

Lavoro ed Energia Cinetica

Quando un **oggetto in moto** urta su un altro oggetto (una palla di cannone contro un muro, un martello contro un chiodo, etc..), eserciterà su di esso una **forza** e ne provocherà un certo **spostamento**: così facendo esso mostra di essere in grado di **compiere lavoro proprio grazie al fatto che è in movimento**, e per questo diciamo che un oggetto in moto possiede una certa **energia cinetica**.



Abbiamo visto che se, per un corpo di massa m che si muove a velocità v , definiamo **energia cinetica traslazionale** la quantità:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

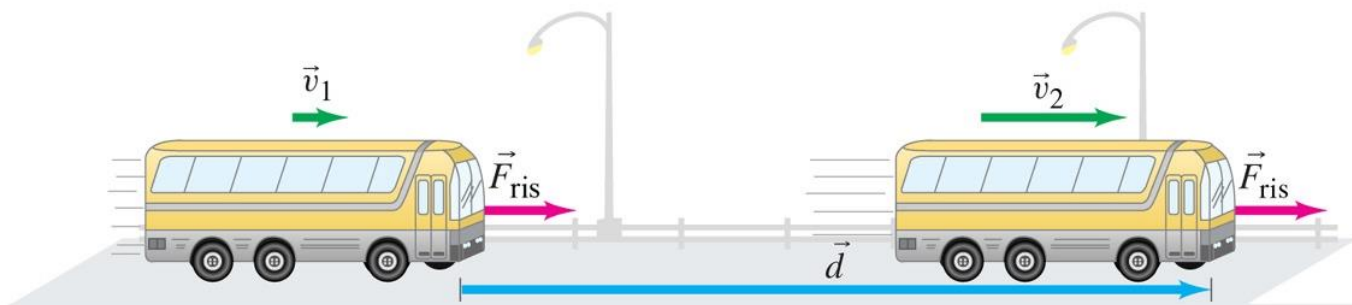
TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA: il lavoro totale compiuto da una forza risultante non nulla sul corpo è uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo stesso:

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \rightarrow W_{tot} = \Delta K$$

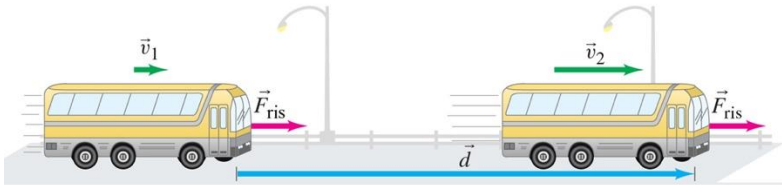
Nelle unità di misura del SI (MKS) anche l'energia cinetica si misura in **Joule (J)**.



James Joule



Lavoro come Energia in Transito

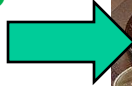


**Conto
corrente
energetico
del pulmino**

**Lavoro,
positivo, fatto
dalla spinta
del motore**

$\equiv$

**Versamento
di energia
cinetica**

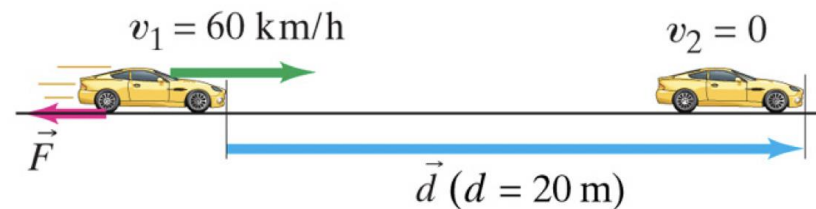


**Prelievo
di energia
cinetica**

$\equiv$

**Lavoro,
negativo, fatto
dalla forza di
attrito dei freni**

**Conto
corrente
energetico
dell'auto**



Lavoro come Energia in Transito

Lavoro,
positivo, fatto
dal martello
sul chiodo

≡

Versamento
di energia
cinetica

Conto
corrente
energetico
del chiodo

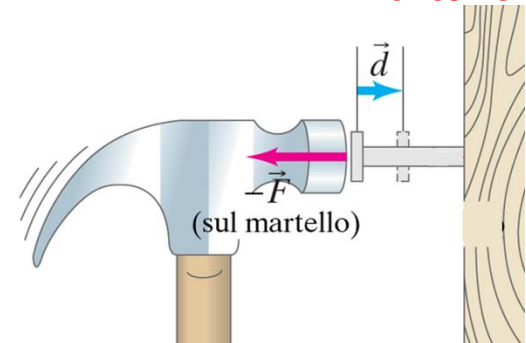


Conto
corrente
energetico
del martello

Prelievo
di energia
cinetica

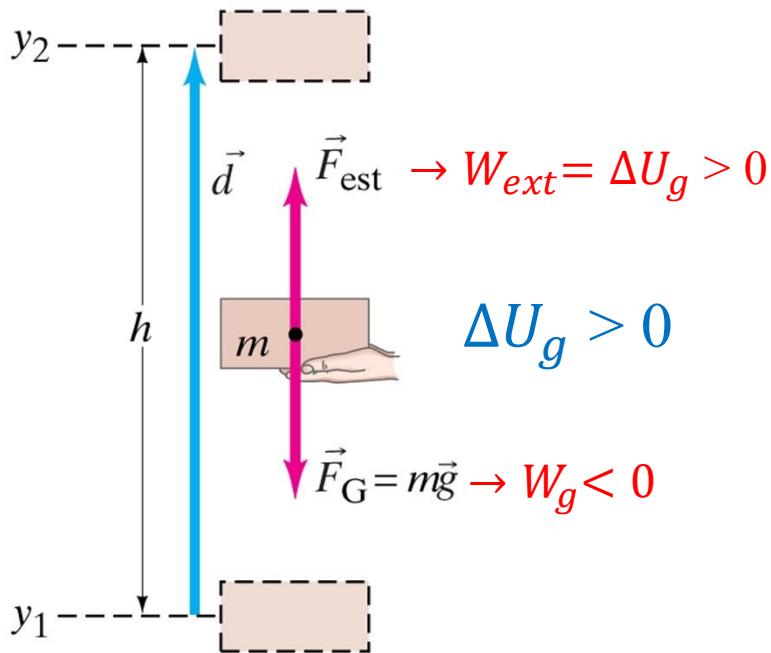
≡

Lavoro,
negativo, fatto
dal chiodo sul
martello



Lavoro ed Energia Potenziale

Abbiamo poi visto che esiste un'altra fondamentale forma di energia legata alla capacità di un corpo di compiere lavoro a causa della sua **configurazione** o della sua **posizione** all'interno di un campo di forza: questa forma di energia si chiama **energia potenziale**, si indica con U e la sua definizione varia a seconda del tipo di forza da cui essa trae origine.



Energia potenziale gravitazionale U_g di un corpo di massa m posto alla quota h al di sopra di una quota di riferimento (ad esempio il terreno):

$$U_g = mgh$$

Si noti che l'**energia potenziale gravitazionale** dipende dalla quota presa come riferimento... Vediamo un esempio...

Esercizio

Un vagoncino delle montagne russe di massa 1000kg si muove dal punto 1 (vedi figura) al punto 2 e quindi al punto 3. Considerando il sistema vagoncino-Terra e fissando l'asse y con il verso positivo rivolto verso l'alto, rispondere alle seguenti domande:

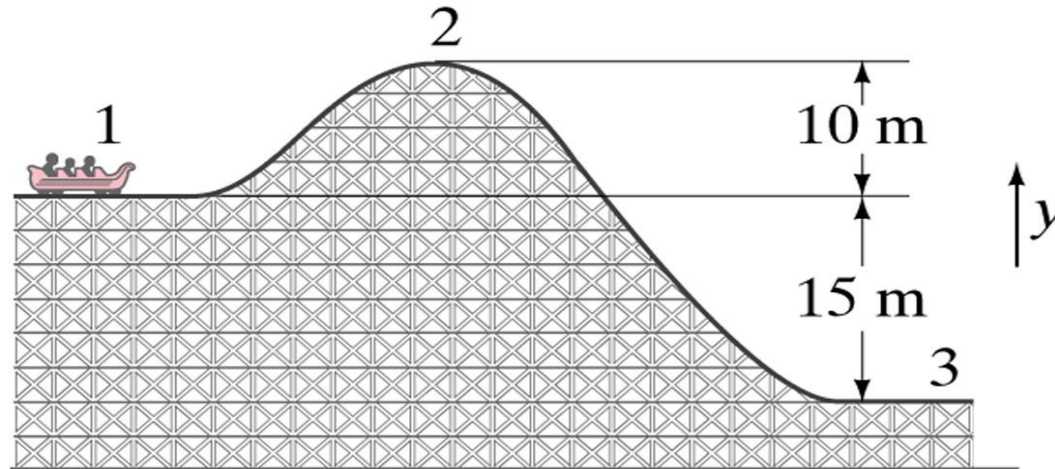
(a) Qual è l'energia potenziale gravitazionale nei punti 2 e 3 relativamente al punto 1? (in altre parole, bisogna considerare $y=0$ nel punto 1)

(a) Poichè misuriamo l'energia potenziale gravitazionale rispetto al punto 1 (con $y_1=0$), l'energia potenziale iniziale sarà uguale a zero. Nel punto 2, invece, essendo $y_2=10\text{ m}$, si avrà:

$$U_2 = mgy_2 = (1000\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(10\text{m}) = 9.8 \times 10^4 J$$

Nel punto 3, $y_3 = -15\text{m}$, e quindi si avrà:

$$U_3 = mgy_3 = (1000\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(-15\text{m}) = -1.5 \times 10^5 J$$



Esercizio

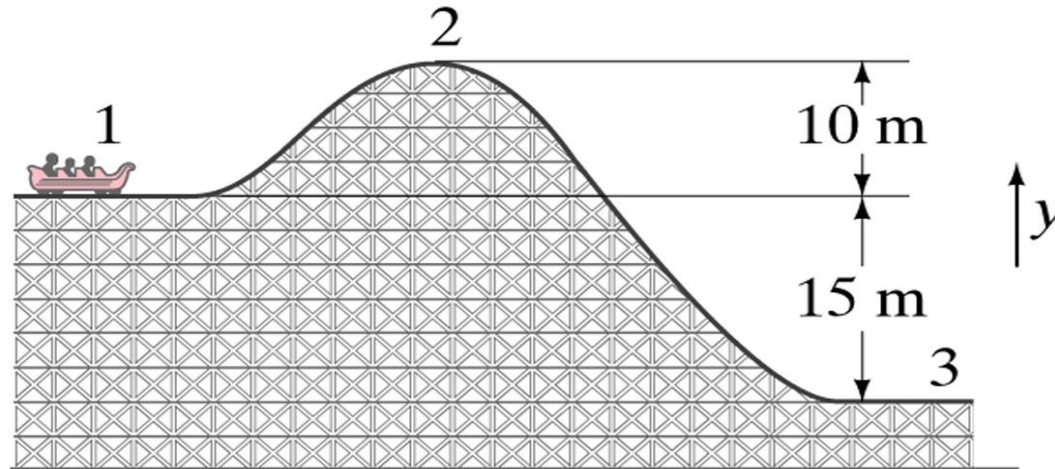
Un vagoncino delle montagne russe di massa 1000kg si muove dal punto 1 (vedi figura) al punto 2 e quindi al punto 3. Considerando il sistema vagoncino-Terra e fissando l'asse y con il verso positivo rivolto verso l'alto, rispondere alle seguenti domande:

- (a) Qual è l'energia potenziale gravitazionale nei punti 2 e 3 relativamente al punto 1? (in altre parole, bisogna considerare $y=0$ nel punto 1)
- (b) Qual è la variazione di energia potenziale quando il vagoncino si sposta da 2 a 3?

$$U_2 = mgy_2 = (1000\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(10\text{m}) = 9.8 \times 10^4 J$$



$$U_3 = mgy_3 = (1000\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(-15\text{m}) = -1.5 \times 10^5 J$$



Esercizio

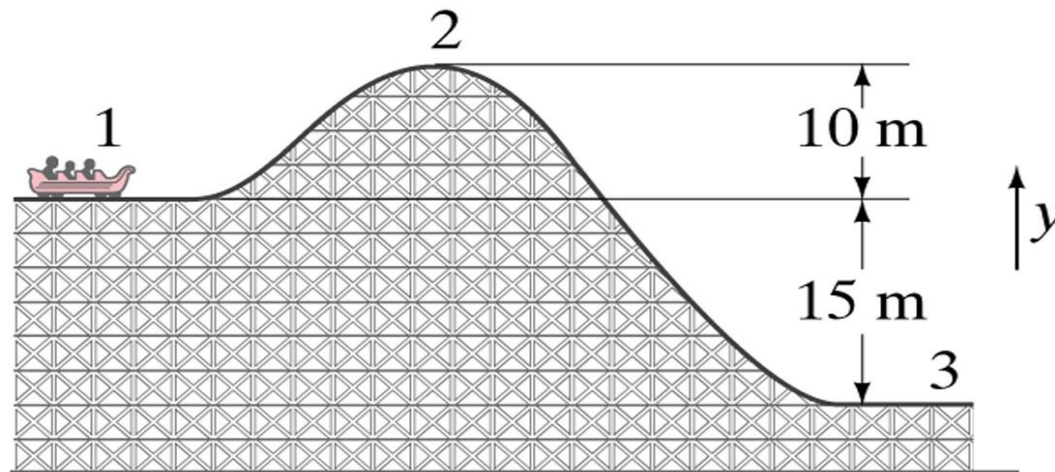
Un vagoncino delle montagne russe di massa 1000kg si muove dal punto 1 (vedi figura) al punto 2 e quindi al punto 3. Considerando il sistema vagoncino-Terra e fissando l'asse y con il verso positivo rivolto verso l'alto, rispondere alle seguenti domande:

- (a) Qual è l'energia potenziale gravitazionale nei punti 2 e 3 relativamente al punto 1? (in altre parole, bisogna considerare $y=0$ nel punto 1)
- (b) Qual è la variazione di energia potenziale quando il vagoncino si sposta da 2 a 3?

