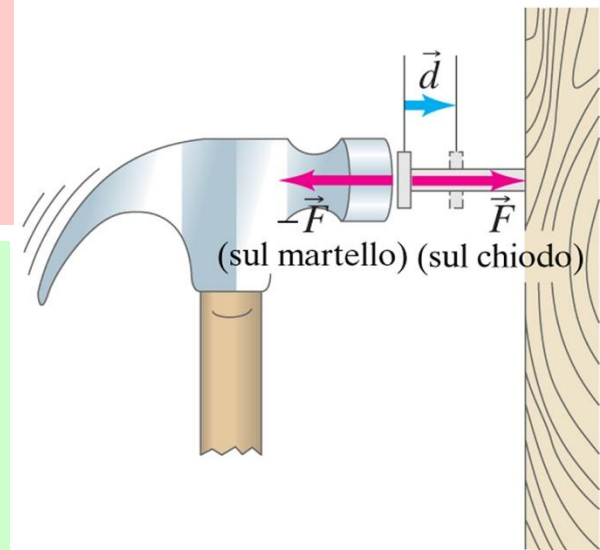
Esempio concettuale

Consideriamo un **martello** in movimento che batte su un **chiodo** (vedi figura) e cerchiamo di capire cosa succede dal punto di vista del lavoro e della variazione di energia cinetica.

Ricordiamo che, per il Teorema dell'Energia Cinetica:

Il lavoro totale compiuto da una forza su un corpo è uguale alla variazione (positiva o negativa) dell'energia cinetica del corpo:

$$W_{tot} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \rightarrow W_{tot} = K_2 - K_1 \rightarrow W_{tot} = \Delta K$$



Fisica
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

1) Nell'istante in cui **il martello in movimento colpisce il chiodo**, grazie alla sua energia cinetica esso è in grado di compiere lavoro sul chiodo esercitando su di esso una **forza** di intensità F diretta verso destra e **spostandosi** assieme ad esso di un tratto d nella stessa direzione. Dunque, per la **terza legge di Newton**, il chiodo restituisce al martello una forza F uguale e contraria, ma diretta verso sinistra. Essendo lo spostamento del martello verso destra, **il lavoro W_{MC} compiuto sul martello dal chiodo** è negativo, $W_{MC} = Fd \cos 180^\circ = -Fd = \Delta K_M < 0$, dunque l'energia cinetica del martello diminuisce (di solito fino a zero, in quanto il martello arriva a fermarsi).

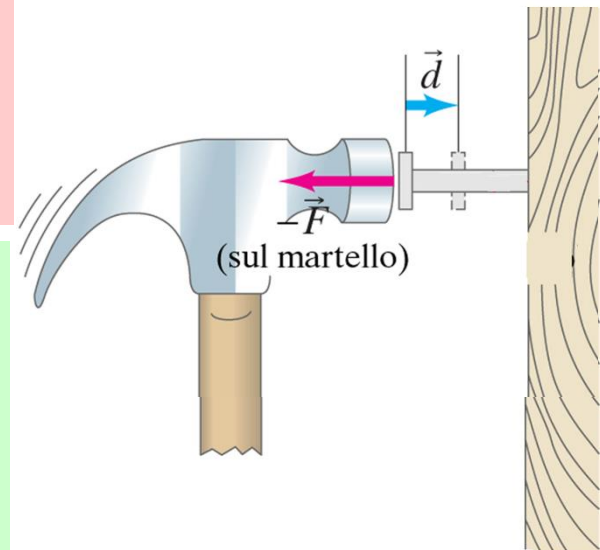
Esempio concettuale

Consideriamo un **martello** in movimento che batte su un **chiodo** (vedi figura) e cerchiamo di capire cosa succede dal punto di vista del lavoro e della variazione di energia cinetica.

