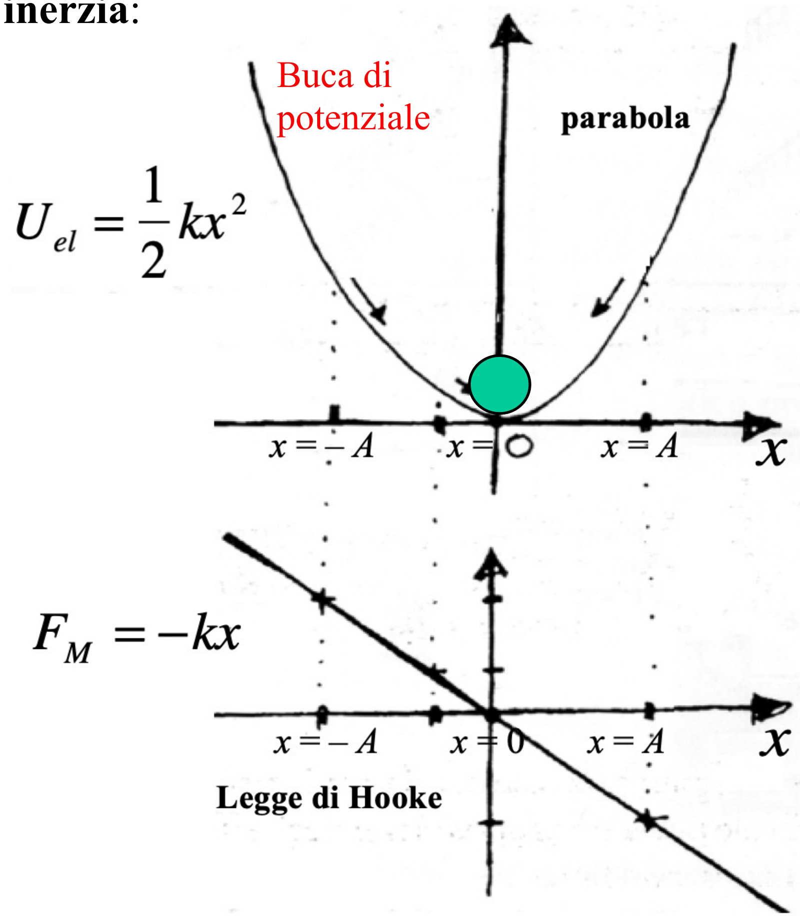
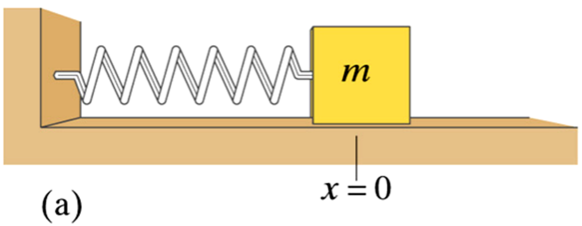
Conservazione dell’Energia

L'Oscillatore Armonico e la sua Buca di Potenziale

Abbiamo visto che, in assenza di attriti, il principio di conservazione dell'energia si applica anche ad una **massa** *m* fissata all'estremità di una **molla a spirale,** che prende il nome di **'oscillatore armonico'**. Infatti, sappiamo che la massa è soggetta alla **forza di richiamo** esercitata dalla molla quando quest'ultima viene compressa o allungata di una quantità x (spostamento) rispetto alla sua posizione di equilibrio. Tale forza segue la **Legge di Hooke**, F = – kx, cioè è proporzionale allo spostamento, e questo provoca un'**oscillazione della massa** ad essa fissata, grazie anche alla sua **inerzia**:



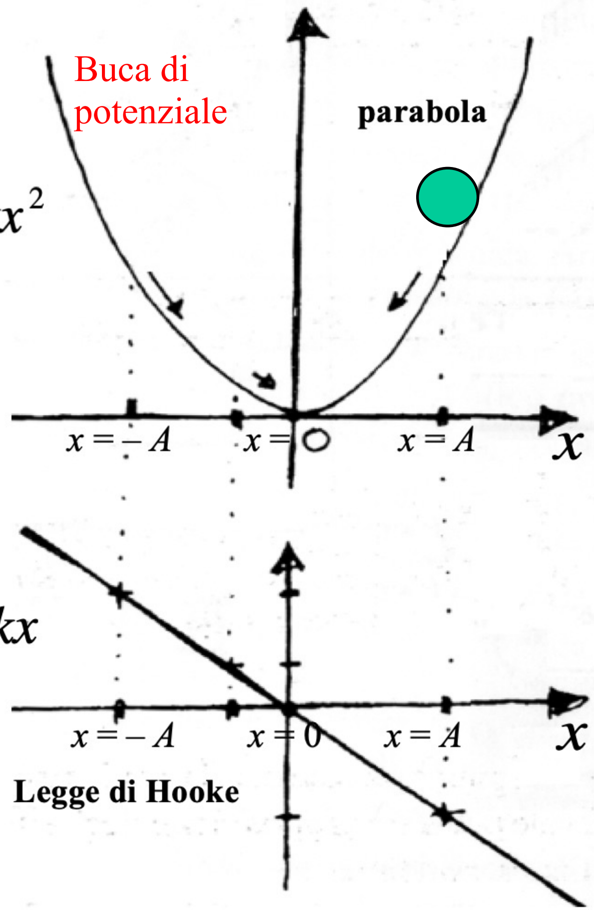


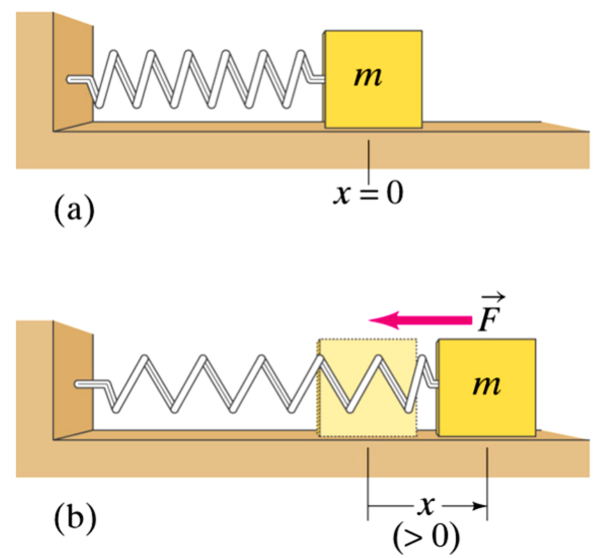
L'Oscillatore Armonico e la sua Buca di Potenziale

Abbiamo visto che, in assenza di attriti, il principio di conservazione dell'energia si applica anche ad una **massa** *m* fissata all'estremità di una **molla a spirale,** che prende il nome di **'oscillatore armonico'**. Infatti, sappiamo che la massa è soggetta alla **forza di richiamo** esercitata dalla molla quando quest'ultima viene compressa o allungata di una quantità *x* (spostamento) rispetto alla sua posizione di equilibrio. Tale forza segue la **Legge di Hooke**, F = – *kx*, cioè è proporzionale allo spostamento, e questo provoca un'**oscillazione della massa** ad essa fissata, grazie anche alla sua **inerzia**:

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$F_M = -kx$$



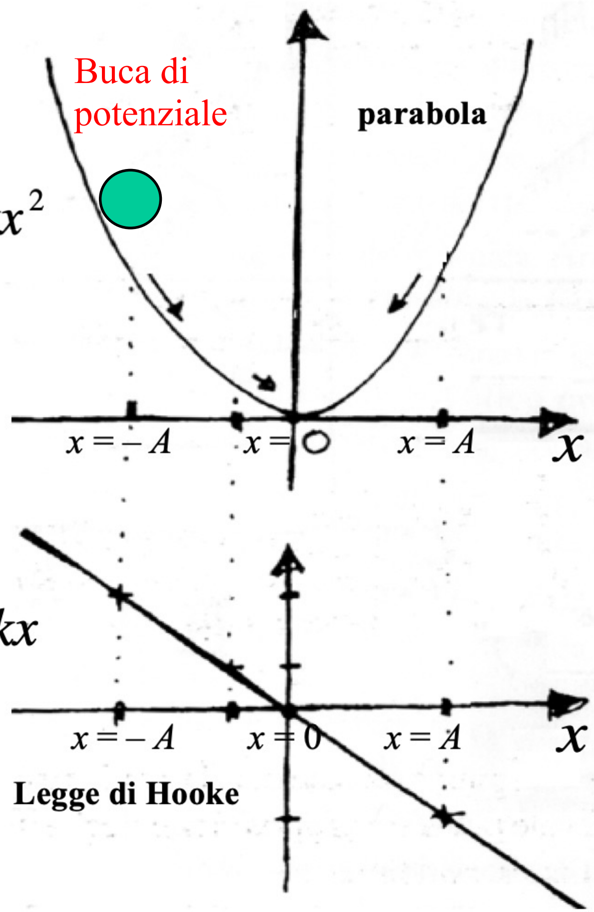


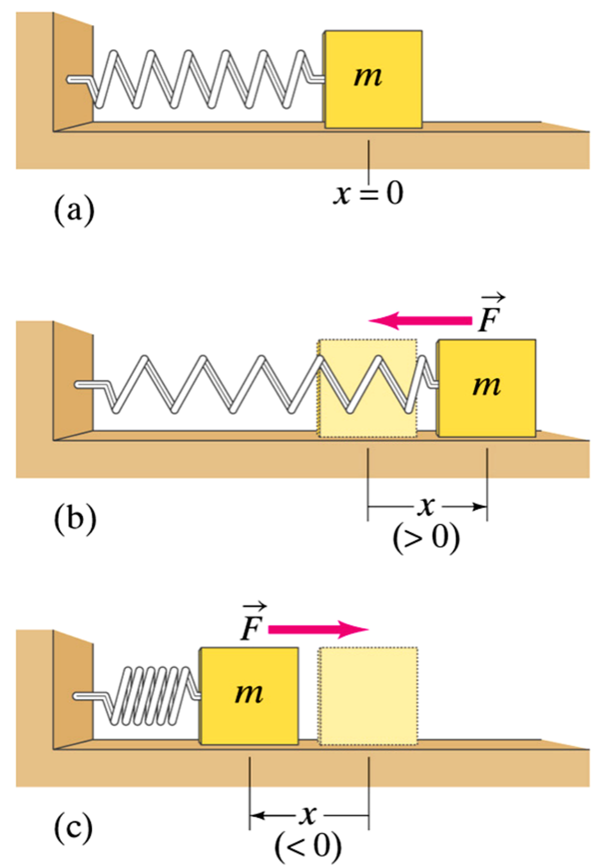
L'Oscillatore Armonico e la sua Buca di Potenziale