(b) Muovendosi da 2 a 3 la variazione di energia potenziale ($U_{\text{gfinale}} - U_{\text{giniziale}}$) sarà:

$$U_3 - U_2 = (-1.5 \times 10^5 J) - (9.8 \times 10^4 J) = -2.5 \times 10^5 J$$

quindi l'energia potenziale gravitazionale del sistema diminuisce quando il vagoncino scende lungo il pendio, come in effetti ci si aspettava.



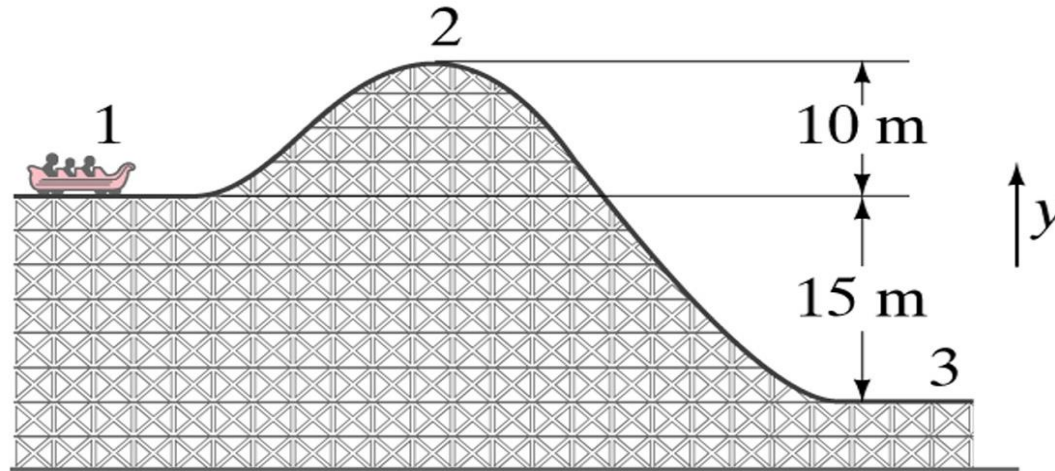
Esercizio

Un vagoncino delle montagne russe di massa 1000kg si muove dal punto 1 (vedi figura) al punto 2 e quindi al punto 3. Considerando il sistema vagoncino-Terra e fissando l'asse y con il verso positivo rivolto verso l'alto, rispondere alle seguenti domande:

- (a) Qual è l'energia potenziale gravitazionale nei punti 2 e 3 relativamente al punto 1? (in altre parole, bisogna considerare $y=0$ nel punto 1);
- (b) Qual è la variazione di energia potenziale quando il vagoncino si sposta da 2 a 3?
- (c) Ripetere le parti (a) e (b) considerando però il punto 3 come riferimento ($y=0$).

(c) In questo caso avremo $y_1=+15\text{m}$ e $y_2=25\text{m}$, mentre $y_3=0$. Quindi sarà:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= mgy_1 = (1000\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(15\text{m}) = 1.5 \times 10^5 \text{ J} \\ U_2 &= mgy_2 = (1000\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(25\text{m}) = 2.5 \times 10^5 \text{ J} \\ U_3 &= 0 \end{aligned} \right\} U_3 - U_2 = 0 - (2.5 \times 10^5 \text{ J}) = -2.5 \times 10^5 \text{ J}$$



Esercizio

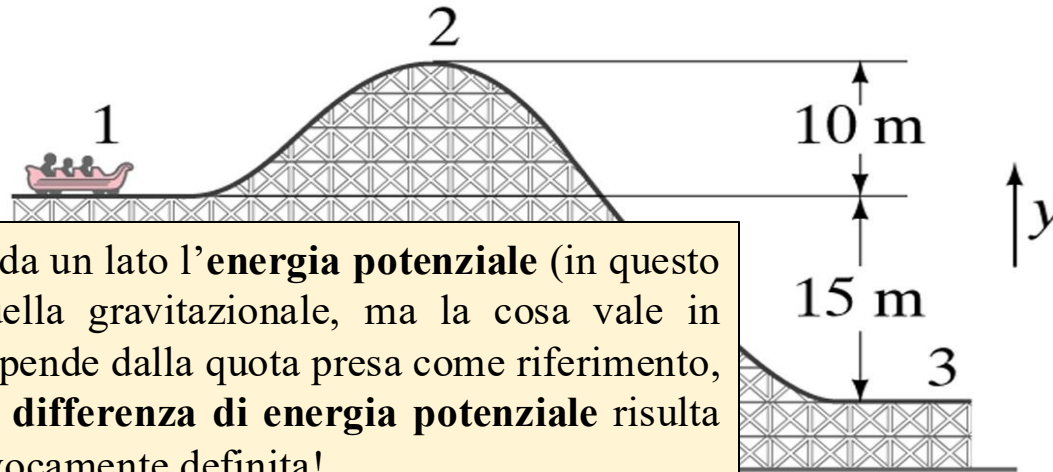
Un vagoncino delle montagne russe di massa 1000kg si muove dal punto 1 (vedi figura) al punto 2 e quindi al punto 3. Considerando il sistema vagoncino-Terra e fissando l'asse y con il verso positivo rivolto verso l'alto, rispondere alle seguenti domande:

- (a) Qual è l'energia potenziale gravitazionale nei punti 2 e 3 relativamente al punto 1? (in altre parole, bisogna considerare $y=0$ nel punto 1);
- (b) Qual è la variazione di energia potenziale quando il vagoncino si sposta da 2 a 3?
- (c) Ripetere le parti (a) e (b) considerando però il punto 3 come riferimento ($y=0$).

(c) In questo caso avremo $y_1=+15\text{m}$ e $y_2=25\text{m}$, mentre $y_3=0$. Quindi sarà:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= mgy_1 = (1000\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(15\text{m}) = 1.5 \cdot 10^5 \text{ J} \\ U_2 &= mgy_2 = (1000\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(25\text{m}) = 2.5 \cdot 10^5 \text{ J} \\ U_3 &= 0 \end{aligned} \right\} U_3 - U_2 = 0 - (2.5 \cdot 10^5 \text{ J}) = -2.5 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Dunque, se da un lato l'**energia potenziale** (in questo esempio quella gravitazionale, ma la cosa vale in generale) dipende dalla quota presa come riferimento, dall'altro la **differenza di energia potenziale** risulta sempre univocamente definita!

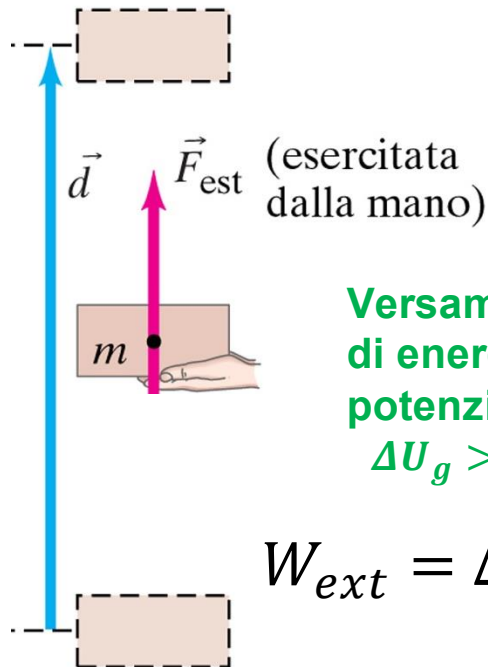


L'energia potenziale

Lavoro ed Energia Potenziale Gravitazionale

Ancora una volta, se consideriamo il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro, possiamo utilizzare la metafora del conto corrente. Infatti mentre **il lavoro compiuto su un oggetto da una forza esterna** contro la forza peso, fa aumentare la sua energia potenziale gravitazionale – proprio come un **versamento** di denaro fa aumentare il saldo del conto corrente –, **il lavoro compiuto sul corpo dalla forza gravitazionale** (a cui l'energia potenziale fa riferimento) fa **diminuire** l'energia potenziale, proprio come un **prelievo** fa diminuire il saldo del conto corrente.

Lavoro, positivo,
fatto dalla forza
esterna



Versamento
di energia
potenziale
 $\Delta U_g > 0$

$$W_{\text{ext}} = \Delta U_g > 0$$

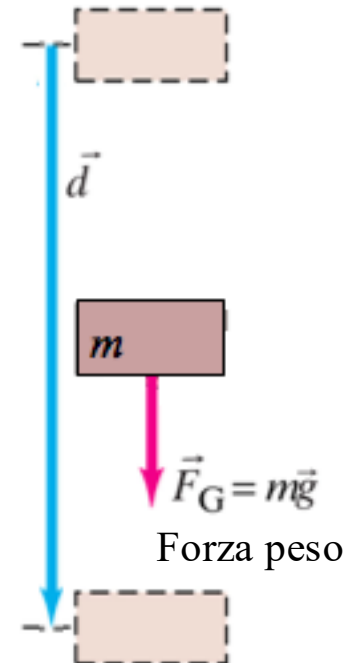
Conto
corrente
energetico
del mattone



Prelievo
di energia
potenziale
 $\Delta U_g < 0$

$$W_g = -\Delta U_g > 0$$

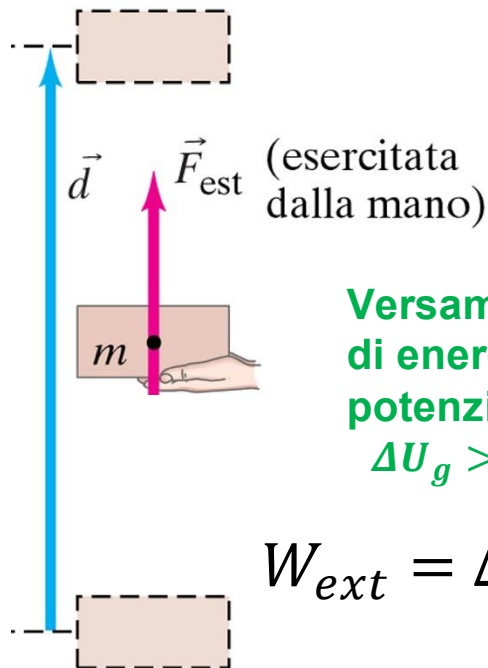
Lavoro, positivo,
fatto dalla forza
peso



Lavoro ed Energia Potenziale Gravitazionale

Ancora una volta, se consideriamo il lavoro come una forma di **energia in transito** da un oggetto ad un altro, possiamo utilizzare la metafora del conto corrente. Infatti mentre **il lavoro compiuto su un oggetto da una forza esterna** contro la forza peso, fa aumentare la sua energia potenziale gravitazionale – proprio come un **versamento** di denaro fa aumentare il saldo del conto corrente –, **il lavoro compiuto sul corpo dalla forza gravitazionale** (a cui l'energia potenziale fa riferimento) fa **diminuire** l'energia potenziale, proprio come un **prelievo** fa diminuire il saldo del conto corrente.

Lavoro, positivo,
fatto dalla forza
esterna



Versamento
di energia
potenziale
 $\Delta U_g > 0$

$$W_{ext} = \Delta U_g > 0$$

Conto
corrente
energetico
del mattone

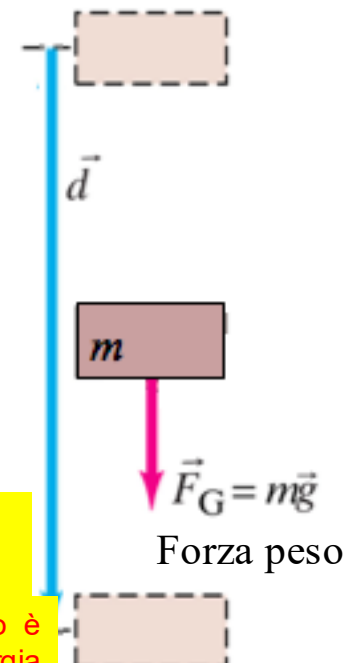


Prelievo
di energia
potenziale
 $\Delta U_g < 0$

$$W_g = -\Delta U_g > 0$$

Dunque il lavoro della forza peso è
uguale alla variazione di energia
potenziale cambiata di segno

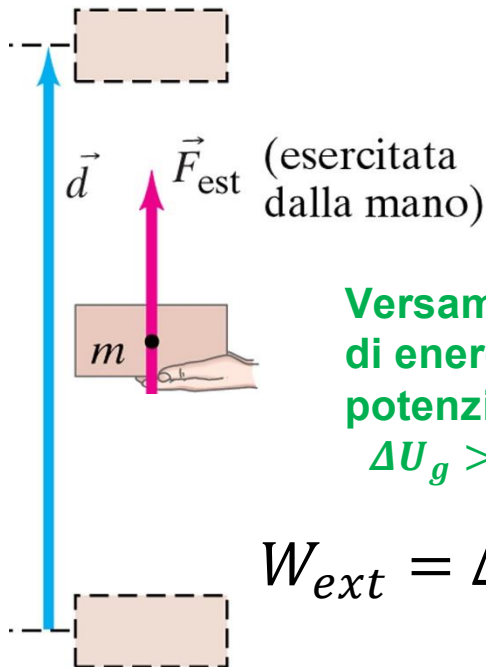
Lavoro, positivo,
fatto dalla forza
peso



Lavoro ed Energia Potenziale Gravitazionale

Se poi consideriamo che mentre il corpo cade sotto l'effetto della forza peso la sua **energia cinetica aumenta**, possiamo modificare ancora la **metafora del conto corrente** immaginando che il prelievo di energia, rappresentato dal lavoro della forza gravitazionale, avvenga **sotto forma di un assegno** (energia potenziale), che viene poi scambiato e trasformato in **denaro liquido** (energia cinetica) dal corpo e dunque effettivamente utilizzato per altri scopi (grazie alla energia cinetica acquisita il corpo diventa infatti in grado di **compiere a sua volta lavoro** su altri corpi e così via!)