Ricordiamo che, per il Teorema dell'Energia Cinetica:

Il lavoro totale compiuto da una forza su un corpo è uguale alla variazione (positiva o negativa) dell'energia cinetica del corpo:

$$W_{tot} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \rightarrow W_{tot} = K_2 - K_1 \rightarrow W_{tot} = \Delta K$$



Fisica
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

1) Nell'istante in cui **il martello in movimento colpisce il chiodo**, grazie alla sua energia cinetica esso è in grado di compiere lavoro sul chiodo esercitando su di esso una **forza** di intensità F diretta verso destra e **spostandosi** assieme ad esso di un tratto d nella stessa direzione. Dunque, per la **terza legge di Newton**, il chiodo restituisce al martello una forza F uguale e contraria, ma diretta verso sinistra. Essendo lo spostamento del martello verso destra, **il lavoro W_{MC} compiuto sul martello dal chiodo** è negativo, $W_{MC} = Fd \cos 180^\circ = -Fd = \Delta K_M < 0$, dunque l'energia cinetica del martello diminuisce (di solito fino a zero, in quanto il martello arriva a fermarsi).

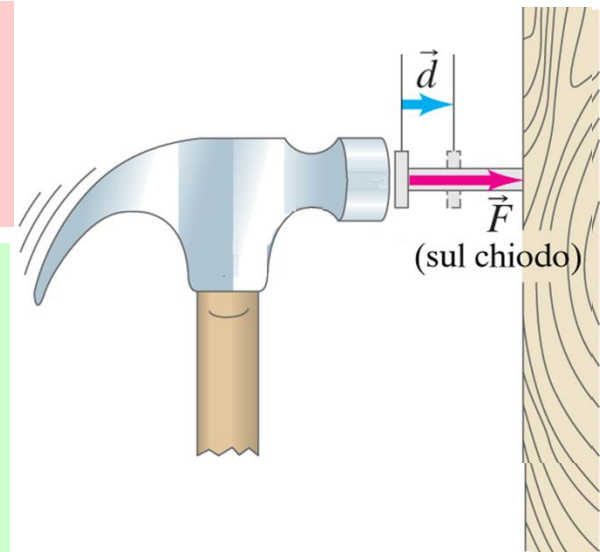
Esempio concettuale

Consideriamo un **martello** in movimento che batte su un **chiodo** (vedi figura) e cerchiamo di capire cosa succede dal punto di vista del lavoro e della variazione di energia cinetica.

Ricordiamo che, per il Teorema dell'Energia Cinetica:

Il lavoro totale compiuto da una forza su un corpo è uguale alla variazione (positiva o negativa) dell'energia cinetica del corpo:

$$W_{tot} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \rightarrow W_{tot} = K_2 - K_1 \rightarrow W_{tot} = \Delta K$$



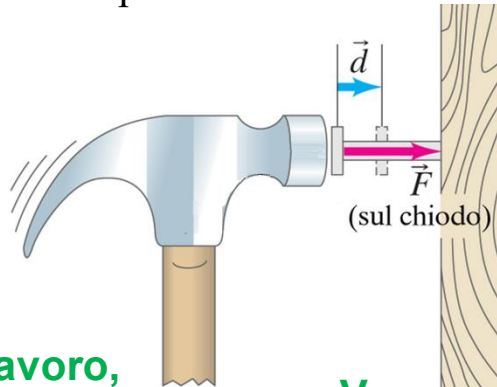
Fisica
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

1) Nell'istante in cui **il martello in movimento colpisce il chiodo**, grazie alla sua energia cinetica esso è in grado di compiere lavoro sul chiodo esercitando su di esso una **forza** di intensità F diretta verso destra e **spostandosi** assieme ad esso di un tratto d nella stessa direzione. Dunque, per la **terza legge di Newton**, il chiodo restituisce al martello una forza F uguale e contraria, ma diretta verso sinistra. Essendo lo spostamento del martello verso destra, **il lavoro W_{MC} compiuto sul martello dal chiodo** è negativo, $W_{MC} = Fd \cos 180^\circ = -Fd = \Delta K_M < 0$, dunque l'energia cinetica del martello diminuisce (di solito fino a zero, in quanto il martello arriva a fermarsi).