Abbiamo visto che, in assenza di attriti, il principio di conservazione dell'energia si applica anche ad una **massa** *m* fissata all'estremità di una **molla a spirale,** che prende il nome di **'oscillatore armonico'**. Infatti, sappiamo che la massa è soggetta alla **forza di richiamo** esercitata dalla molla quando quest'ultima viene compressa o allungata di una quantità *x* (spostamento) rispetto alla sua posizione di equilibrio. Tale forza segue la **Legge di Hooke**, F = – *kx*, cioè è proporzionale allo spostamento, e questo provoca un'**oscillazione della massa** ad essa fissata, grazie anche alla sua **inerzia**:

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$F_M = -kx$$



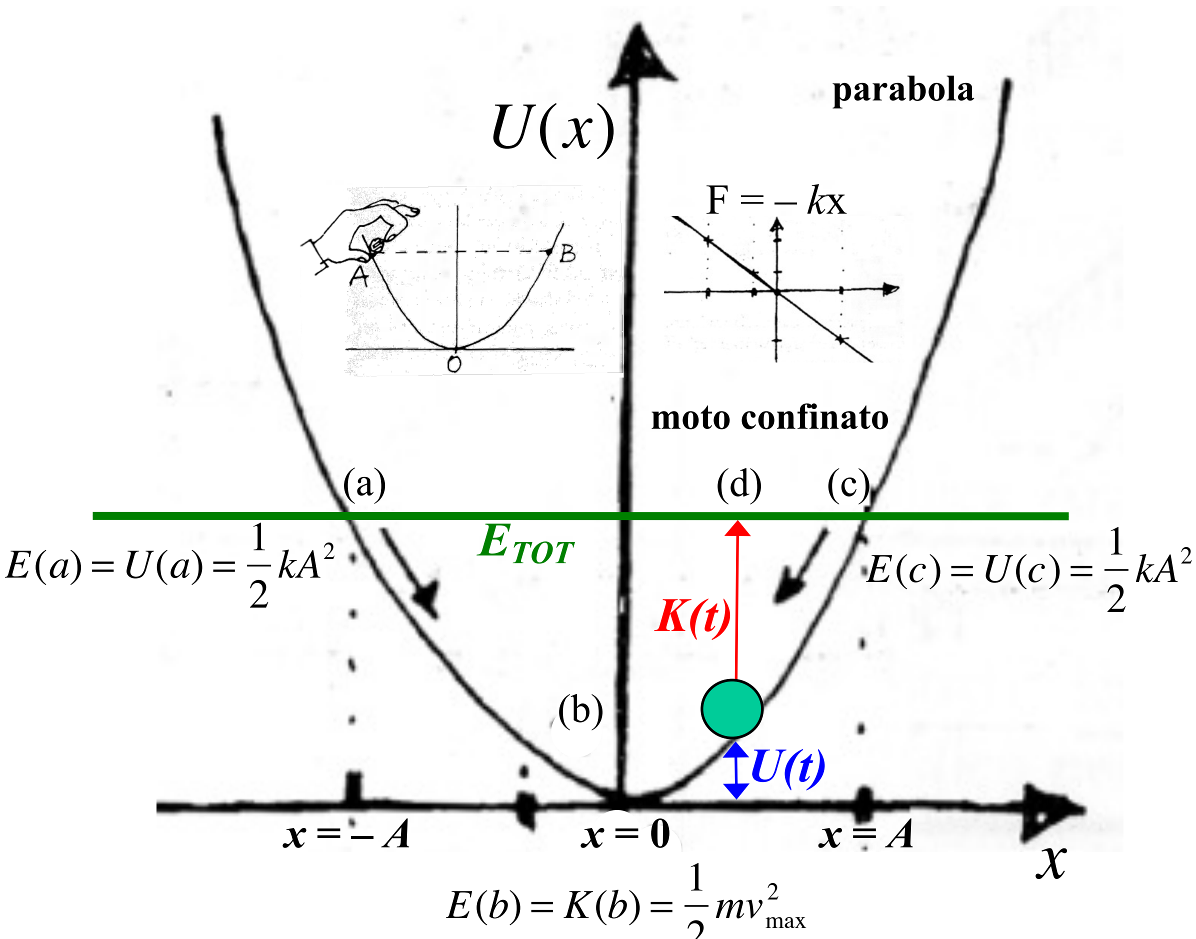


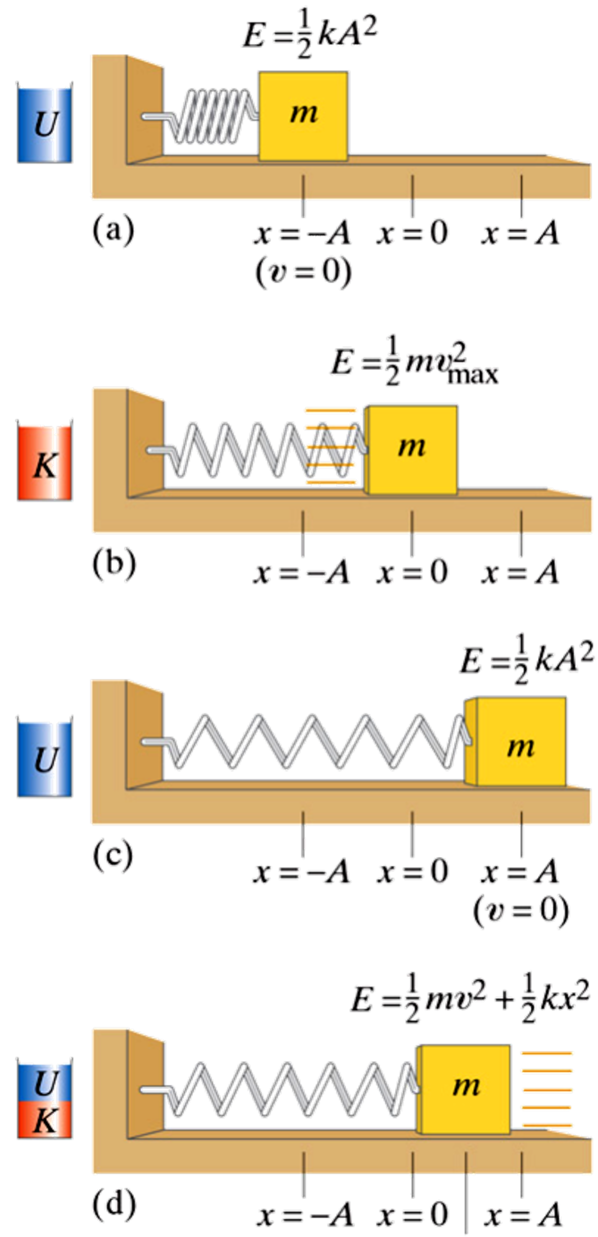
Energia totale di un Oscillatore Armonico

Ad ogni istante di tempo, l'energia totale dell'**oscillatore armonico** è costante e può scriversi come somma dell'energia cinetica K(t) e di quella potenziale U(t):