Lavoro, positivo,
fatto dalla forza
esterna



Versamento
di energia
potenziale
 $\Delta U_g > 0$

$$W_{\text{ext}} = \Delta U_g > 0$$

$W_g = \Delta K > 0$

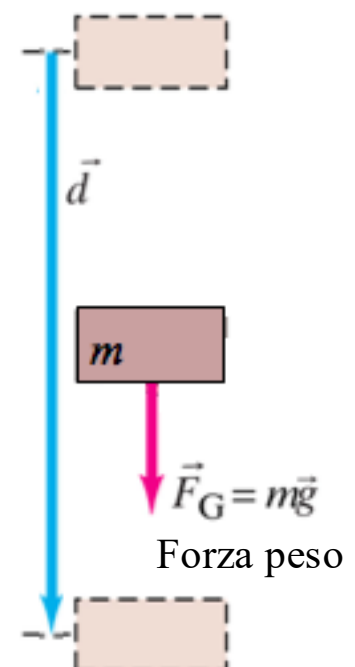
Trasformazione
in energia
cinetica



Prelievo
di energia
potenziale
 $\Delta U_g < 0$

$$W_g = -\Delta U_g > 0$$

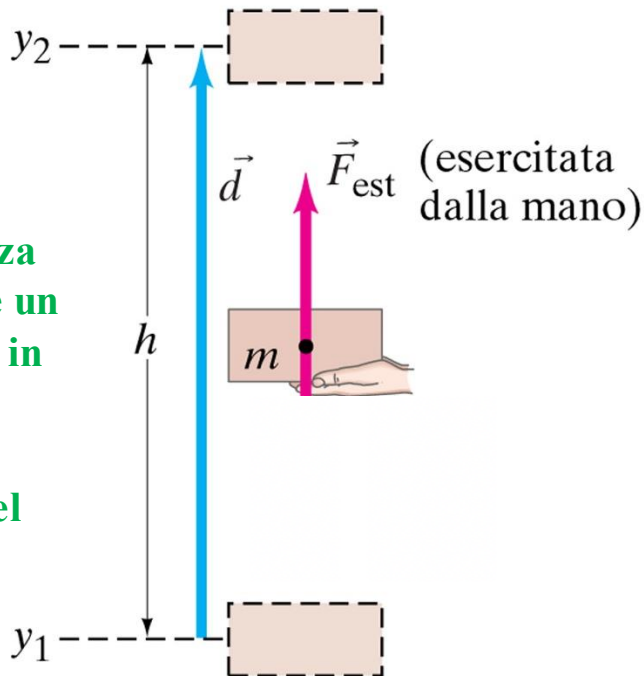
Lavoro, positivo,
fatto dalla forza
peso



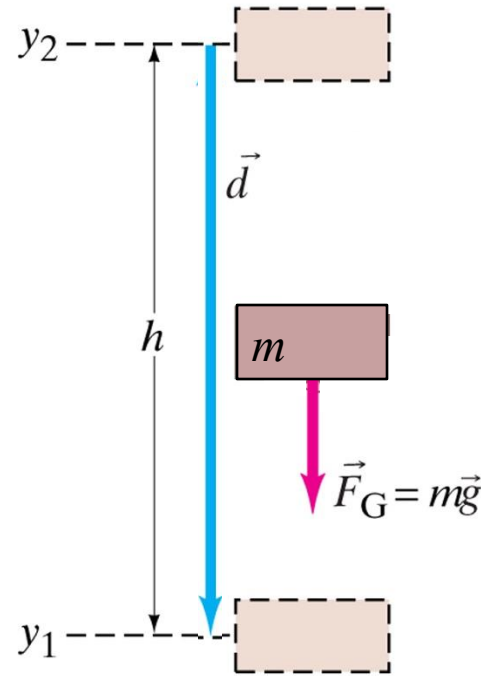
Lavoro ed Energia Potenziale Gravitazionale

Nell'esempio di sollevamento del mattone, se consideriamo il **processo complessivo di sollevamento e caduta dell'oggetto**, notiamo una particolarità: mentre la **forza esterna** compie un lavoro complessivamente positivo (visto che non è responsabile del processo di caduta ma solo di quello di salita)...

$$W_{ext} > 0$$



$$W_{ext} = 0$$

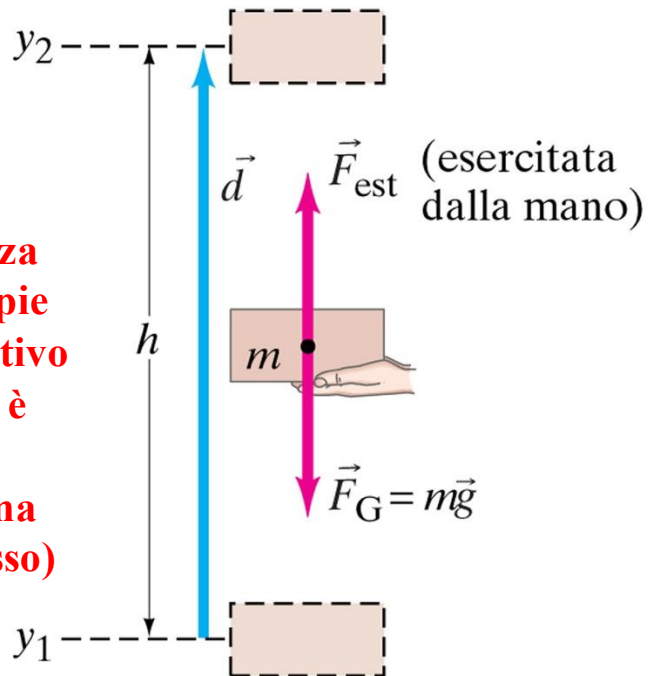


$$W_{TOT} > 0$$

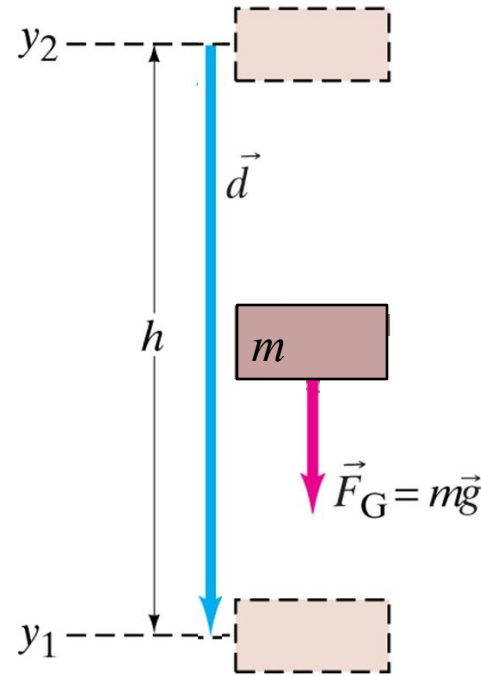
Lavoro ed Energia Potenziale Gravitazionale

Nell'esempio di sollevamento del mattone, se consideriamo il **processo complessivo di sollevamento e caduta dell'oggetto**, notiamo una particolarità: mentre la **forza esterna** compie un lavoro complessivamente positivo (visto che non è responsabile del processo di caduta ma solo di quello di salita)... **la forza di gravità compie un lavoro complessivamente nullo**, in quanto è negativo durante la salita (e pari a $-mgh$) e positivo durante la discesa (e pari a mgh).

$$W_g < 0$$



$$W_g > 0$$

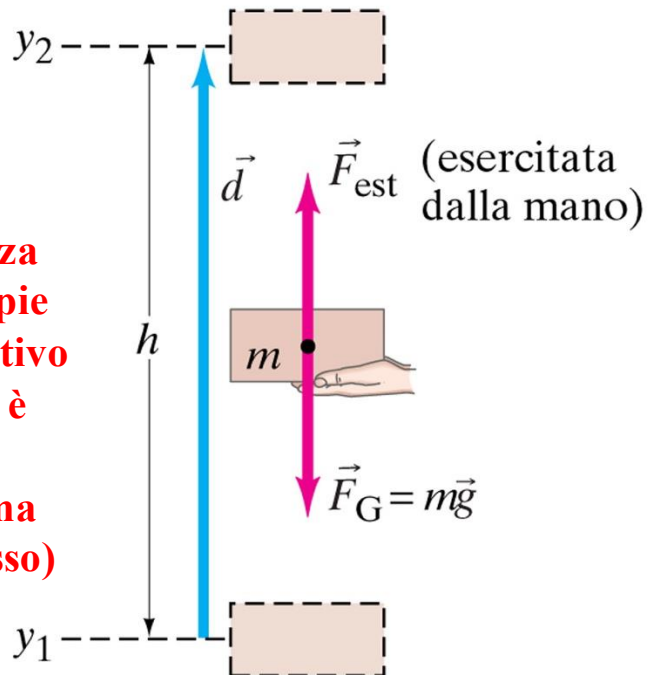


$$W_{TOT} = 0$$

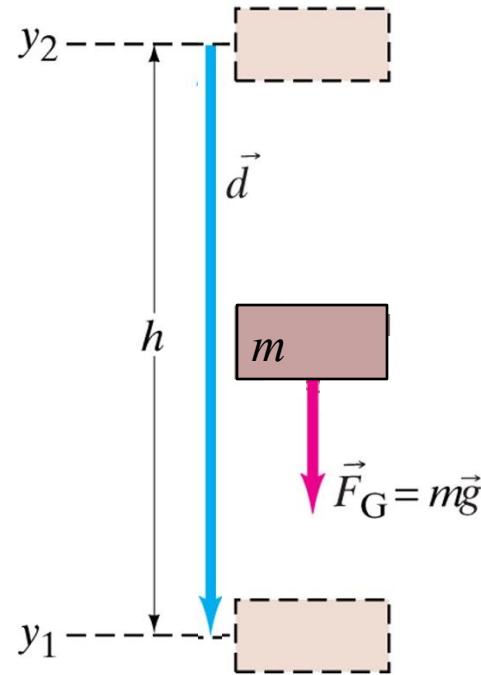
Lavoro delle Forze Conservative

Questa particolarità ci spiega perché sia possibile introdurre il concetto di **energia potenziale SOLO** in riferimento a certi particolari tipi di forze, come ad es. quella gravitazionale: il motivo è che queste forze devono essere “**conservative**”. In generale, si definiscono conservative quelle forze **il cui lavoro compiuto su un oggetto non dipende dal percorso seguito dall’oggetto, ma solo dalle sue posizioni finale e iniziale**. Ne segue che, quando queste posizioni **coincidono** (cioè quando l’oggetto torna al punto di partenza, come fa il nostro mattone), il lavoro è **nullo**!