2) D'altro canto, mentre rallenta fino a fermarsi, il martello compie lavoro positivo sul chiodo, in quanto quest'ultimo verrà spostato verso destra a causa della forza F diretta anch'essa verso destra. **Il lavoro W_{CM} compiuto sul chiodo dal martello** è infatti $W_{CM} = Fd \cos 0^\circ = Fd = \Delta K_C > 0$ e quindi (essendo ΔK_C uguale ed opposta ad ΔK_M) l'energia cinetica del chiodo aumenta della stessa quantità di cui quella del martello era diminuita: possiamo concluderne che il martello, compiendo sul chiodo un lavoro positivo, **gli ha trasferito la sua energia cinetica** – energia che, a sua volta, servirà al chiodo per compiere lavoro sulla parete e conficcarsi dentro di essa....

Lavoro come Energia in Transito

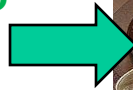
Riassumendo, quindi, possiamo considerare il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro (un po' come il denaro transita da un conto corrente ad un altro). Infatti un **lavoro totale positivo** su un oggetto fa **aumentare** la sua energia cinetica (proprio come un versamento di denaro fa aumentare il saldo di un conto corrente), mentre un **lavoro totale negativo** la fa **diminuire** (come un prelievo fa diminuire il saldo di un conto corrente). Se invece il lavoro totale su un oggetto è **nullo**, la sua energia cinetica resta **costante**, e quindi resta costante anche la sua velocità (se non ci sono prelievi o versamenti anche il saldo di un conto corrente resta costante...).



Lavoro,
positivo, fatto
dal martello
sul chiodo

≡

Versamento
di energia
cinetica



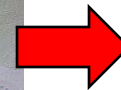
Conto
corrente
energetico
del chiodo



Lavoro come Energia in Transito

Riassumendo, quindi, possiamo considerare il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro (un po' come il denaro transita da un conto corrente ad un altro). Infatti un **lavoro totale positivo** su un oggetto fa **aumentare** la sua energia cinetica (proprio come un versamento di denaro fa aumentare il saldo di un conto corrente), mentre un **lavoro totale negativo** la fa **diminuire** (come un prelievo fa diminuire il saldo di un conto corrente). Se invece il lavoro totale su un oggetto è **nullo**, la sua energia cinetica resta **costante**, e quindi resta costante anche la sua velocità (se non ci sono prelievi o versamenti anche il saldo di un conto corrente resta costante...).