Conservazione dell'Energia

$$E_{TOT} = K(t) + U(t) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

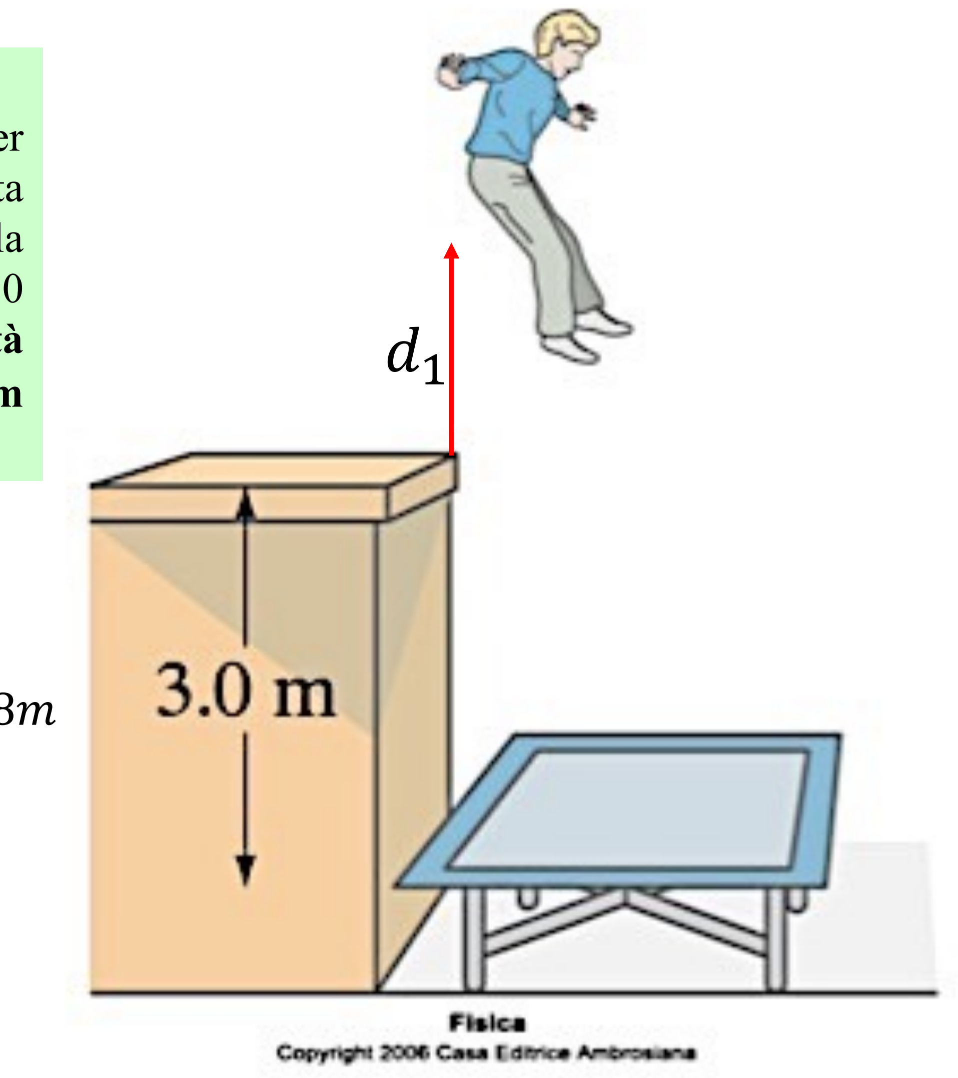




Acrobati che saltano e conservazione dell'energia

A volte alcuni esercizi possono essere risolti utilizzando, a piacimento, le leggi della cinematica del moto uniformemente accelerato o la conservazione dell'energia…

Esercizio
L'acrobata di un circo, di massa 65 Kg, per esibirsi su un tappeto elastico salta verticalmente verso l'alto dalla cima della piattaforma in figura con una velocità di 5.0 m/s. (a) **Quale sarà la sua velocità nell'atterrare sul tappeto elastico, 3.0 m più in basso?**



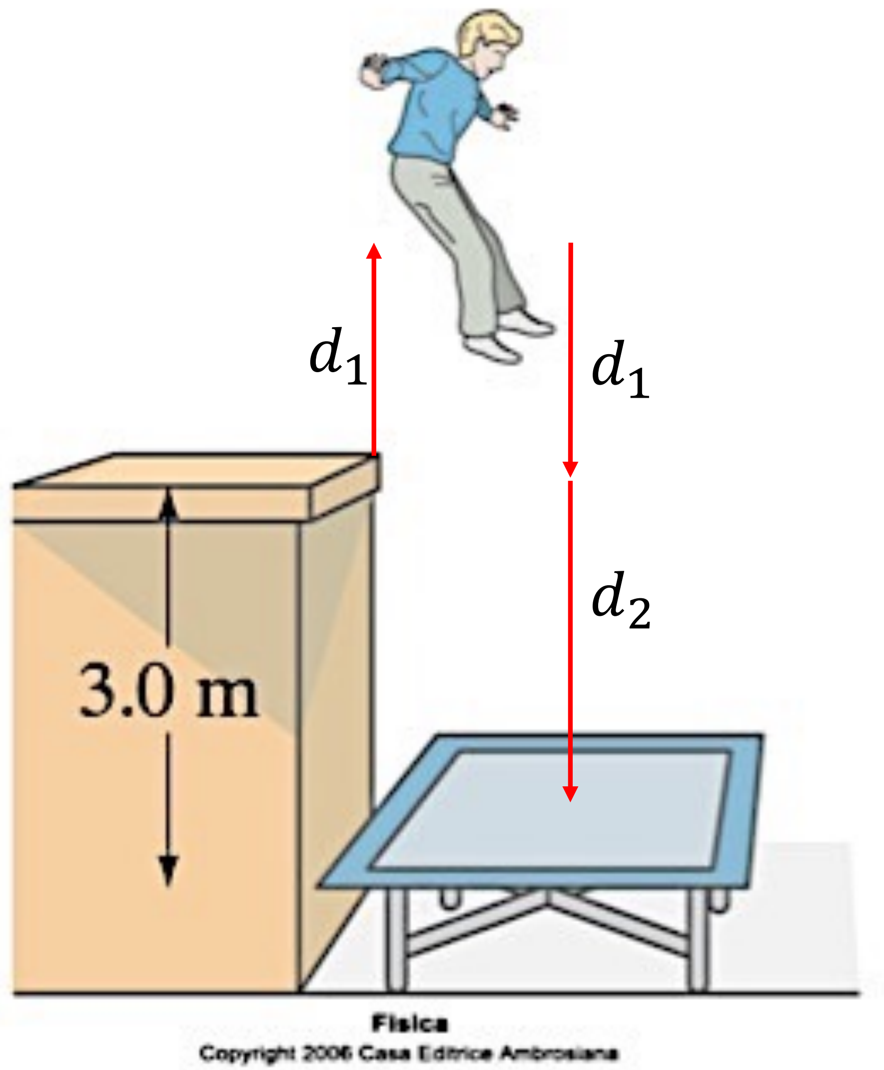
Cinematica 1D: $0 = v_{in}^2 - 2gd_1$

$$d_1 = \frac{v_{in}^2}{2g} = \frac{(\frac{5m}{s})^2}{2(\frac{9.8m}{s^2})} = \frac{25\ m^2/s^2}{19.6\ m/s^2} = 1.28m$$

Acrobati che saltano e conservazione dell'energia

A volte alcuni esercizi possono essere risolti utilizzando, a piacimento, le leggi della cinematica del moto uniformemente accelerato o la conservazione dell'energia…

Esercizio
L'acrobata di un circo, di massa 65 Kg, per esibirsi su un tappeto elastico salta verticalmente verso l'alto dalla cima della piattaforma in figura con una velocità di 5.0 m/s. (a) **Quale sarà la sua velocità nell'atterrare sul tappeto elastico, 3.0 m più in basso?**



Cinematica 1D: $0 = v_{in}^2 - 2gd_1$

$$d_1 = \frac{v_{in}^2}{2g} = \frac{(\frac{5m}{s})^2}{2(\frac{9.8m}{s^2})} = \frac{25\ m^2/s^2}{19.6\ m/s^2} = 1.28m$$

Conservazione energia:

$$0 + mg(d_1 + d_2) = \frac{1}{2}mv_{fin}^2 + 0$$

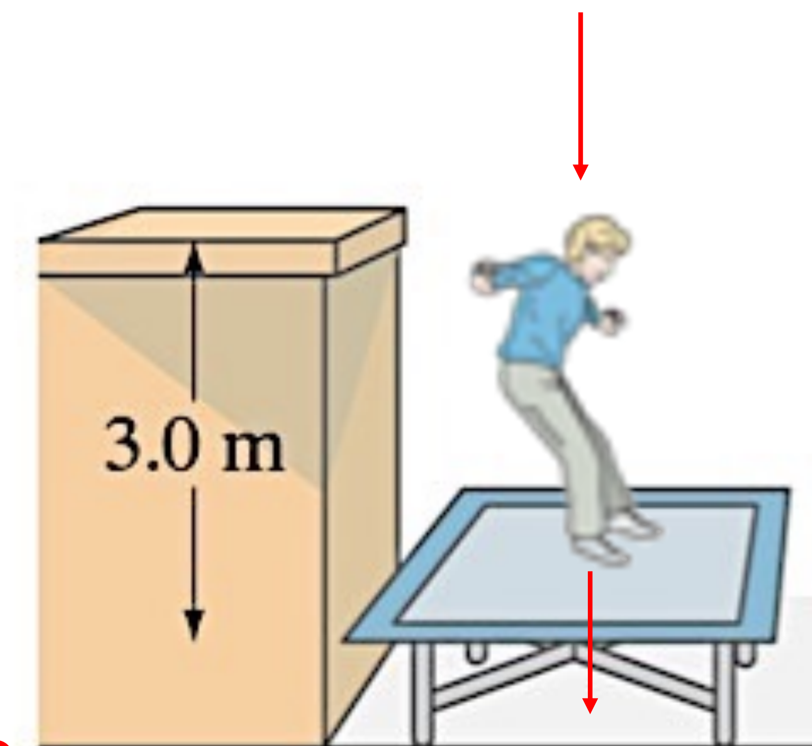
$$v_{fin} = \sqrt{2g(d_1 + d_2)} = 9.16\frac{m}{s}$$

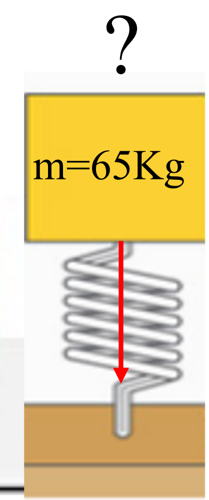
...ma in alternativa si poteva usare ancora la terza legge del moto uniformemente accelerato....