$$W_g < 0$$



$$W_g > 0$$

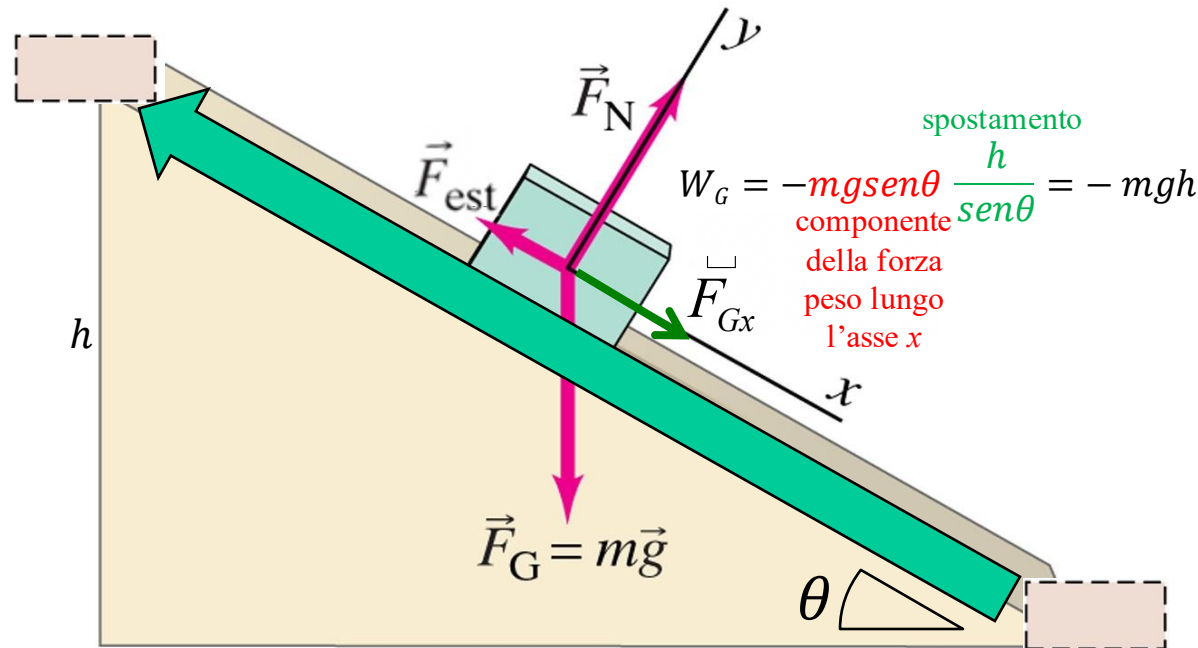
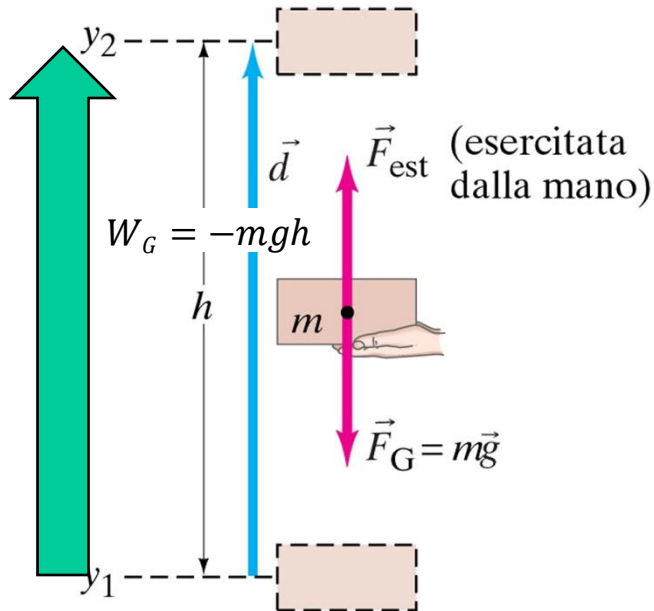


$$W_{TOT} = 0$$

Lavoro delle Forze Conservative

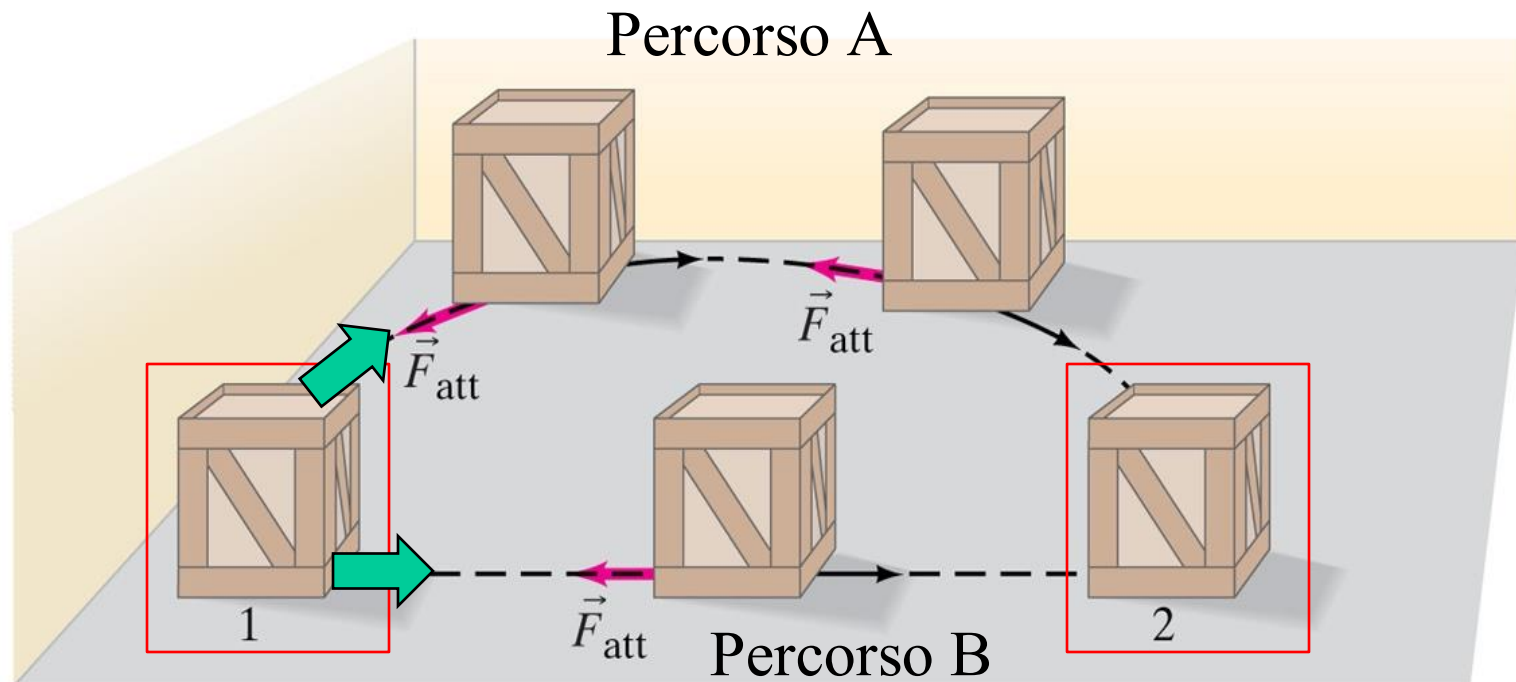
Questa particolarità ci spiega perché sia possibile introdurre il concetto di **energia potenziale SOLO** in riferimento a certi particolari tipi di forze, come ad es. quella gravitazionale: il motivo è che queste forze devono essere “**conservative**”. In generale, si definiscono conservative quelle forze **il cui lavoro compiuto su un oggetto non dipende dal percorso seguito dall’oggetto, ma solo dalle sue posizioni finale e iniziale**. Ne segue che, quando queste posizioni **coincidono** (cioè quando l’oggetto torna al punto di partenza, come fa il nostro mattone), il lavoro è **nullo**!

Es: Il lavoro fatto dalla forza di gravità ($W_G = -W_{\text{ext}} = -\Delta U = -mgh$) è lo stesso sia quando un mattone di massa m viene sollevato *verticalmente* ad una certa altezza h , sia quando lo stesso mattone viene spinto *obliquamente* lungo un piano inclinato, purché il dislivello h sia lo stesso:



Lavoro delle Forze NON Conservative

Invece, forze come la forza di **attrito** (ma anche la resistenza dell'aria, la propulsione di un motore, la tensione di una corda o una persona che spinge un oggetto), sono **non conservative**, perché **il lavoro che esse compiono dipende dal percorso e non solo dalla posizione iniziale e finale**. Se ad esempio una cassa viene spinta sul pavimento dalla posizione 1 alla posizione 2 lungo due percorsi di lunghezza diversa, essendo la forza di attrito (di modulo costante) sempre *opposta* alla direzione del moto, il lavoro da essa compiuto $W_{\text{att}} = -F_{\text{att}} d$ sarà proporzionale alla lunghezza d del percorso e dunque sarà diverso nei due casi. E anche nel caso di un percorso chiuso W_{att} sarà ancora una volta proporzionale a d e dunque diverso da zero.



Conservazione dell'Energia Meccanica Totale

Supponiamo adesso che su un oggetto in moto traslazionale agiscano diverse forze, alcune **conservative** e altre **non conservative**. Il lavoro totale W_{tot} si potrà dunque scrivere come somma del lavoro compiuto dalle forze conservative, W_C , e di quello compiuto dalle forze non conservative, W_{NC} :

$$W_{\text{tot}} = W_C + W_{NC}$$

Per il **teorema dell'energia cinetica** sappiamo che $W_{\text{tot}} = \Delta K$ e quindi anche $W_C + W_{NC} = \Delta K$, cioè:

$$W_{NC} = \Delta K - W_C$$

Ma il lavoro delle forze conservative può essere scritto come **differenza di energia potenziale** cambiata di segno $W_C = -\Delta U$ e quindi:

$$W_{NC} = \Delta K + \Delta U$$

cioè il lavoro delle forze non conservative agenti su un oggetto è uguale alla variazione totale di energia cinetica e potenziale dell'oggetto stesso.

Se, infine, sul sistema agiscono **solo forze conservative**, come ad esempio quella gravitazionale, si avrà $W_{NC} = 0$, e quindi:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \rightarrow (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) = 0 \rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

e se definiamo la quantità $E = K + U$ come '**energia meccanica totale**' del sistema, otterremo un risultato di fondamentale importanza, e cioè:

$$E_2 = E_1 = \text{costante!}$$

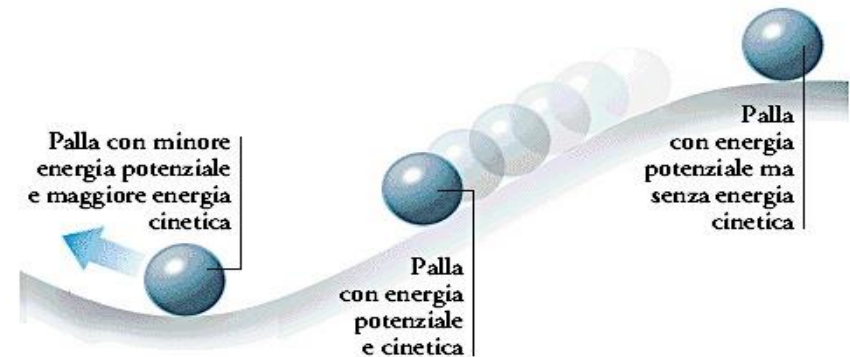
Principio di Conservazione dell'Energia Meccanica Totale

Il risultato appena trovato è chiamato “**Principio di conservazione dell'energia meccanica totale**” e può essere enunciato più precisamente nel seguente modo:

Quando in un sistema isolato agiscono solo forze conservative, l'energia cinetica e l'energia potenziale prese singolarmente possono variare, ma la loro somma, cioè l'energia meccanica totale del sistema, non cambia ma si mantiene costante nel tempo:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0 \rightarrow E = \text{costante}$$

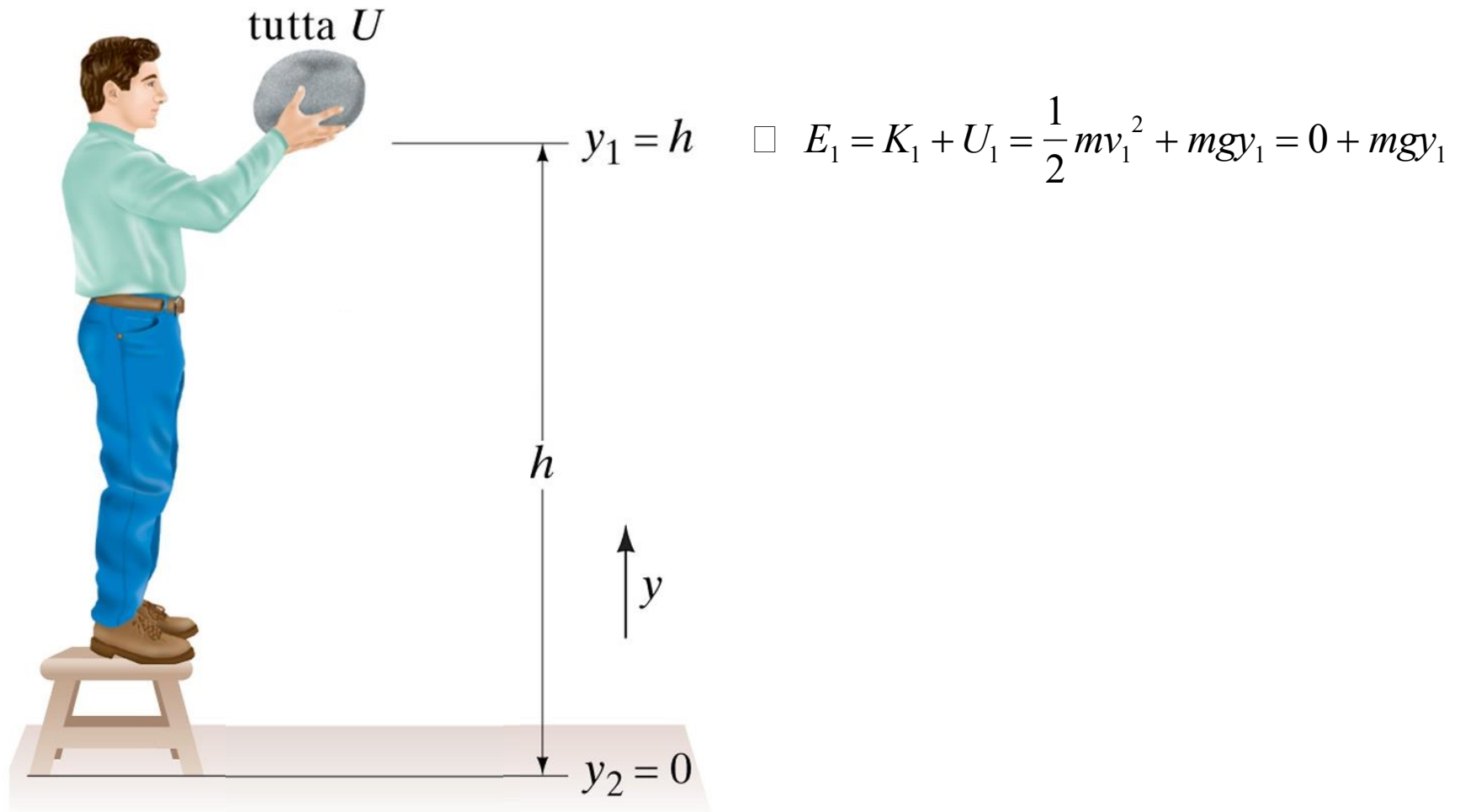
Poichè dunque per forze conservative l'energia meccanica totale E si conserva, ed essa è la somma di energia cinetica e potenziale, ne segue che, **se in un sistema isolato l'energia cinetica aumenta, quella potenziale deve diminuire, e viceversa**, in modo che $K+U$ sia costante.