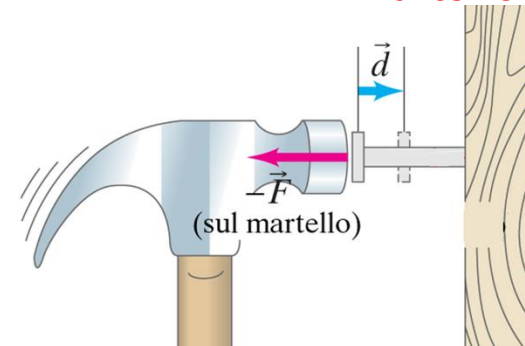
Conto
corrente
energetico
del martello



Prelievo
di energia
cinetica

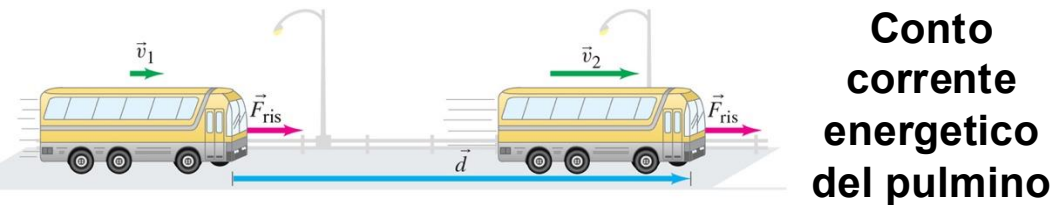
≡

Lavoro,
negativo, fatto
dal chiodo sul
martello



Lavoro come Energia in Transito

Riassumendo, quindi, possiamo considerare il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro (un po' come il denaro transita da un conto corrente ad un altro). Infatti un **lavoro totale positivo** su un oggetto fa **aumentare** la sua energia cinetica (proprio come un versamento di denaro fa aumentare il saldo di un conto corrente), mentre un **lavoro totale negativo** la fa **diminuire** (come un prelievo fa diminuire il saldo di un conto corrente). Se invece il lavoro totale su un oggetto è **nullo**, la sua energia cinetica resta **costante**, e quindi resta costante anche la sua velocità (se non ci sono prelievi o versamenti anche il saldo di un conto corrente resta costante...).

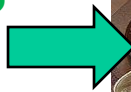


Conto
corrente
energetico
del pulmino

Lavoro,
positivo, fatto
dalla spinta
del motore

≡

Versamento
di energia
cinetica



Lavoro come Energia in Transito

Riassumendo, quindi, possiamo considerare il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro (un po' come il denaro transita da un conto corrente ad un altro). Infatti un **lavoro totale positivo** su un oggetto fa **aumentare** la sua energia cinetica (proprio come un versamento di denaro fa aumentare il saldo di un conto corrente), mentre un **lavoro totale negativo** la fa **diminuire** (come un prelievo fa diminuire il saldo di un conto corrente). Se invece il lavoro totale su un oggetto è **nullo**, la sua energia cinetica resta **costante**, e quindi resta costante anche la sua velocità (se non ci sono prelievi o versamenti anche il saldo di un conto corrente resta costante...).