Acrobati che saltano e conservazione dell'energia

A volte alcuni esercizi possono essere risolti utilizzando, a piacimento, le leggi della cinematica del moto uniformemente accelerato o la conservazione dell'energia…

Esercizio
L'acrobata di un circo, di massa 65 Kg, per esibirsi su un tappeto elastico salta verticalmente verso l'alto dalla cima della piattaforma in figura con una velocità di 5.0 m/s. (a) Quale sarà la sua velocità nell'atterrare sul tappeto elastico, 3.0 m più in basso? (b) **Se il tappeto elastico si comporta come una molla di costante elastica 6.2 * 10^4 N/m, di quanto si abbasserà?**





Legge di Hooke: $F_M = -kx$

Equilibrio tra forze:

$$F_M = F_G \rightarrow kx = mg$$

$$x = \frac{mg}{k} = \frac{65Kg\ 9.8\ m/s^2}{6.2\ 10^4\ N/m} = 0.01m$$

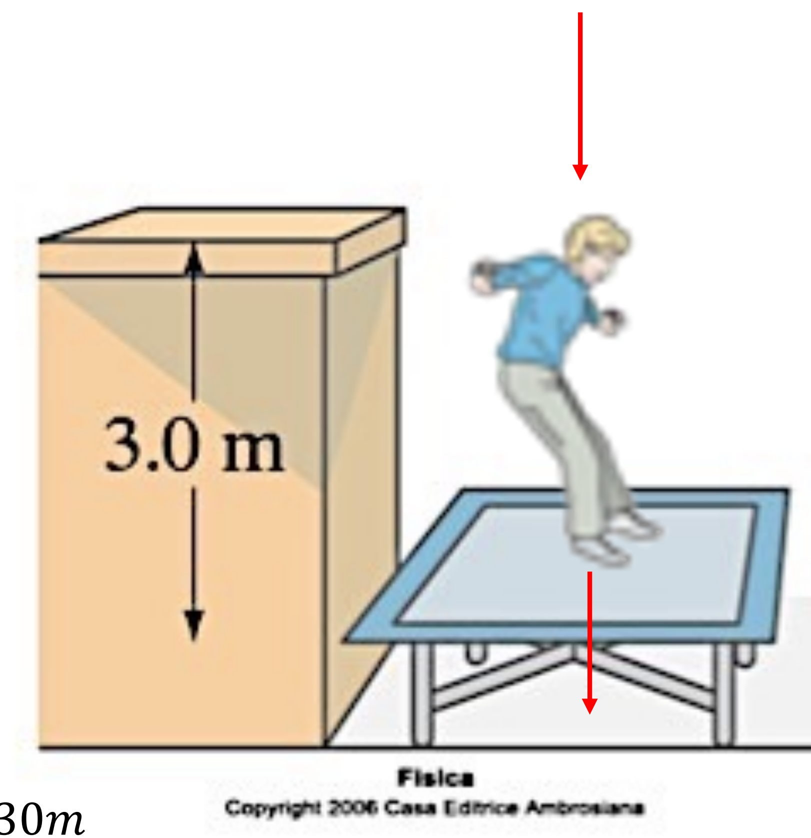
? **Sembra che la velocità di arrivo sul tappeto elastico non conti! Ma questo è strano…**

Acrobati che saltano e conservazione dell’energia

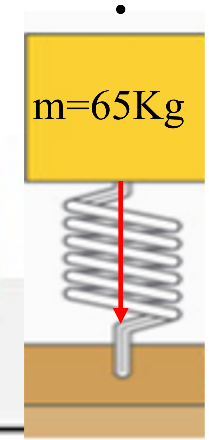
Questa parte dell’esercizio richiede necessariamente l’utilizzo del concetto di energia, altrimenti – come abbiamo appena visto – rischiamo di trovare risultati scorretti... In particolare applichiamo il principio di conservazione dell’energia meccanica all’atleta che atterra sul tappeto...

Esercizio

L’acrobata di un circo, di massa 65 Kg, per esibirsi su un tappeto elastico salta verticalmente verso l’alto dalla cima della piattaforma in figura con una velocità di 5.0 m/s. (a) Quale sarà la sua velocità nell’atterrare sul tappeto elastico, 3.0 m più in basso? (b) **Se il tappeto elastico si comporta come una molla di costante elastica 6.2 * 10^4 N/m, di quanto si abbasserà?**



?



Energia potenziale Elastica: $$U_{el} = \frac{1}{2} k x^2$$

Conservazione energia: $$\frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v_{fin}^2$$

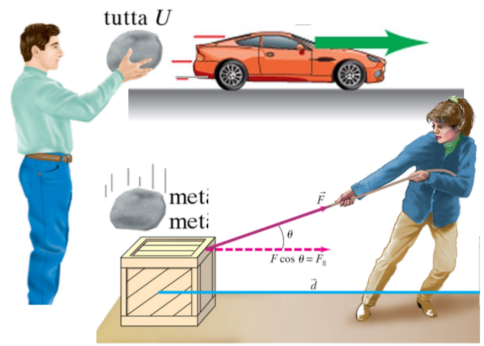
$$x^2 = \frac{m v_{fin}^2}{k} \rightarrow x = \sqrt{\frac{65Kg\ (9.16\frac{m}{s})^2}{6.2\ 10^4\ N/m}} = 0.30m$$


Meccanica dei Fluidi
Statica dei Fluidi
(idrostatica)
Dinamica dei Fluidi
(idrodinamica)


Meccanica dei Fluidi
Statica dei Fluidi (idrostatica)
Dinamica dei Fluidi (idrodinamica)

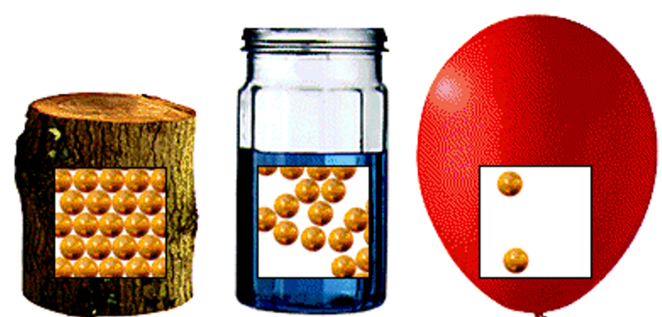
Stati della Materia: Solidi, Liquidi e Gas

Nelle scorse lezioni abbiamo studiato la cinematica e la dinamica di corpi **solidi**, i quali (a meno che non si tratti di corpi idealmente considerati puntiformi) sono caratterizzati dal fatto che tendono a mantenere la loro **forma** e le loro **dimensioni (volume)** anche se vengono loro applicate forze di elevata intensità.



Passiamo adesso ad occuparci invece di materiali molto **deformabili** e le cui parti sono in grado di **scorrere** le une rispetto alle altre. Più tecnicamente, si tratta di *materiali che non possono sopportare una forza tangenziale alla loro superficie*. Questi materiali comprendono *liquidi* e *gas* e vanno sotto il nome di **fluidi**.

Anche se *all'apparenza sembrano molto diversi tra loro*, liquidi e gas sono accomunati dal fatto di non possedere, a differenza dei solidi, una *struttura atomica cristallina*, rigida e ordinata: in virtù di ciò, i **liquidi** possono assumere la forma del contenitore in cui si trovano (cioè non hanno forma propria) ma sono difficilmente comprimibili (cioè il loro volume può cambiare significativamente solo per azione di forze molto elevate), mentre i **gas** non hanno nè forma nè volume ma tendono ad espandersi riempiendo il proprio contenitore.

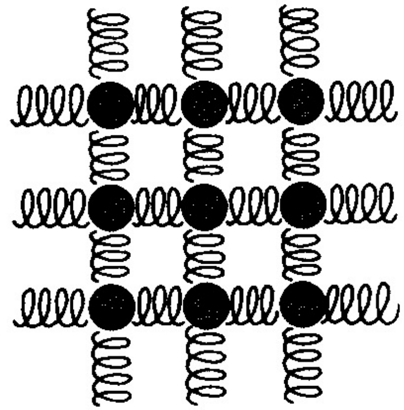


LEGNO SOLIDO — LIQUIDO IN UN VASO — PALLONE PIENO DI GAS

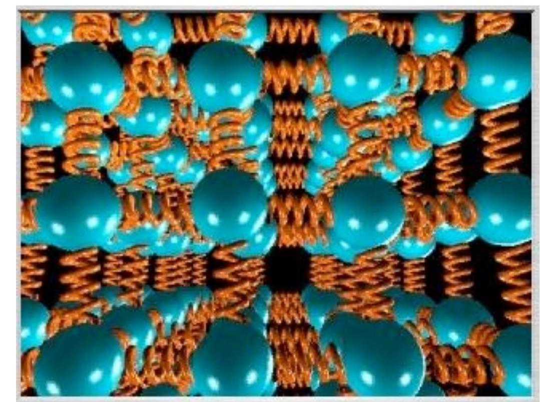
Stati della Materia: Solidi, Liquidi e Gas

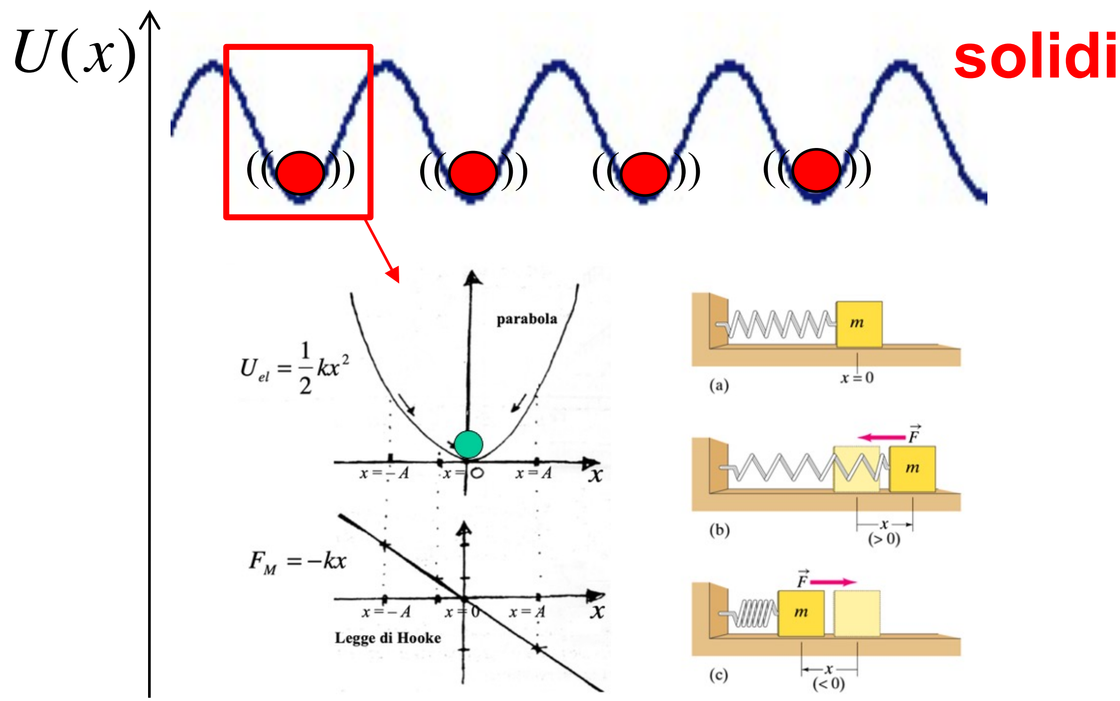
Il modo più semplice per visualizzare la **struttura di un solido** è quello di pensarlo come un reticolo di atomi interagenti con forze tali da permettere loro di oscillare attorno a posizioni di equilibrio: ogni atomo di un solido può quindi essere considerato come un **oscillatore armonico** posizionato sul fondo della sua buca di potenziale e in grado solo di **vibrare** debolmente al suo interno senza mai uscirne.