Il principio di conservazione dell'energia è molto **utile** in quanto permette di risolvere facilmente problemi che sarebbe molto più difficile risolvere usando solo le leggi di Newton. Infatti, quando l'energia meccanica totale si conserva, il fatto di poter mettere in relazione il totale dell'energia cinetica e dell'energia potenziale calcolato in un istante con quello calcolato in un altro istante, **elimina la necessità di dover considerare tutti gli stati intermedi e di conoscere il lavoro compiuto da tutte le forze coinvolte.**

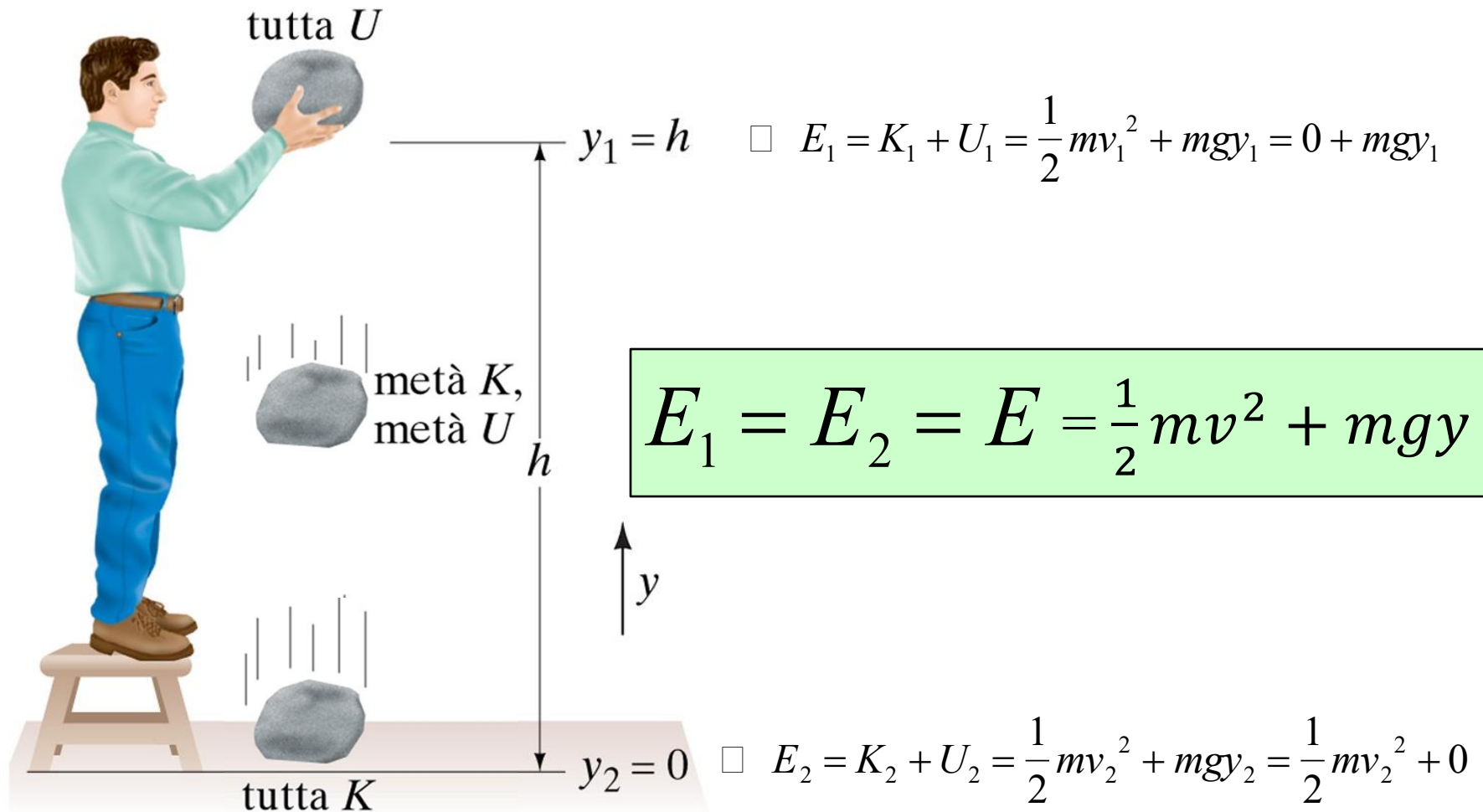
Esempio 1: Pietre che cadono

Un semplice **esempio di conservazione dell'energia meccanica** è dato da una pietra che viene lasciata cadere da un'altezza h sotto l'azione della gravità:



Esempio 1: Pietre che cadono

Un semplice **esempio di conservazione dell'energia meccanica** è dato da una pietra che viene lasciata cadere da un'altezza h sotto l'azione della gravità:



Esempio 1: Pietre che cadono

Se l'altezza da cui cade la pietra è $y_1=h=3.0$ m, il **principio di conservazione dell'energia** permette di calcolare facilmente la sua velocità quando arriva ad un'altezza di 1.0 m dal suolo, *anche se non si conoscono le equazioni della cinematica*.

Al momento del rilascio la pietra è ferma nella posizione $y_1=h=3.0$ m, quindi $v_1=0$. Per trovare la velocità v_2 che la pietra ha quando si trova nella posizione $y_2=1.0$ m, basta imporre l'uguaglianza dell'energia totale nelle due posizioni:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$

da cui, considerando che la massa m si semplifica e che $v_1=0$, avremo immediatamente, risolvendo rispetto a v_2 :

$$v_2^2 = 2g(y_1 - y_2) =$$
$$= 2(9.8m/s^2)[(3.0m) - (1.0m)] = 39.2m^2/s^2$$

$$\square \quad v_2 = \sqrt{39.2m^2/s^2} = 6.3m/s$$

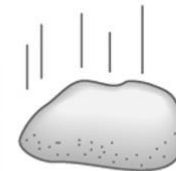
$$v_1 = 0$$



$$y_1 = 3.0 \text{ m}$$



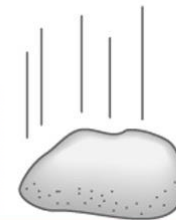
$$v_2 = ?$$



$$y_2 = 1.0 \text{ m}$$



$$v_3$$



$$y_3 = 0$$



Fisica

Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

P.S. Si noti che l'equazione appena trovata non è altro che l'equazione 3 della cinematica del moto uniformemente accelerato in 1D!

Esempio 2: Bambini che scivolano

A volte l'utilizzo del principio di conservazione dell'energia non è solo una via alternativa a quella cinematica ma è l'unica possibile. Consideriamo ad esempio una **bambina** di massa m che, partendo da ferma ($v_1=0$), si lancia lungo uno **scivolo a spirale** da un'altezza $y_1=h=8.5\text{m}$ sopra il livello della piscina, e chiediamoci con quale velocità v_2 arriverà in acqua. Supponiamo che lo scivolo, su cui scorre continuamente dell'acqua, sia **privo di attrito**.

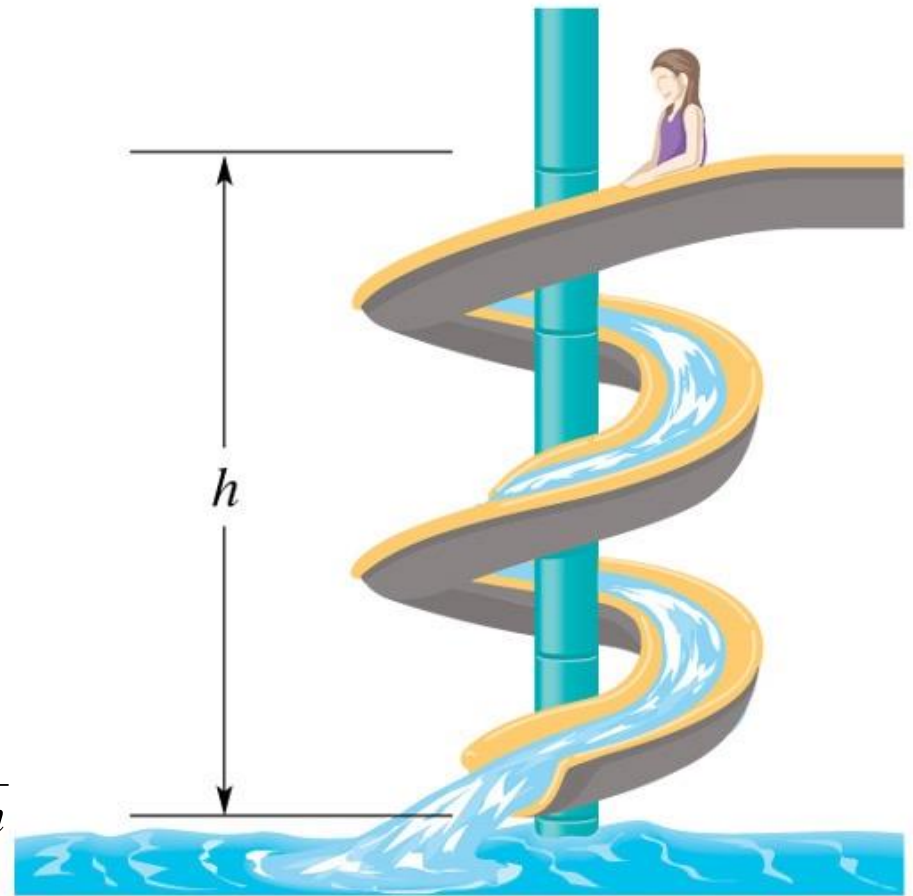
Non conoscendo la **pendenza** dello scivolo, e vista la sua **forma** a spirale 3D, non possiamo usare le equazioni della cinematica del moto unif. accelerato in 1D, quindi il problema sembrerebbe molto complicato...

Dato però che la **forza normale**, essendo sempre perpendicolare allo spostamento, non compie lavoro, l'unica forza che compie lavoro sulla bambina è quella **gravitazionale**, che è conservativa, dunque possiamo usare il principio di conservazione dell'energia come nell'esempio della pietra che cade, con $y_2=0$:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$

$$\square \quad v_2^2 = 2g(y_1 - y_2) = 2gy_1 \quad \square \quad v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$\square \quad v_2 = \sqrt{2(9.8\text{m/s}^2)(8.5\text{m})} = 13\text{m/s}$$



La conservazione dell'energia meccanica

Forze elastiche: la Legge di Hooke

Un altro tipo molto comune di **energia potenziale** è quella associata a **forze di tipo elastico**, che sono anch'esse **conservative** e riguardano moltissime applicazioni pratiche.

Consideriamo una normale **molla a spirale metallica** nella sua posizione di riposo o **equilibrio** (a). Abbiamo già detto che una molla possiede energia potenziale quando è allungata (b) o compressa (c) perchè è in grado di compiere lavoro su altri corpi.

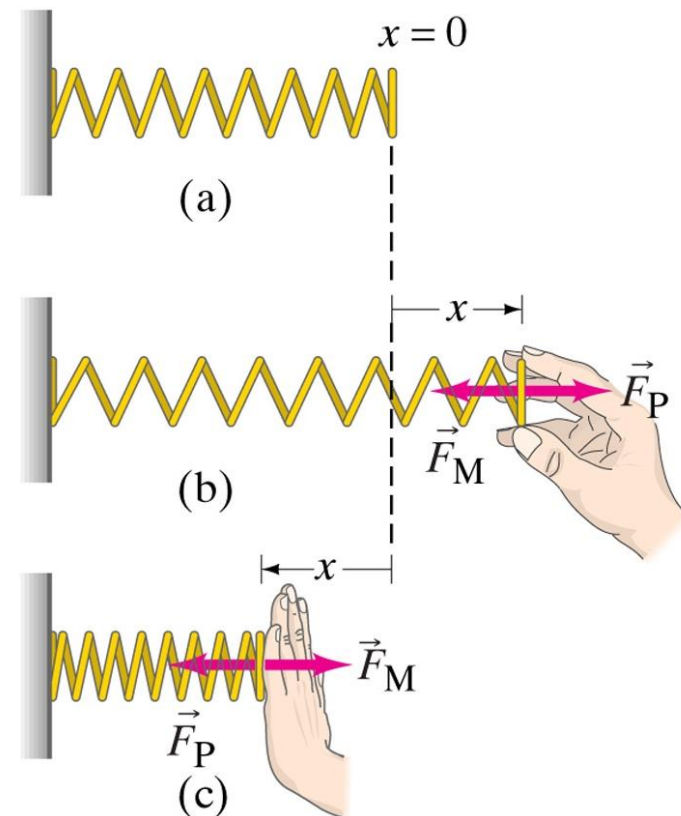
Si può verificare **sperimentalmente** che se vogliamo comprimere o estendere la molla di un tratto x rispetto alla sua posizione di equilibrio ($x=0$), contrastando la forza elastica $\vec{F}_M$, occorre applicare una forza esterna $\vec{F}_P = kx$, cioè una **forza direttamente proporzionale allo spostamento x** (e con il suo stesso verso). Il parametro k è detto **costante elastica** della molla e ne quantifica la rigidità.