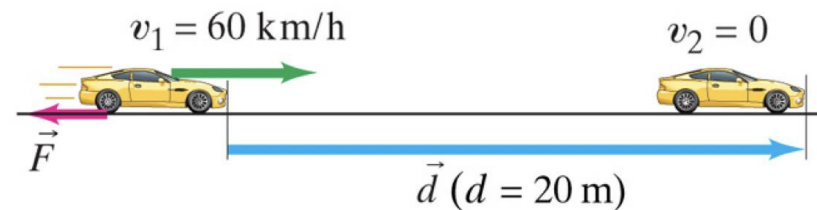
Conto
corrente
energetico
dell'auto



Prelievo
di energia
cinetica

≡

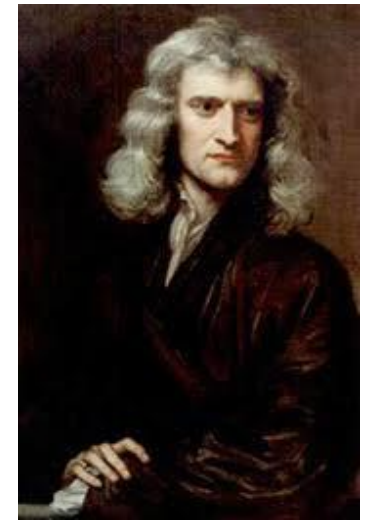
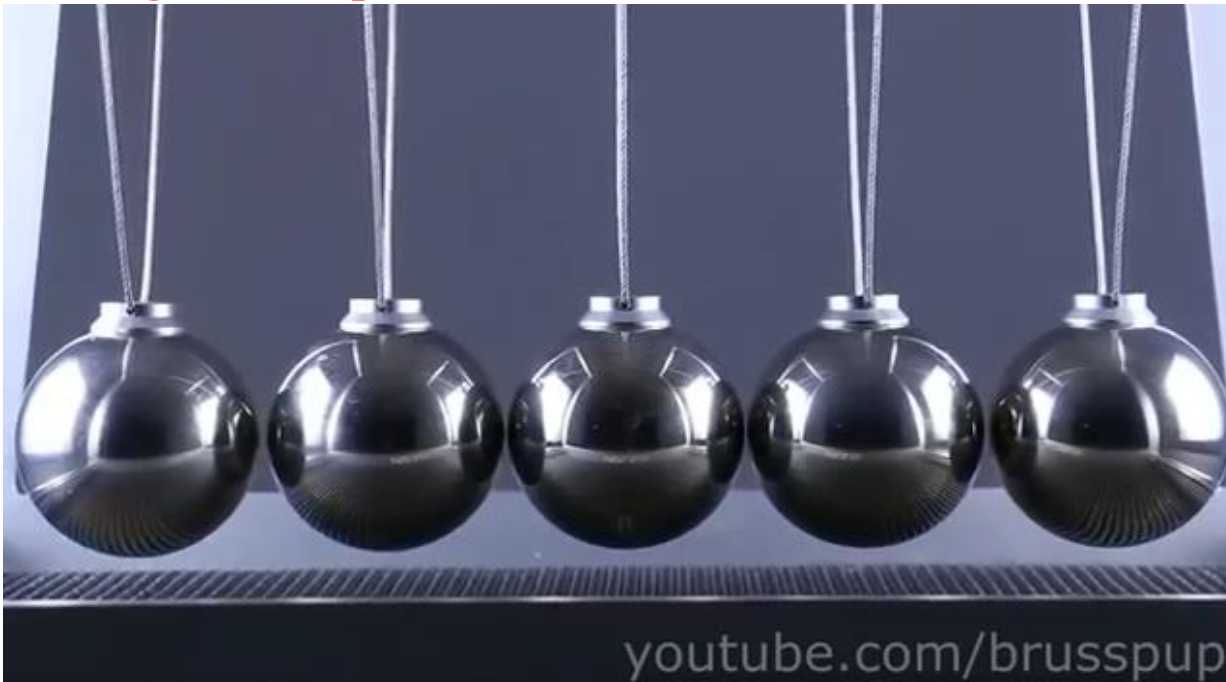
Lavoro,
negativo, fatto
dalla forza di
attrito dei freni



Lavoro come Energia in Transito

Riassumendo, quindi, possiamo considerare il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro (un po' come il denaro transita da un conto corrente ad un altro). Infatti un **lavoro totale positivo** su un oggetto fa **aumentare** la sua energia cinetica (proprio come un versamento di denaro fa aumentare il saldo di un conto corrente), mentre un **lavoro totale negativo** la fa **diminuire** (come un prelievo fa diminuire il saldo di un conto corrente). Se invece il lavoro totale su un oggetto è **nullo**, la sua energia cinetica resta **costante**, e quindi resta costante anche la sua velocità (se non ci sono prelievi o versamenti anche il saldo di un conto corrente resta costante...).

Provate a descrivere cosa succede, dal punto di vista degli scambi di energia, con il pendolo di Newton...



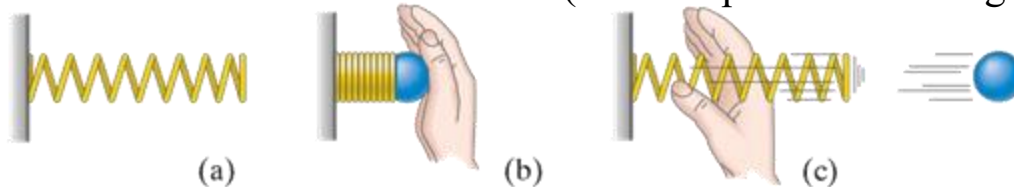
Pendolo di Newton

Energia Potenziale

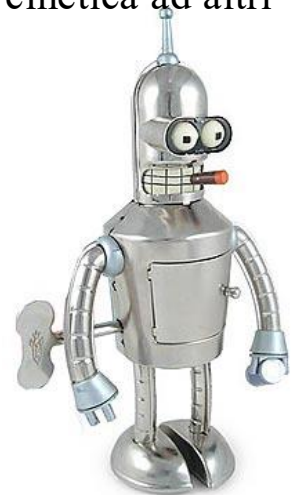
Per definizione l'**energia cinetica** posseduta da un corpo dipende esclusivamente dalla sua massa e dalla sua velocità, quindi essa è **presente in ogni corpo in movimento** a prescindere dall'esistenza o meno di altre forze che agiscono sul corpo stesso.