2D



3D

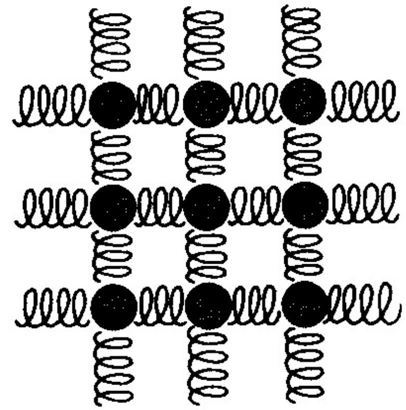




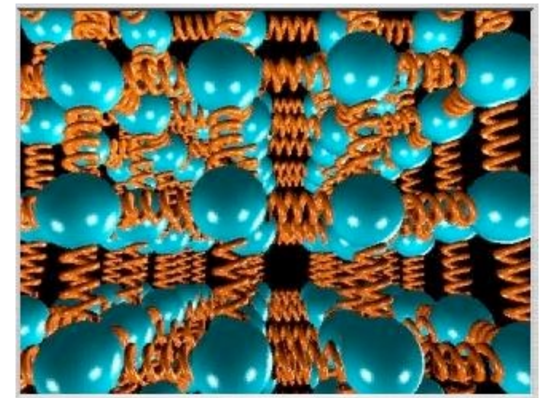
Stati della Materia: Solidi, Liquidi e Gas

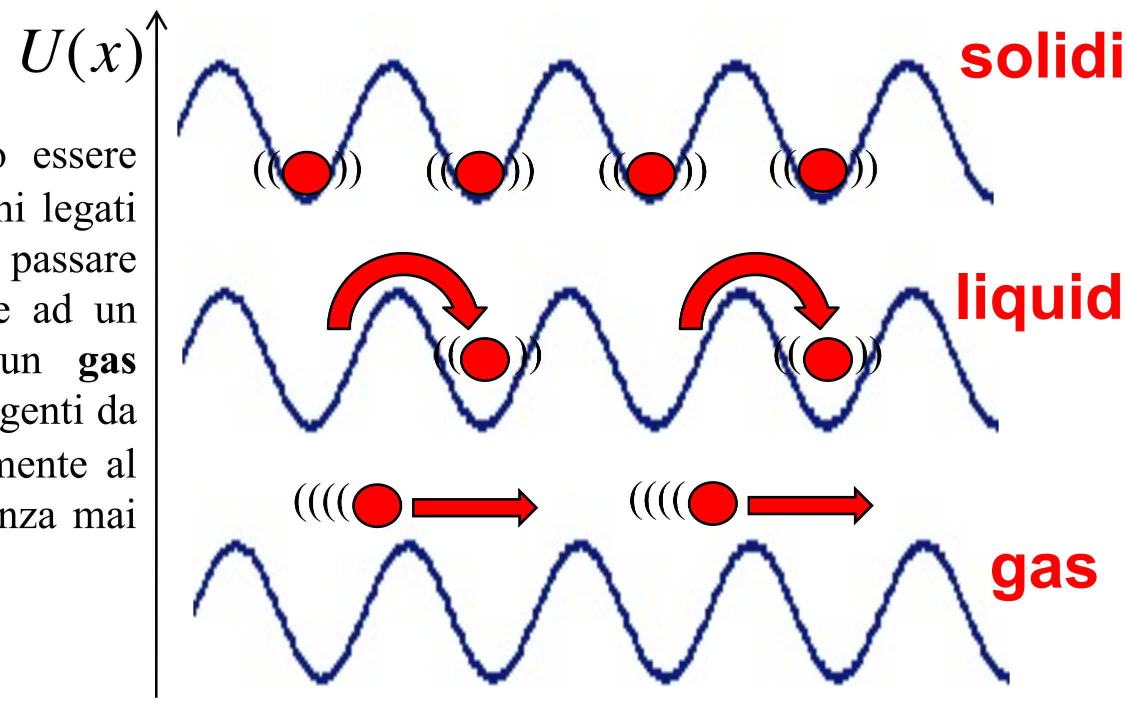
Il modo più semplice per visualizzare la **struttura di un solido** è quello di pensarlo come un reticolo di atomi interagenti con forze tali da permettere loro di oscillare attorno a posizioni di equilibrio: ogni atomo di un solido può quindi essere considerato come un **oscillatore armonico** posizionato sul fondo della sua buca di potenziale e in grado solo di **vibrare** debolmente al suo interno senza mai uscirne.

2D



3D





In questa analogia, un **liquido** può essere immaginato come un insieme di atomi legati più debolmente e in grado di passare (scorrere) da una buca di potenziale ad un altra, laddove gli atomi di un un **gas** sarebbero invece talmente poco interagenti da risultare liberi di fluttuare completamente al di sopra delle buche di potenziale senza mai entrarvi.

La Densità

Una quantità molto importante per lo studio dei fluidi è la **densità**, o *massa volumica*. Si tratta di una grandezza fisica derivata, definita come la **massa per unità di volume** di una data sostanza di massa m e volume V:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Nel Sistema Internazionale (**MKS**) la sua unità di misura sarà il kg/m^3, mentre nel sistema **CGS** sarà g/cm^3. Spesso occorre passare dall'una all'altra di queste unità di misura, quindi è bene considerare che:

$$1\frac{kg}{m^3} = \frac{1000g}{(100cm)^3} = \frac{10^3 g}{10^6 cm^3} = 10^{-3}\frac{g}{cm^3} \quad \rightarrow \quad 1\frac{g}{cm^3} = 10^3\frac{kg}{m^3}$$

Ciò significa che una densità in g/cm^3 deve essere moltiplicata per 10^3=1000 per dare il corretto risultato in kg/m^3, e viceversa.

La densità è una proprietà specifica di ogni sostanza pura, nel senso che non cambia al cambiare della quantità di sostanza considerata. Per capire a cosa serve la densità provate a rispondere alla seguente domanda: **pesa di più un kilogrammo di legna o un kilogrammo di piombo?**

Scherzavamo;-) In realtà la vera domanda è: **pesa di più un litro di acqua o un litro di benzina?**

La Densità

Una quantità molto importante per lo studio dei fluidi è la **densità**, o *massa volumica*. Si tratta di una grandezza fisica derivata, definita come la **massa per unità di volume** di una data sostanza di massa m e volume V:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Nel Sistema Internazionale (**MKS**) la sua unità di misura sarà il kg/m^3, mentre nel sistema **CGS** sarà g/cm^3. Spesso occorre passare dall'una all'altra di queste unità di misura, quindi è bene considerare che:

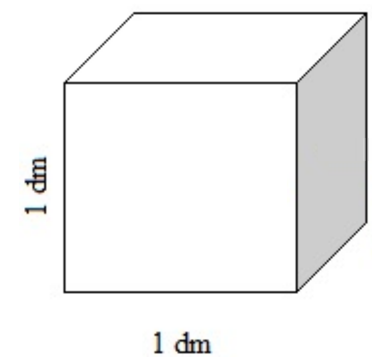
$$1\frac{kg}{m^3} = \frac{1000g}{(100cm)^3} = \frac{10^3 g}{10^6 cm^3} = 10^{-3}\frac{g}{cm^3} \quad \rightarrow \quad 1\frac{g}{cm^3} = 10^3\frac{kg}{m^3}$$

Ciò significa che una densità in g/cm^3 deve essere moltiplicata per 10^3=1000 per dare il corretto risultato in kg/m^3, e viceversa.

La densità è una proprietà specifica di ogni sostanza pura, nel senso che non cambia al cambiare della quantità di sostanza considerata. Per capire a cosa serve la densità provate a rispondere alla seguente domanda: **pesa di più un kilogrammo di legna o un kilogrammo di piombo?**

Scherzavamo;-) In realtà la vera domanda è: **pesa di più un litro di acqua o un litro di benzina?**

[tenere conto che 1 litro = 1 *decimetro cubo* = (0.1m)^3]



La Densità

Per rispondere alla domanda **"pesa di più un litro di acqua o un litro di benzina?"** occorre tenere presente che il peso è una forza proporzionale alla massa ($F_g = mg$), e che la massa è legata al volume dalla relazione:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad m = \rho V$$

Dunque il peso si può esprimere nella forma: $F_g = \rho V g$

il che ci dice che, a parità di volume (in questo caso un *decimetro cubo, cioè un litro*), la risposta alla nostra domanda dipende esclusivamente dalla densità delle due sostanze considerate.