Se ne deduce che, al contrario della forza peso (che resta sempre costante), la forza elastica aumenta linearmente con lo spostamento in quanto la molla compressa o allungata esercita una forza $\vec{F}_M = -kx$, uguale ed opposta a quella esterna, che tende a riportare la molla nella sua posizione di equilibrio ($x=0$). Per questo viene detta '**forza di richiamo**'.

L'equazione $F_M = -kx$ è nota come "**Legge di Hooke**" ed è la relazione più semplice in grado di descrivere, con buona approssimazione, il comportamento dei **materiali elastici**.



Robert Hooke
(1635 -1703)

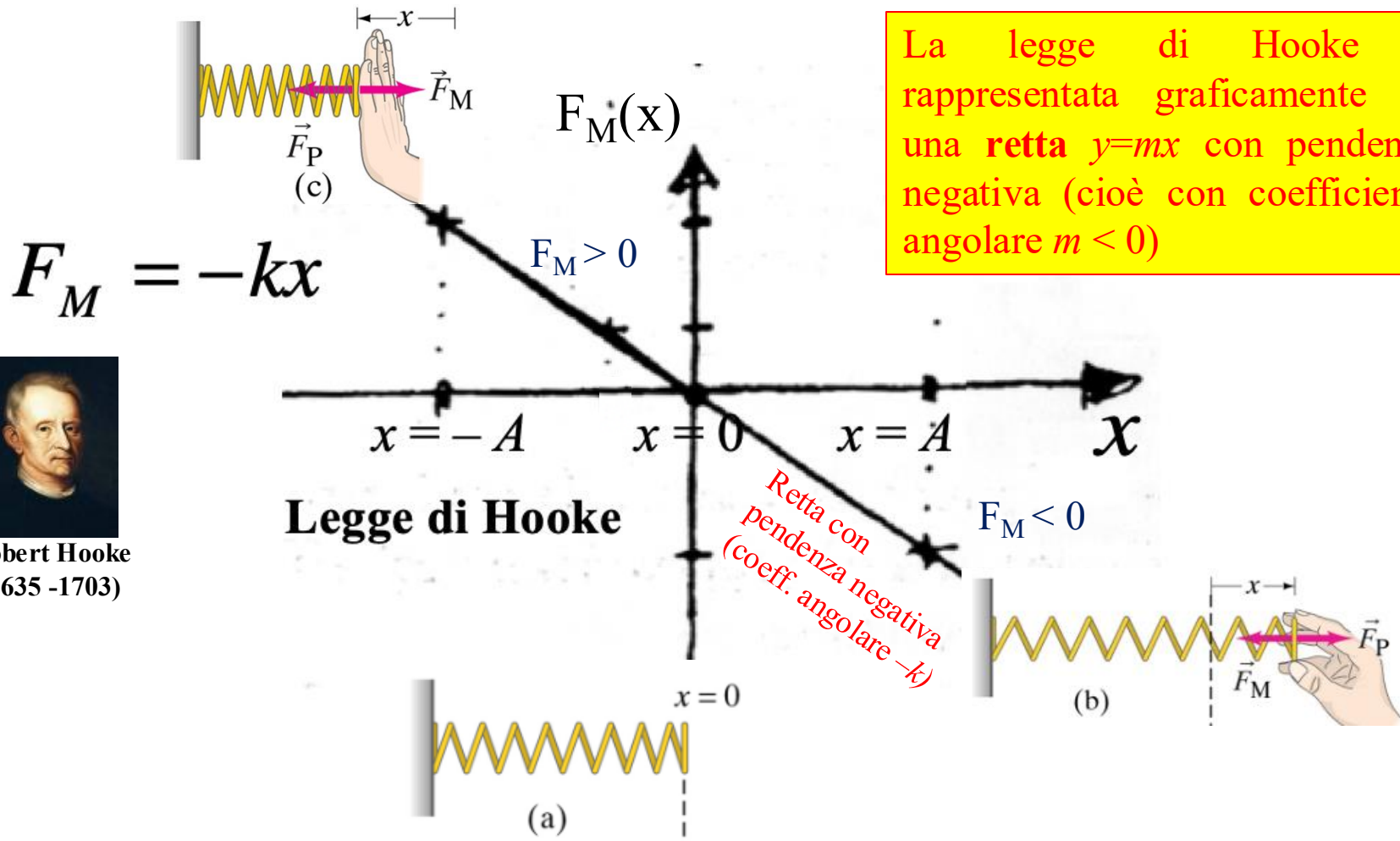


Forze elastiche: la Legge di Hooke

La legge di Hooke è rappresentata graficamente da una **retta** $y=mx$ con pendenza negativa (cioè con coefficiente angolare $m < 0$)



Robert Hooke
(1635 -1703)



Lavoro ed Energia Potenziale Elastica di una Molla

Riassumendo, dunque, a differenza della forza di gravità che sappiamo essere pressoché costante sulla superficie terrestre, la **forza esterna** F_P necessaria per comprimere o allungare una molla non è affatto costante ma **cresce linearmente con lo spostamento** x della molla dalla sua posizione di equilibrio.

Per calcolare il **lavoro** necessario per allungare o comprimere la molla di una quantità x potremmo essere tentati di usare l'equazione $W = F_P x$, ma quest'ultima vale solo per forze costanti mentre la forza elastica non lo è. Poiché però durante l'allungamento F_P varia **linearmente** da 0 a kx_F , essendo x_F l'allungamento finale, è possibile calcolare la **forza media** come (togliendo per semplicità il pedice F dalla x):

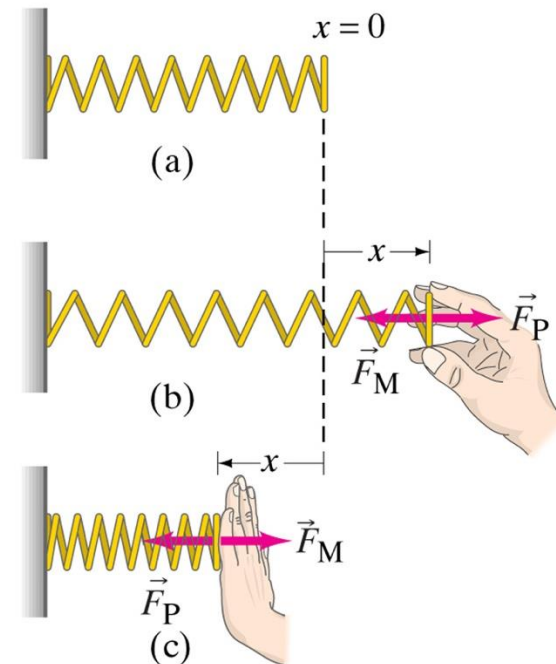
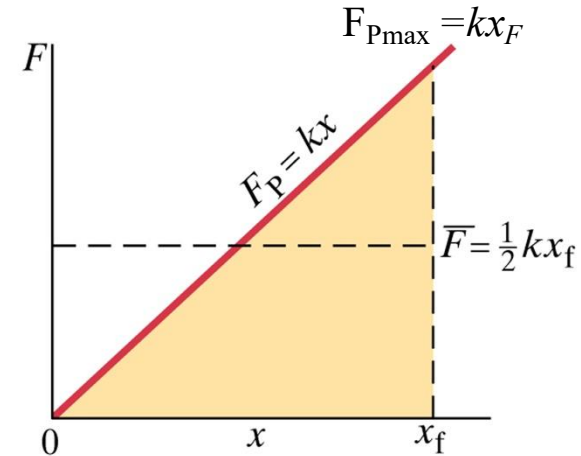
$$\bar{F} = \frac{1}{2}[0 + kx] = \frac{1}{2}kx$$

Essendo la forza media, per definizione, costante, ed essendo essa parallela allo spostamento, possiamo finalmente ricavare il **lavoro**:

$$W_{est} = \bar{F}x = \left(\frac{1}{2}kx\right)(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

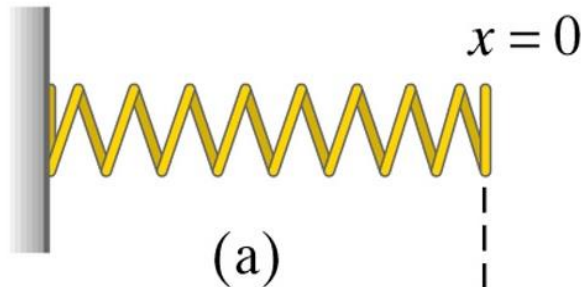
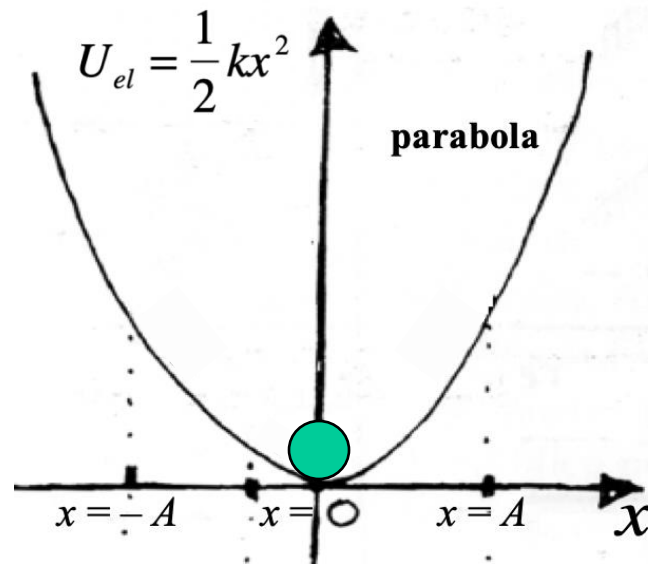
da cui, essendo (come sappiamo) il lavoro compiuto dalla forza esterna uguale alla variazione di **energia potenziale elastica** della molla, e ponendo $U = 0$ ad $x = 0$, avremo:

$$W_{est} = U_{el} - 0 = \frac{1}{2}kx^2 \quad \square \quad U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$



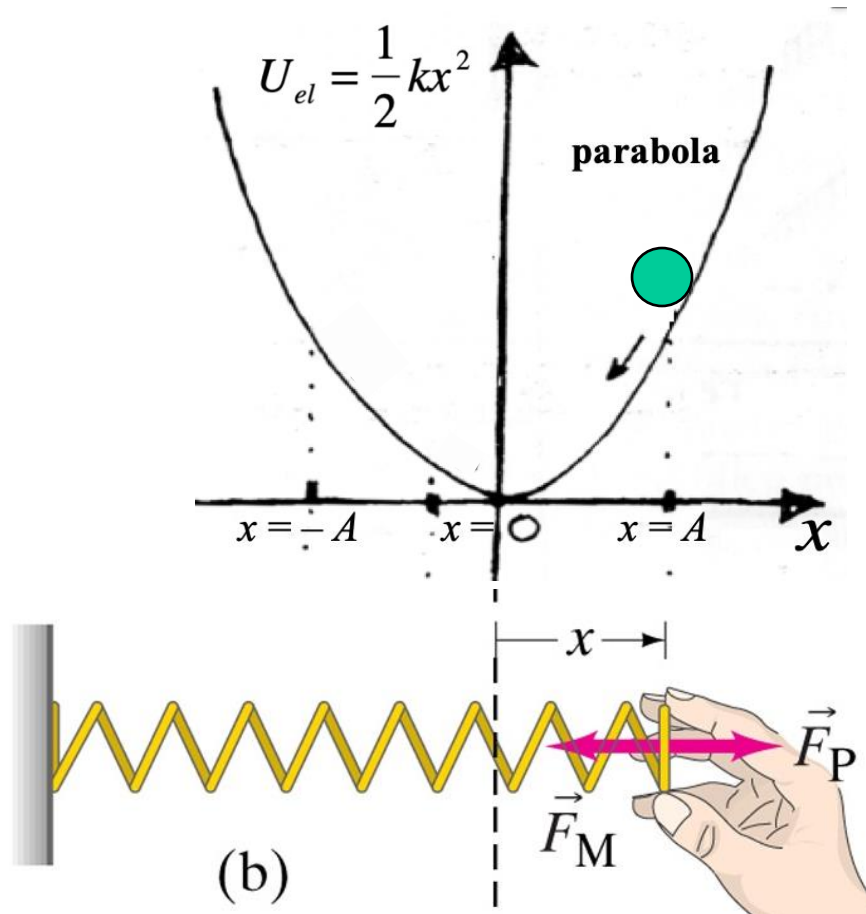
Energia Potenziale Elastica di una Molla

Se rappresentiamo in un grafico l'**energia potenziale elastica** $U(x)$ in funzione dello **spostamento** x (positivo o negativo) rispetto alla posizione di equilibrio ($x=0$) vediamo che ha l'aspetto di una **parabola rovesciata**, detta anche «**buca di potenziale**», in cui una **pallina immaginaria**, in grado di scivolare sotto l'effetto della forza peso (vedi grafico sottostante), produrrebbe delle **oscillazioni** analoghe a quelle di un **oggetto** di massa m attaccato alla molla...