Esiste invece un'altra fondamentale forma di energia legata alla capacità di un corpo di compiere lavoro a causa della sua **configurazione** o della sua **posizione** all'interno di una regione di spazio in cui siano presenti delle **forze**: questa forma di energia si chiama **energia potenziale** la sua definizione varia a seconda del tipo di forza da cui essa trae origine.

Un tipico esempio di energia potenziale (legata alla configurazione) è quella associata ad una **molla compressa**: in questo caso, finchè la molla è tenuta in compressione (b), essa non si muove, quindi non possiede energia cinetica, ma è comunque **potenzialmente** in grado di compiere lavoro, come diventa chiaro non appena si lascia la molla libera di espandersi (c) e di trasmettere, grazie alla **forza elastica** (di cui parleremo più avanti), energia cinetica ad altri corpi eventualmente a contatto con essa (come la pallina blu in figura).



Ad esempio, **in un giocattolo a molla**, quest'ultima acquista la sua energia potenziale grazie al lavoro che viene compiuto su di essa da chi carica il giocattolo per mezzo della chiavetta. Dopodiché, quando la molla si rilassa, essa restituisce **l'energia potenziale immagazzinata** esercitando a sua volta una forza e compiendo così il lavoro necessario per far muovere il giocattolo.



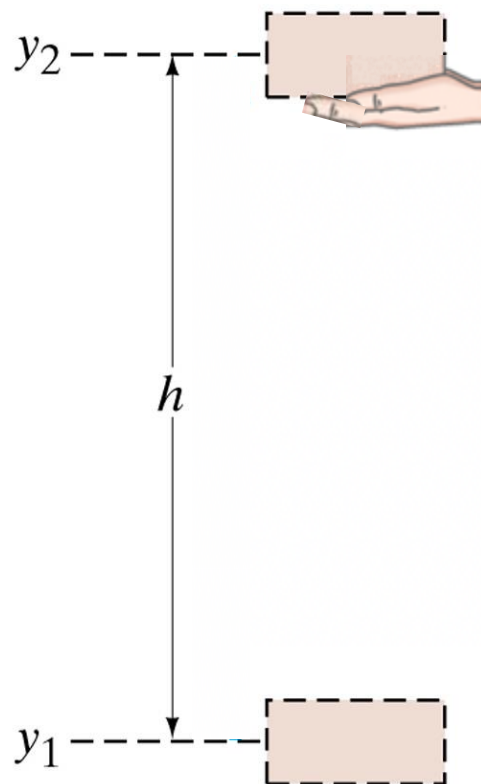
Energia Potenziale Gravitazionale

L'esempio più comune di energia potenziale è però quello di **energia potenziale gravitazionale**, cioè di quell'energia potenziale associata all'azione della forza di gravità, o forza peso.

Se infatti consideriamo un **mattone** tenuto fermo dalla nostra mano ad una certa altezza h dal suolo, esso possiede evidentemente una certa **energia potenziale**, in quanto se lasciato libero di muoversi, esso cadrà verso il suolo acquisendo velocità e dunque energia cinetica, e potrà a sua volta **compiere lavoro** su un eventuale oggetto su cui cadrà (ad esempio su un picchetto, piantandolo nel terreno).

Diversamente da quanto accadeva per la molla, in questo caso l'energia potenziale del mattone sospeso è dovuta alla sua **posizione rispetto alla Terra**, che esercita su di esso una attrazione gravitazionale.

Potremmo dunque **calcolare** l'energia potenziale gravitazionale del mattone indirettamente, attraverso una misura del lavoro minimo necessario a sollevarlo.