Guardando la tabella quì accanto, vediamo subito che, contrariamente a quanto qualcuno forse pensava, **la densità dell'acqua è maggiore della densità della benzina, quindi un litro d'acqua peserà più di un litro di benzina!**

Dalla tabella si nota anche che la densità dell'acqua ha valore unitario nel sistema CGS, quindi un litro d'acqua ha massa = 1kg.

Densità di alcuni liquidi

(a 0°C, 1 atm)

Nome	Densità (g/cm^3)
Acqua	1.00
Acqua di mare	1.025
Alcool (etilico)	0.806
Benzina	0.68
Glicerina	1.261
Mercurio	13.6
Olio d'oliva	0.92
Olio di paraffina	0.8

La Densità

Per rispondere alla domanda **“pesa di più un litro di acqua o un litro di benzina?”** occorre tenere presente che il peso è una forza proporzionale alla massa ($F_g = mg$), e che la massa è legata al volume dalla relazione:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \rightarrow \quad m = \rho V$$

Dunque il peso si può esprimere nella forma: $F_g = \rho V g$

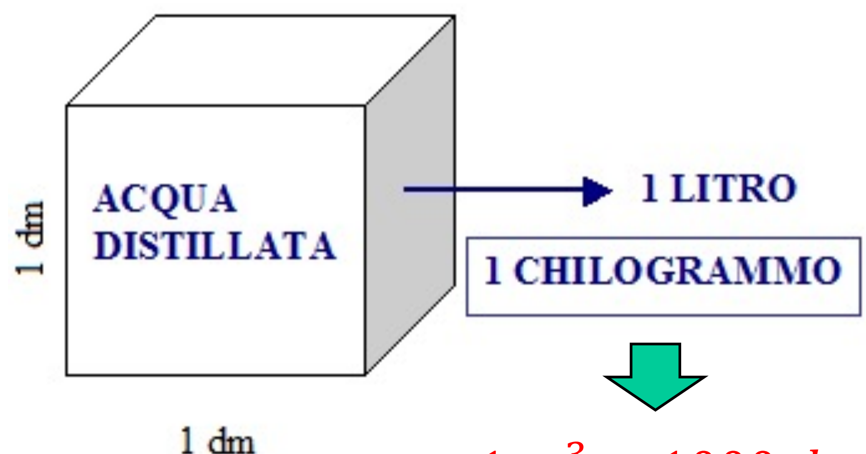
il che ci dice che, a parità di volume (in questo caso un *decimetro cubo, cioè un litro*), la risposta alla nostra domanda dipende esclusivamente dalla densità delle due sostanze considerate.

Guardando la tabella quì accanto, vediamo subito che, contrariamente a quanto qualcuno forse pensava, **la densità dell’acqua è maggiore della densità della benzina, quindi un litro d’acqua peserà più di un litro di benzina!**

Dalla tabella si nota anche che la densità dell’acqua ha valore unitario nel sistema CGS, quindi un litro d’acqua ha massa = 1kg.

E’ utile a volte definire la **densità relativa** di una sostanza, cioè il rapporto tra la densità della sostanza considerata e la densità dell’acqua ρ_A a 4.0°C, che sarà evidentemente un *numero puro*.

$1 dm^3 = 1000\ cm^3$



$$1\ m^3 = 1000\ dm^3$$

$$\rightarrow \ \rho_A = 1000\ Kg / m^3$$

La Densità

Confrontando le **densità di alcuni solidi, liquidi e gas**, appare chiaro come esse siano legate alle già analizzate caratteristiche strutturali delle tre fasi della materia. Il concetto di densità acquista importanza maggiore per i fluidi perchè con essi **non** abbiamo sempre a che fare con volumi o masse prefissati.

Densità di alcuni solidi

(a 0°C, 1 atm)

Nome	Densità (g/cm^3)
Alluminio	2.70
Argento	10.49
Cemento	2.7-3.0
Ferro	7.96
Ghiaccio	0.92
Legno (densità media)	0.75
Legno di cedro	0.31-0.49
Legno d'ebano	0.98
Legno d'olmo	0.54-0.60
Legno di pino bianco	0.35-0.50
Legno di quercia	0.6-0.9
Nichel	8.8
Oro	19.3
Ottone	8.44-9.70
Osso	1.7-2.0
Piombo	11.3
Platino	21.37
Rame	8.96

Densità di alcuni liquidi

(a 0°C, 1 atm)

Nome	Densità (g/cm^3)
Acqua	1.00
Acqua di mare	1.025
Alcool (etilico)	0.806
Benzina	0.68
Glicerina	1.261
Mercurio	13.6
Olio d'oliva	0.92
Olio di paraffina	0.8

La Densità

Confrontando le **densità di alcuni solidi, liquidi e gas**, appare chiaro come esse siano legate alle già analizzate caratteristiche strutturali delle tre fasi della materia. Il concetto di densità acquista importanza maggiore per i fluidi perchè con essi **non** abbiamo sempre a che fare con volumi o masse prefissati.

Densità di alcuni solidi

(a 0°C, 1 atm)

Nome	Densità (g/cm^3)
Alluminio	2.70
Argento	10.49
Cemento	2.7-3.0
Ferro	7.96
Ghiaccio	0.92
Legno (densità media)	0.75
Legno di cedro	0.31-0.49
Legno d'ebano	0.98
Legno d'olmo	0.54-0.60
Legno di pino bianco	0.35-0.50
Legno di quercia	0.6-0.9
Nichel	8.8
Oro	19.3
Ottone	8.44-9.70
Osso	1.7-2.0
Piombo	11.3
Platino	21.37
Rame	8.96

Densità di alcuni liquidi

(a 0°C, 1 atm)

Nome	Densità (g/cm^3)
Acqua	1.00
Acqua di mare	1.025
Alcool (etilico)	0.806
Benzina	0.68
Glicerina	1.261
Mercurio	13.6
Olio d'oliva	0.92
Olio di paraffina	0.8

Densità di alcuni gas

(a 0°C, 1 atm)

Nome	Formula	Densità (g/dm^3)
Acetilene	C_2H_2	1.173
Aria		1.292
Ammoniaca	NH_3	0.771
Diossido di carbonio	CO_2	1.976
Monossido di carbonio	CO	1.250
Elio	He	0.178
Idrogeno	H_2	0.089
Ossigeno	O_2	1.429
Ozono	O_3	2.144

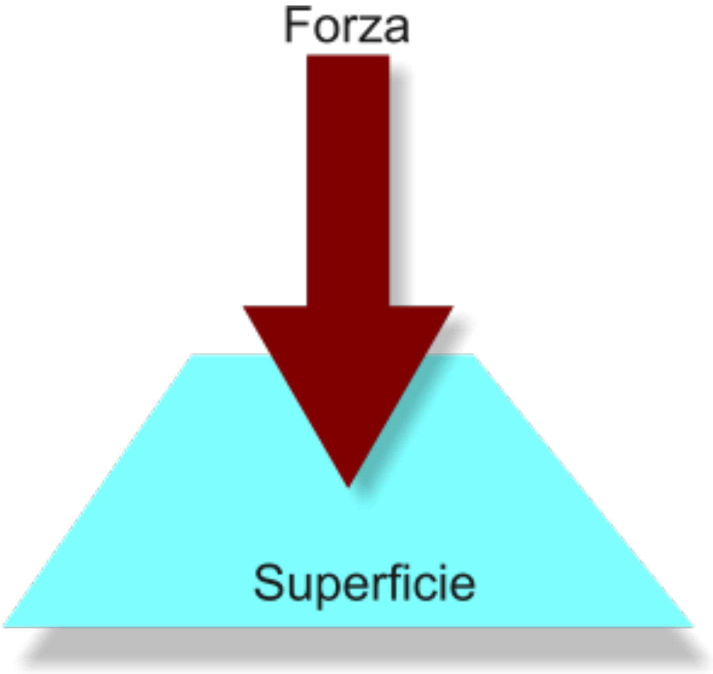
La Pressione

Passiamo adesso ad introdurre il fondamentale concetto di **pressione**. Data una forza di intensità F applicata **perpendicolarmente** ad una superficie A, la pressione è definita come il rapporto:

$$P = \frac{F}{A}$$

e cioè come **forza per unità di superficie**. Anche se la forza è un vettore, la pressione è quindi uno scalare, poiché direzione e verso sono sempre fissati per definizione. La sua **unità di misura** nel SI è il N/m^2, detta anche **Pascal** (Pa) in onore del filosofo e scienziato francese *Blaise Pascal*. Nel sistema CGS, invece, si avrà $dyne/cm^2$.