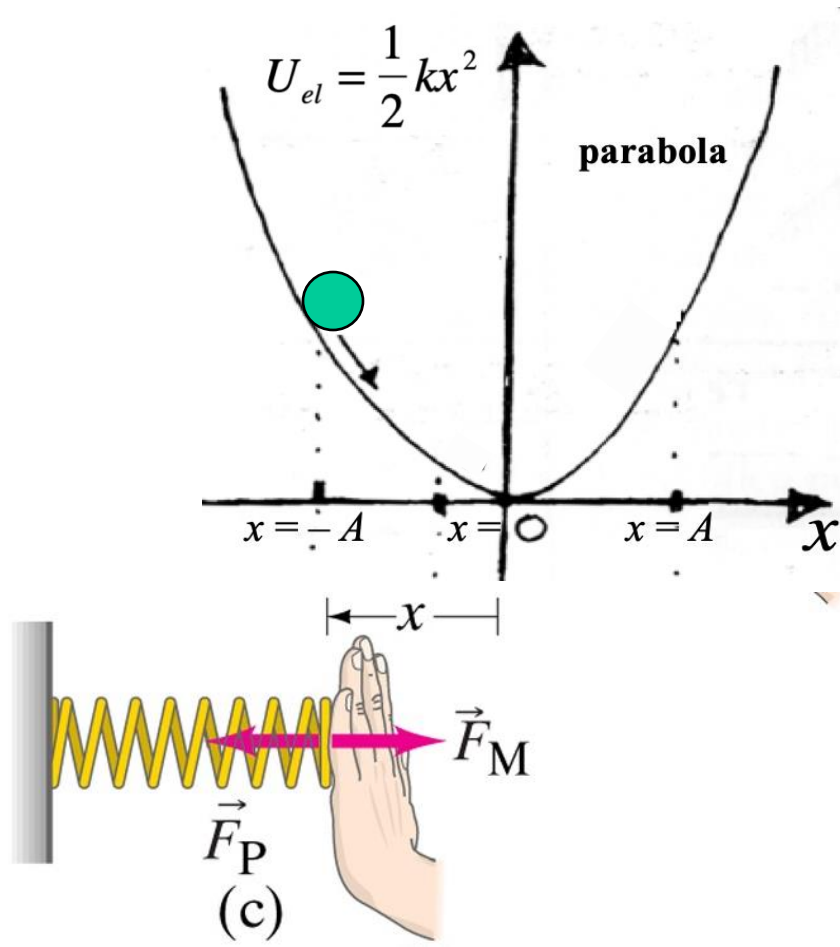
Energia Potenziale Elastica di una Molla

Se rappresentiamo in un grafico l'**energia potenziale elastica** $U(x)$ in funzione dello **spostamento** x (positivo o negativo) rispetto alla posizione di equilibrio ($x=0$) vediamo che ha l'aspetto di una **parabola rovesciata**, detta anche «**buca di potenziale**», in cui una **pallina immaginaria**, in grado di scivolare sotto l'effetto della forza peso (vedi grafico sottostante), produrrebbe delle **oscillazioni** analoghe a quelle di un **oggetto** di massa m attaccato alla molla...



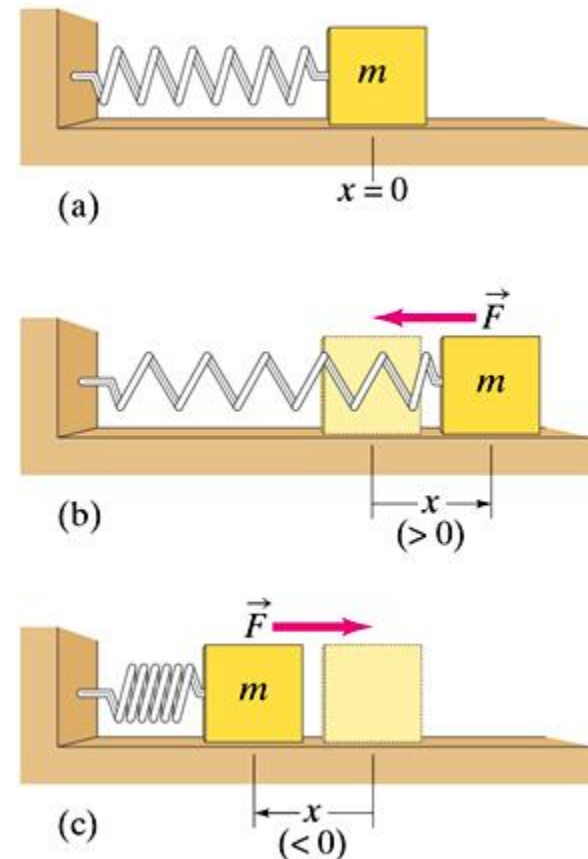
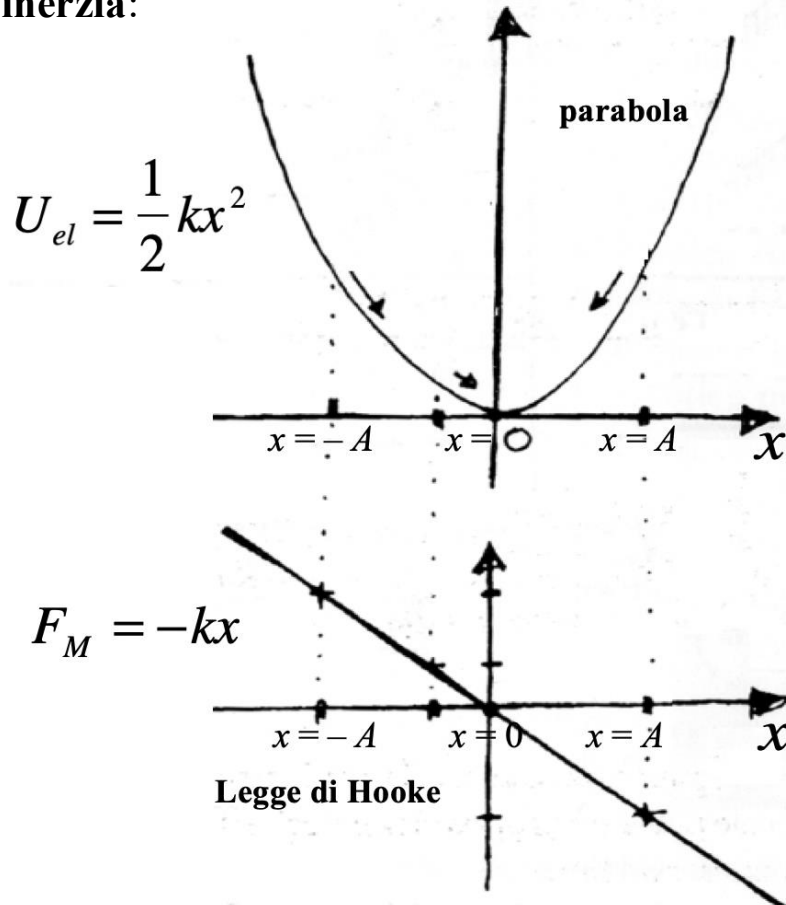
Energia Potenziale Elastica di una Molla

Se rappresentiamo in un grafico l'**energia potenziale elastica** $U(x)$ in funzione dello **spostamento** x (positivo o negativo) rispetto alla posizione di equilibrio ($x=0$) vediamo che ha l'aspetto di una **parabola rovesciata**, detta anche «**buca di potenziale**», in cui una **pallina immaginaria**, in grado di scivolare sotto l'effetto della forza peso (vedi grafico sottostante), produrrebbe delle **oscillazioni** analoghe a quelle di un **oggetto** di massa m attaccato alla molla...



L'Oscillatore Armonico

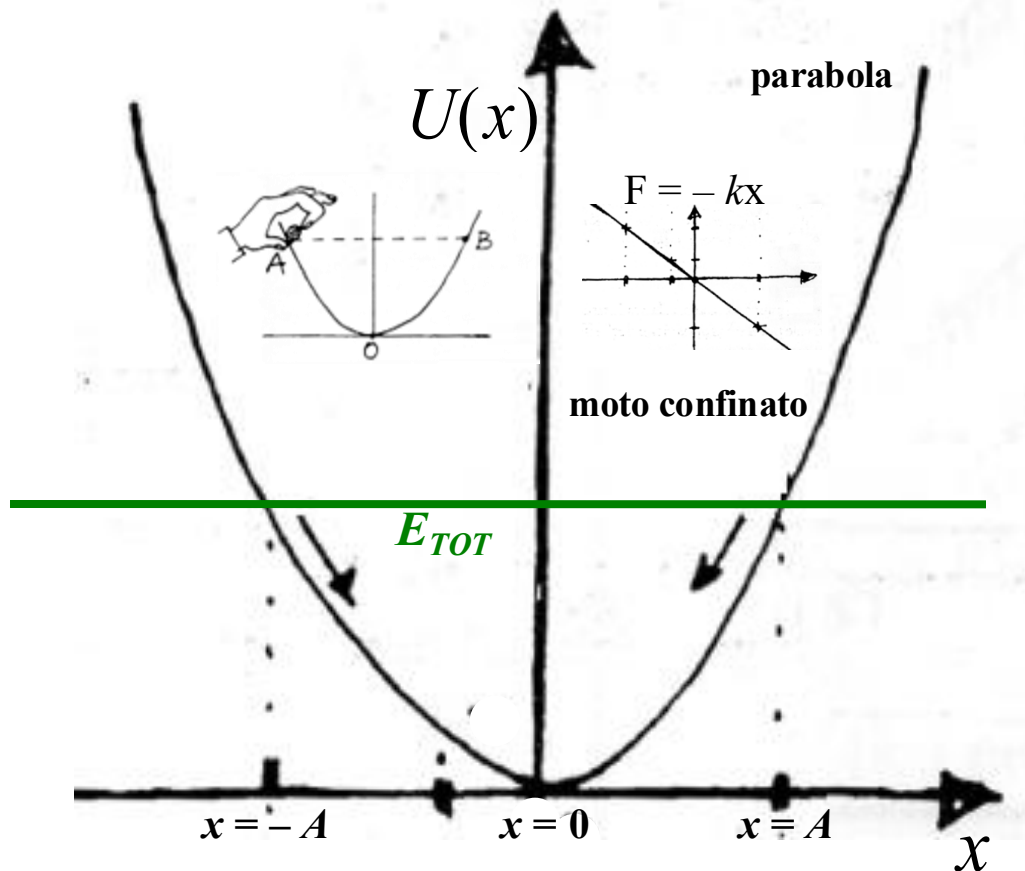
In assenza di attriti, il principio di conservazione dell'energia si applica infatti anche ad una **massa m** fissata all'estremità di una **molla a spirale**, che prende il nome di '**oscillatore armonico**'. Infatti, sappiamo che la massa è soggetta alla **forza di richiamo** esercitata dalla molla quando quest'ultima viene compressa o allungata di una quantità x (spostamento) rispetto alla sua posizione di equilibrio. Tale forza segue la **Legge di Hooke**, $F = -kx$, cioè è proporzionale allo spostamento, e questo provoca un'**oscillazione della massa** ad essa fissata, grazie anche alla sua **inerzia**:



Energia totale di un Oscillatore Armonico

Ad ogni istante di tempo, l'energia totale dell'**oscillatore armonico** è costante e può scriversi come somma dell'energia cinetica $K(t)$ e di quella potenziale $U(t)$:

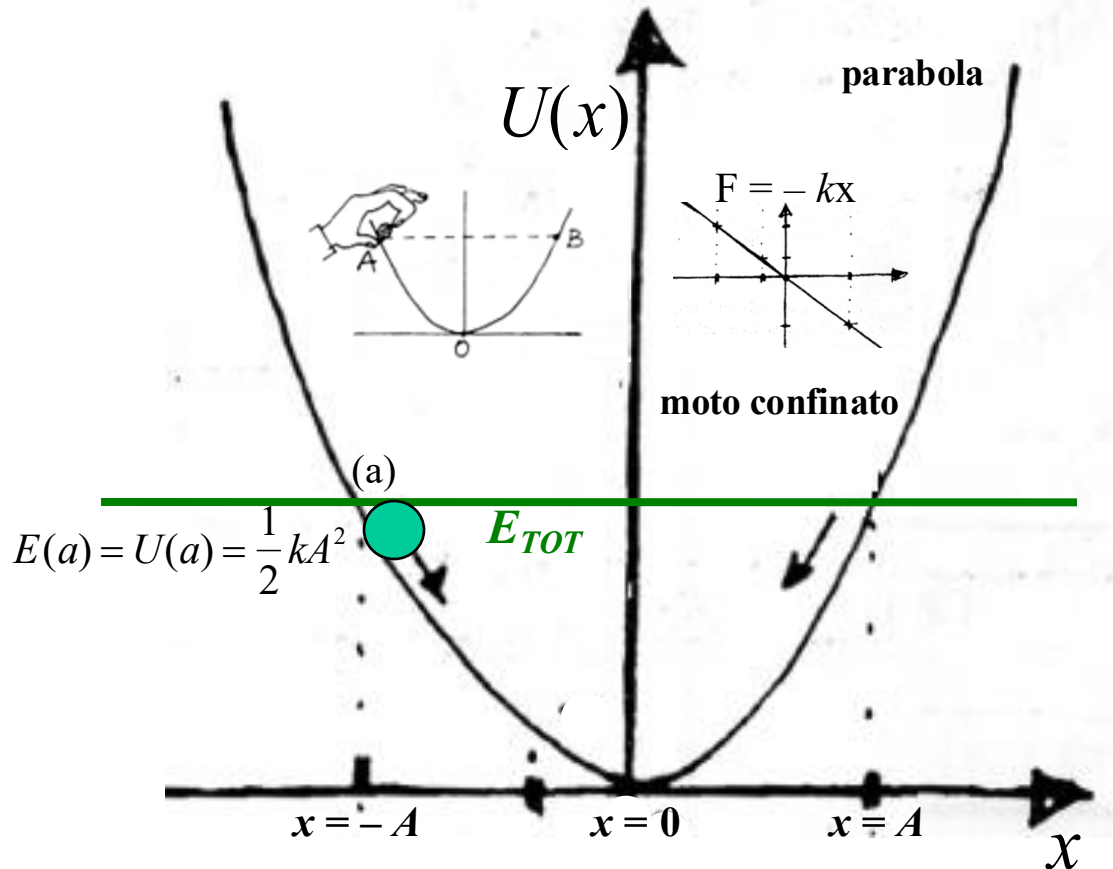
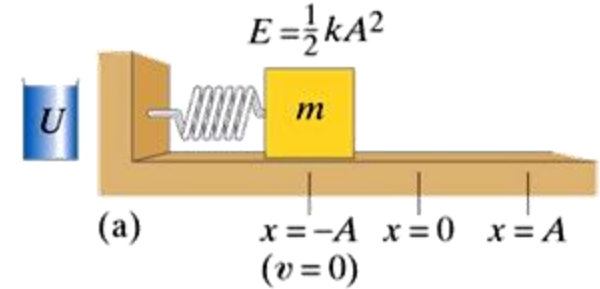
$$E_{TOT} = K(t) + U(t) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$



Energia totale di un Oscillatore Armonico

Ad ogni istante di tempo, l'energia totale dell'**oscillatore armonico** è costante e può scriversi come somma dell'energia cinetica $K(t)$ e di quella potenziale $U(t)$:

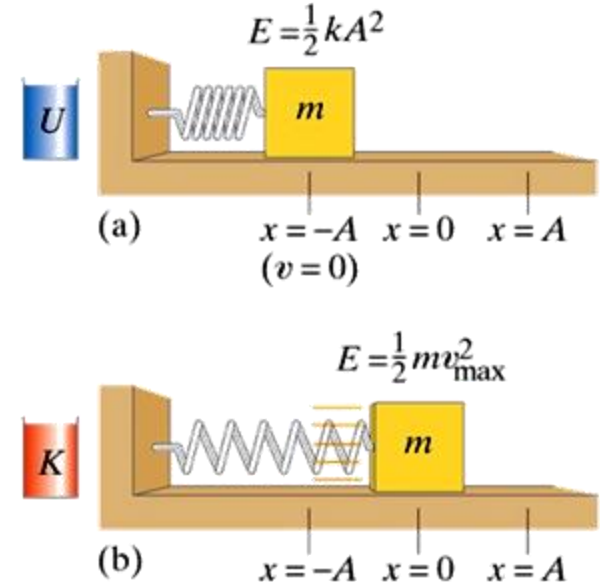
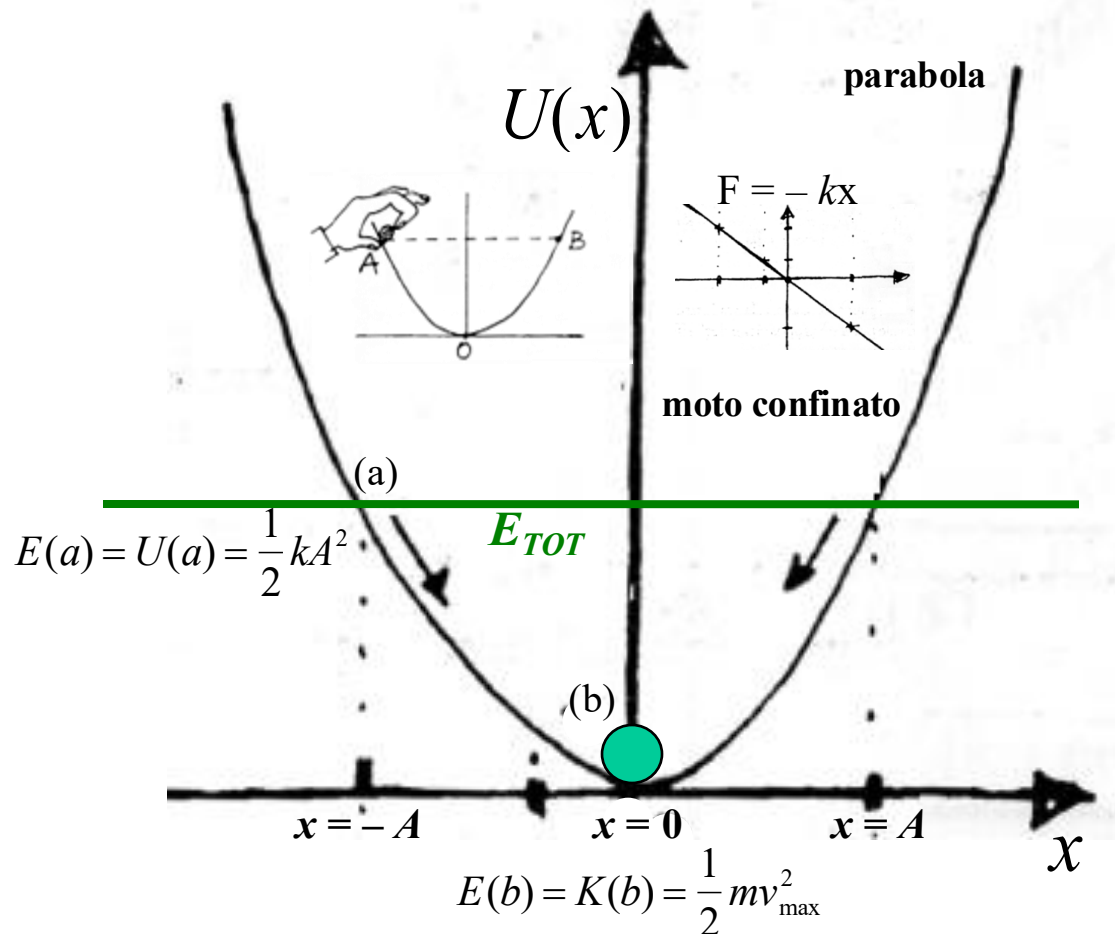
$$E_{TOT} = K(t) + U(t) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$



Energia totale di un Oscillatore Armonico

Ad ogni istante di tempo, l'energia totale dell'**oscillatore armonico** è costante e può scriversi come somma dell'energia cinetica $K(t)$ e di quella potenziale $U(t)$:

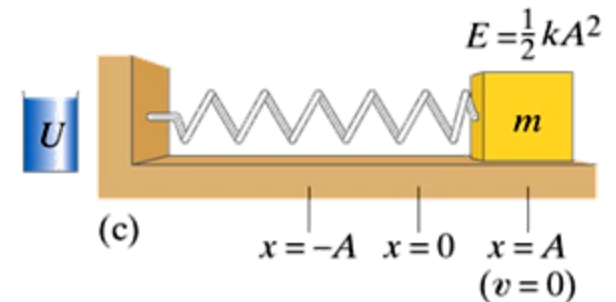
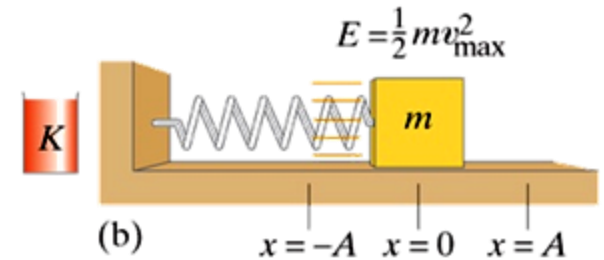
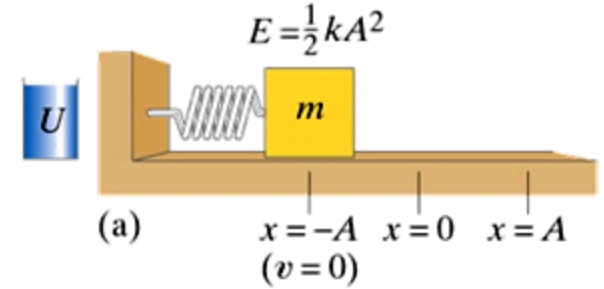
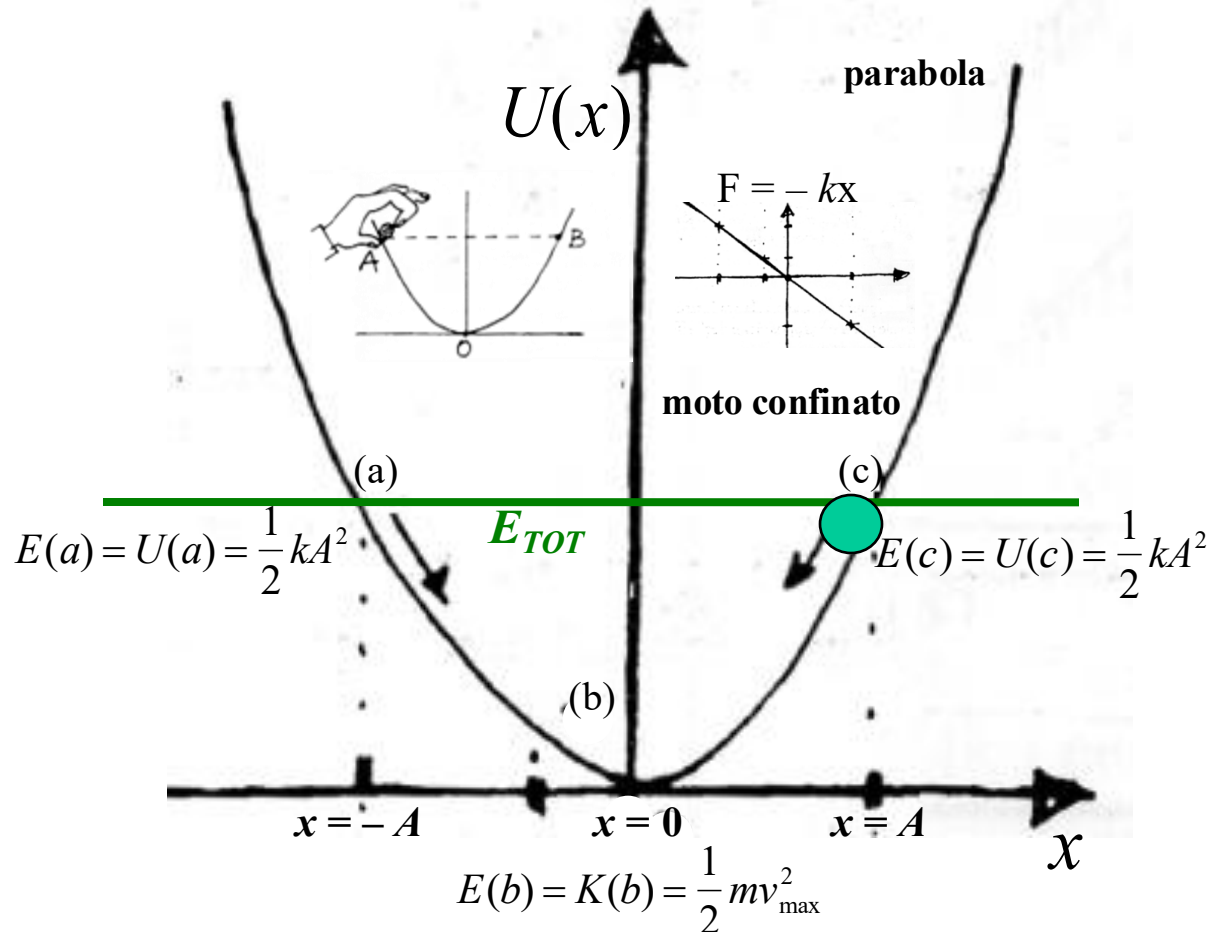
$$E_{TOT} = K(t) + U(t) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$



Energia totale di un Oscillatore Armonico

Ad ogni istante di tempo, l'energia totale dell'**oscillatore armonico** è costante e può scriversi come somma dell'energia cinetica $K(t)$ e di quella potenziale $U(t)$:

$$E_{TOT} = K(t) + U(t) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$



Energia totale di un Oscillatore Armonico

Ad ogni istante di tempo, l'energia totale dell'**oscillatore armonico** è costante e può scriversi come somma dell'energia cinetica $K(t)$ e di quella potenziale $U(t)$:

$$E_{TOT} = K(t) + U(t) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