Energia Potenziale Gravitazionale

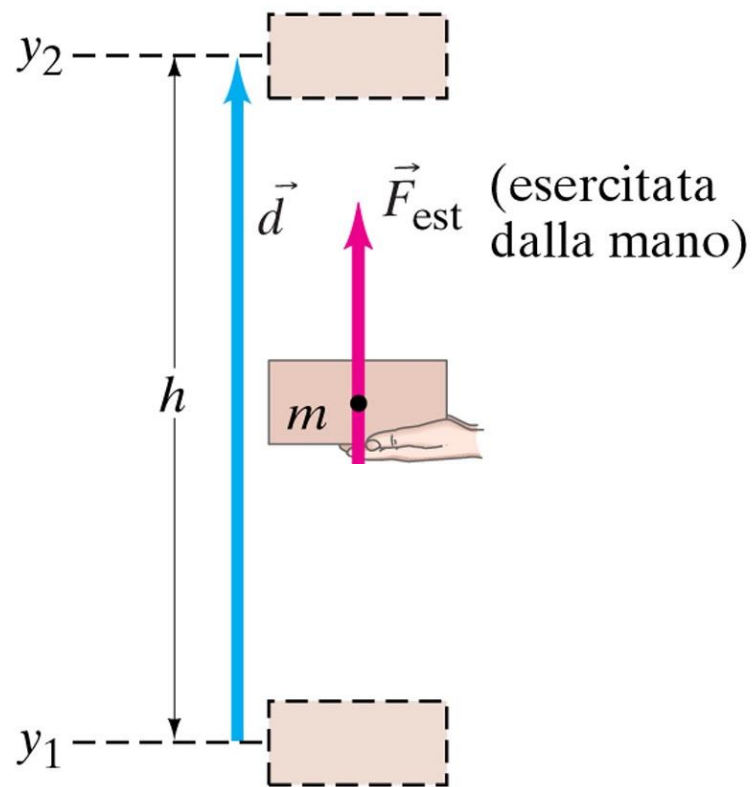
Assumiamo che la massa del mattone sia m e che esso sia prossimo alla superficie terrestre. E' evidente che per **sollevare** (a velocità costante, senza accelerarlo) il mattone dal suolo (posizione y_1) e portarlo ad una altezza h (posizione y_2), la nostra mano deve esercitare su di esso una **forza costante diretta verso l'alto** e di intensità minima esattamente uguale al suo peso (tranne che all'inizio e alla fine dello spostamento).

Così facendo, la nostra mano avrà compiuto un **lavoro positivo** pari al prodotto del modulo della **forza esterna** applicata, $F_{\text{est}} = mg$, per lo spostamento verticale $h = y_2 - y_1$:

$$W_{\text{est}} = \vec{F}_{\text{est}} \cdot \vec{d} = F_{\text{est}} d \cos 0^\circ = mgh = mg(y_2 - y_1)$$

Notare che, nel frattempo, anche la **forza di gravità** avrà agito sul mattone, compiendo su di esso un **lavoro negativo** (in quanto il suo verso si oppone allo spostamento):

$$W_G = \vec{F}_G \cdot \vec{d} = F_G d \cos 180^\circ = -mgh = -mg(y_2 - y_1)$$



Fisica

Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

Energia Potenziale Gravitazionale

Se adesso **lasciamo cadere** il mattone da fermo dall'altezza h sotto l'azione della **gravità**, un attimo prima di toccare il suolo esso avrà acquistato (per la terza equazione del moto uniformemente accelerato) una **velocità** pari a:

$$v^2 = 0 - 2g(y_1 - y_2) = 2g(y_2 - y_1) = 2gh$$

e quindi una **energia cinetica**:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2gh) = mgh$$

corrispondente alla sua capacità di compiere **lavoro**.

Quindi *il lavoro speso per sollevare il mattone, mgh , è esattamente uguale al lavoro che, grazie alla forza peso, esso diventa in grado di effettuare (per il teorema dell'energia cinetica) in virtù della sua nuova posizione rispetto alla Terra.*

Ne deduciamo che, quando si trovava nella posizione y_2 , il mattone doveva possedere una **energia potenziale gravitazionale** U_g , definita come il prodotto del suo peso mg per la quota h (o, più in generale, y) al di sopra di una quota di riferimento (ad esempio il terreno):

$$U_g = mgh$$