Blaise Pascal (1623-1662)



La Pressione

Passiamo adesso ad introdurre il fondamentale concetto di **pressione**. Data una forza di intensità F applicata **perpendicolarmente** ad una superficie A, la pressione è definita come il rapporto:

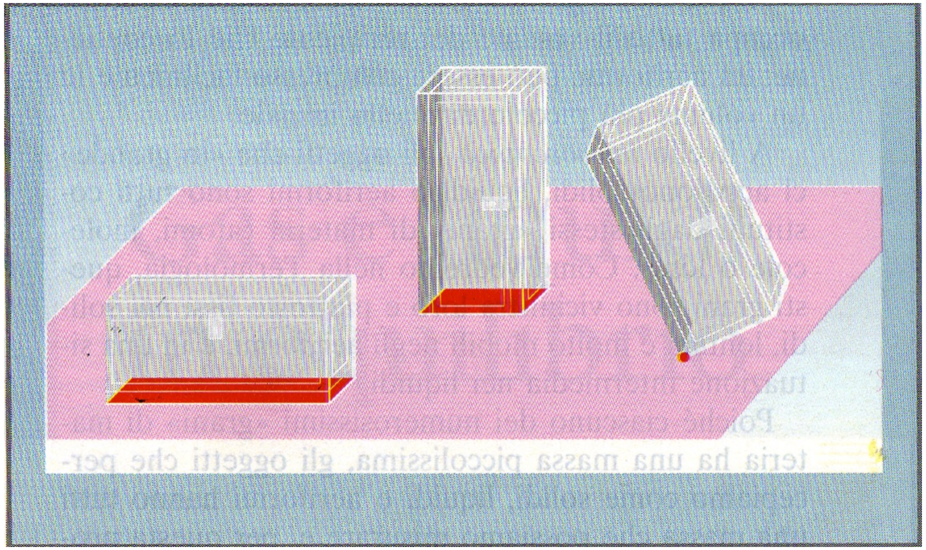
$$P = \frac{F}{A}$$

Blaise Pascal
(1623-1662)

e cioè come **forza per unità di superficie**. Anche se la forza è un vettore, la pressione è quindi uno scalare, poiché direzione e verso sono sempre fissati per definizione. La sua **unità di misura** nel SI è il N/m^2, detta anche **Pascal** (Pa) in onore del filosofo e scienziato francese *Blaise Pascal*. Nel sistema CGS, invece, si avrà $dyne/cm^2$.

Esempio
I **tre bauli** in figura sono identici e hanno esattamente lo stesso peso. Cosa possiamo dire sulla **pressione** esercitata sul pavimento da ciascuno di essi?

Dalla definizione di pressione è evidente che essa **varia a seconda della superficie di appoggio**: essendo P inversamente proporzionale ad A, è evidente che essa è tanto più grande quanto minore è l’area della superficie di appoggio (in rosso).



La Pressione

Passiamo adesso ad introdurre il fondamentale concetto di **pressione**. Data una forza di intensità F applicata **perpendicolarmente** ad una superficie A, la pressione è definita come il rapporto:

$$P = \frac{F}{A}$$

Blaise Pascal (1623-1662)

e cioè come **forza per unità di superficie**. Anche se la forza è un vettore, la pressione è quindi uno scalare, poiché direzione e verso sono sempre fissati per definizione. La sua **unità di misura** nel SI è il N/m^2, detta anche **Pascal** (Pa) in onore del filosofo e scienziato francese *Blaise Pascal*. Nel sistema CGS, invece, si avrà $dyne/cm^2$.

Esempio
I **tre bauli** in figura sono identici e hanno esattamente lo stesso peso. Cosa possiamo dire sulla **pressione** esercitata sul pavimento da ciascuno di essi?

Dalla definizione di pressione è evidente che essa **varia a seconda della superficie di appoggio**: essendo P inversamente proporzionale ad A, è evidente che essa è tanto più grande quanto minore è l'area della superficie di appoggio (in rosso).

La Pressione

Passiamo adesso ad introdurre il fondamentale concetto di **pressione**. Data una forza di intensità F applicata **perpendicolarmente** ad una superficie A, la pressione è definita come il rapporto:

$$P = \frac{F}{A}$$

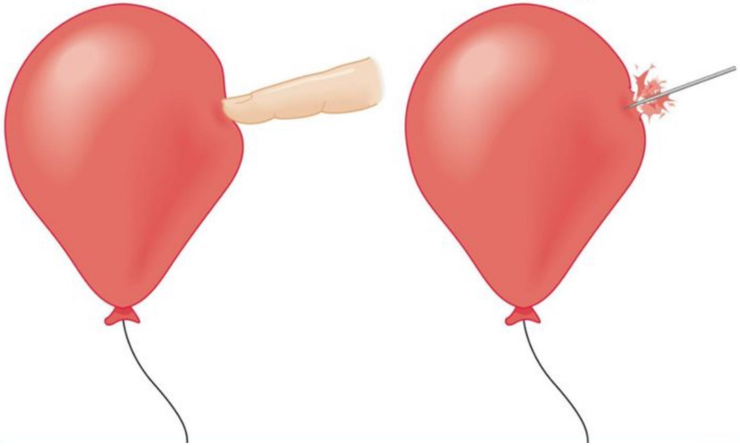
Blaise Pascal (1623-1662)

e cioè come **forza per unità di superficie**. Anche se la forza è un vettore, la pressione è quindi uno scalare, poiché direzione e verso sono sempre fissati per definizione. La sua **unità di misura** nel SI è il N/m^2, detta anche **Pascal** (Pa) in onore del filosofo e scienziato francese *Blaise Pascal*. Nel sistema CGS, invece, si avrà $dyne/cm^2$.

Esempio
I **tre bauli** in figura sono identici e hanno esattamente lo stesso peso. Cosa possiamo dire sulla **pressione** esercitata sul pavimento da ciascuno di essi?

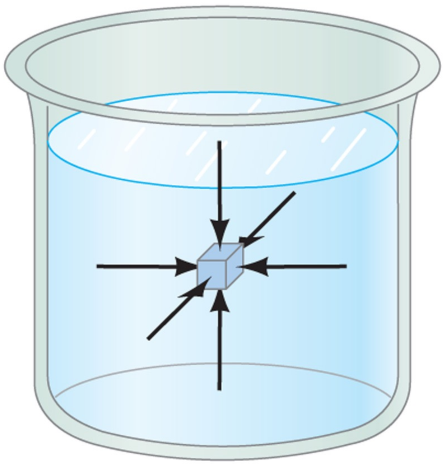
Dalla definizione di pressione è evidente che essa **varia a seconda della superficie di appoggio**: essendo P inversamente proporzionale ad A, è evidente che essa è tanto più grande quanto minore è l'area della superficie di appoggio (in rosso).

La stessa forza esercitata su un'area più piccola genera una pressione maggiore – pensate a che cosa capita se premete su un palloncino con un dito o con uno spillo.



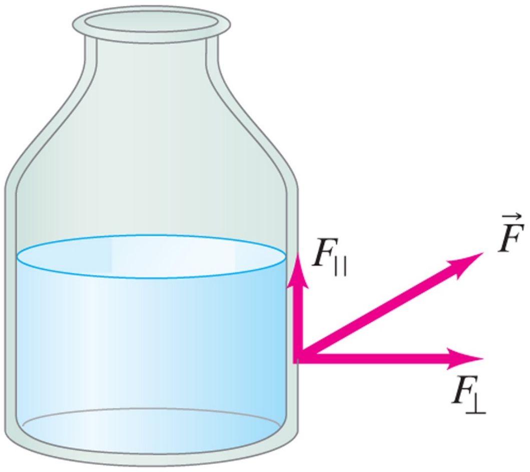
La Pressione

Il concetto di pressione è particolarmente utile quando abbiamo a che fare con i **fluidi**: è infatti stato verificato sperimentalmente che, *ad una data profondità, la pressione esercitata da un fluido è uniforme in tutte le direzioni.*



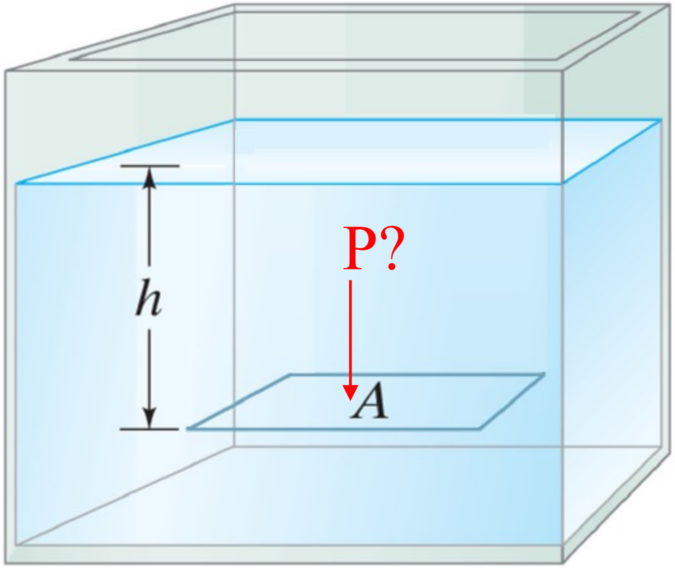
Se infatti consideriamo un **piccolo cubetto di fluido** ad una certa profondità in un barattolo di liquido in quiete, è evidente che la pressione su ciascuna delle sue facce deve essere uguale a quella sulla faccia opposta: se così non fosse, sul cubo agirebbe una forza risultante non nulla e, per il **secondo principio della dinamica**, esso *comincerebbe a muoversi*!

Inoltre la forza dovuta alla pressione del fluido, supposto ancora una volta in quiete, agisce sempre **perpendicolarmente** a qualunque superficie solida con cui è in contatto. Se infatti esistesse una componente parallela di tale forza, per il **terzo principio della dinamica** le pareti del recipiente eserciterebbero una forza uguale ed opposta sul fluido *mettendolo in moto*!



La Legge di Stevino

Valutiamo ora quantitativamente **come varia la pressione** in un liquido di densità uniforme **al variare della profondità**. A questo proposito chiediamoci qual è la pressione che agisce su una certa *superficie* A posta ad una profondità *h* al di sotto del livello del liquido (vedi figura).



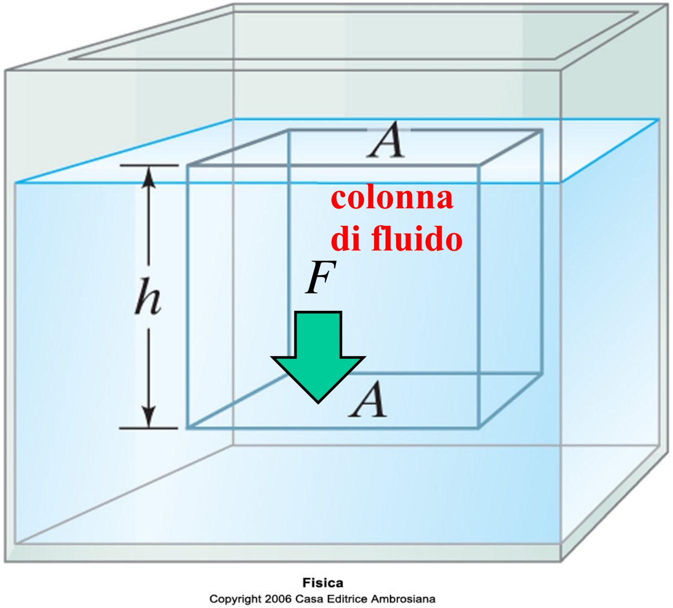
La Legge di Stevino

Valutiamo ora quantitativamente **come varia la pressione** in un liquido di densità uniforme **al variare della profondità**. A questo proposito chiediamoci qual è la pressione che agisce su una certa *superficie* A posta ad una profondità *h* al di sotto del livello del liquido (vedi figura).

La forza che agisce su questa faccia è data dal peso della colonna (a forma di parallelepipedo) del liquido sovrastante, cioè:

$$F = mg = (\rho V)g = \rho A h g$$

dove A*h* è il volume del parallelepipedo, ρ la densità del liquido e g l'accelerazione di gravità.



La **pressione** P dovuta al peso del liquido sarà dunque:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho A h g}{A} \rightarrow P = \rho g h$$

cioè è direttamente proporzionale alla densità del liquido e alla profondità ma, stranamente, **non dipende dall'area A** della superficie considerata!

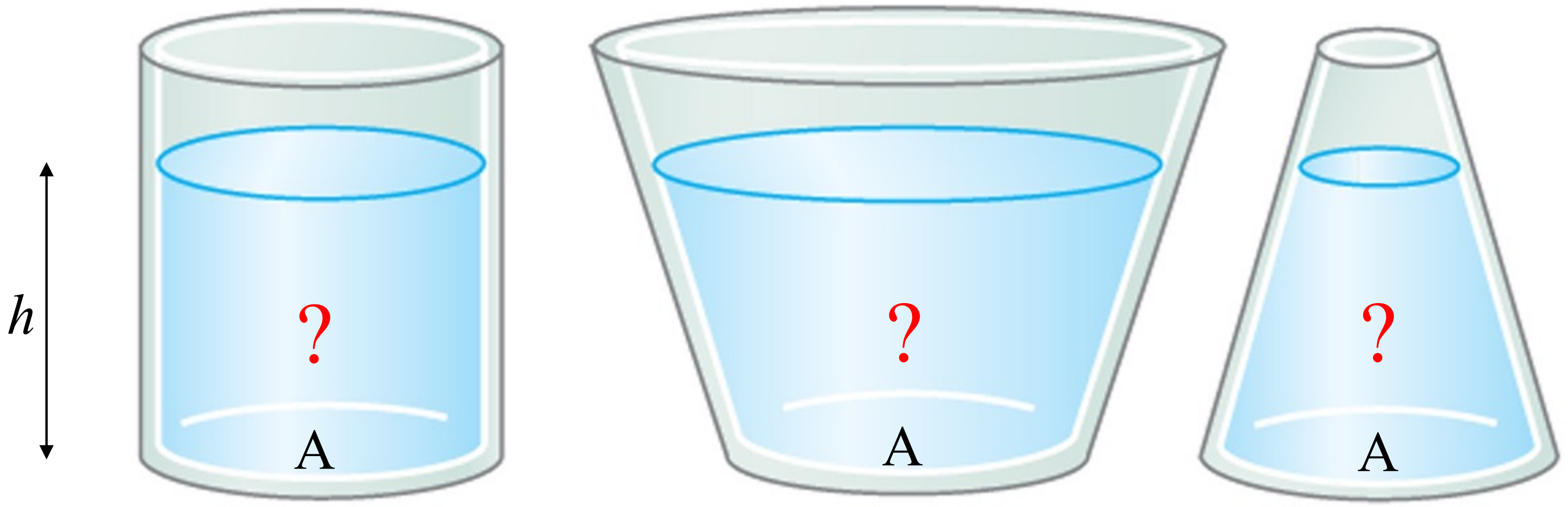
E' questa la celebre "**Legge di Stevino**", uno dei principi fondamentali della **statica dei fluidi** (idrostatica) e venne enunciata da *Simon Stevin* nel suo trattato del 1586 *De Beghinselen des Waterwichts*. Essa è valida per fluidi la cui densità è **uniforme** e non cambia con la profondità, cioè essenzialmente per i **liquidi incomprimibili**. Per i gas invece, che sono comprimibili, bisogna ricorrere ad approssimazioni per piccoli cambiamenti di profondità, nei quali la densità può essere considerata costante.

Simon Stevin (1548-1620)

Paradosso Idrostatico

Esempio
La legge di Stevino dà luogo al cosiddetto **paradosso idrostatico**: in figura abbiamo **tre recipienti,** di forma e volume diversi ma con la stessa area di base, colmi d'acqua fino ad un medesimo livello *h*.

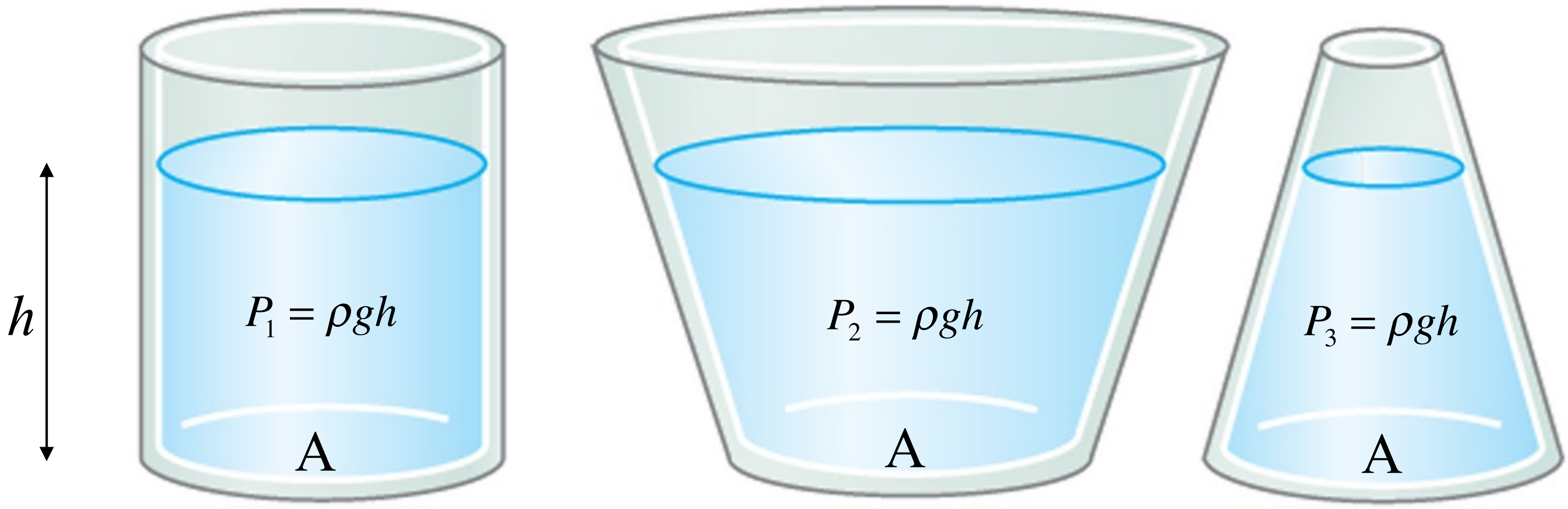
Quale sarà la pressione esercitata dal fluido sul fondo di ciascuno dei tre recipienti?



Paradosso Idrostatico

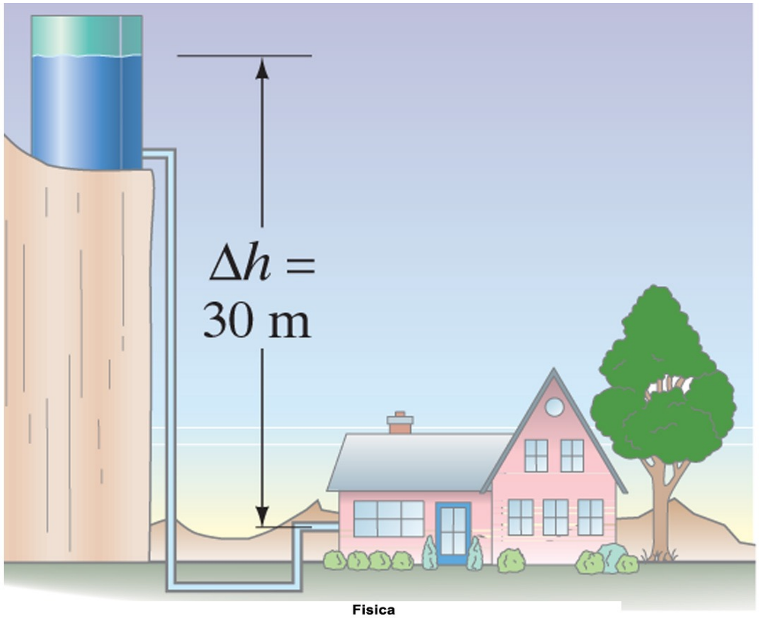
Esempio
La legge di Stevino dà luogo al cosiddetto **paradosso idrostatico**: in figura abbiamo **tre recipienti,** di forma e volume diversi ma con la stessa area di base, colmi d'acqua fino ad un medesimo livello *h*.

Come conseguenza della legge di Stevino, la pressione dell'acqua (e dunque la forza totale F=PA) sulla base di ciascun recipiente è la stessa (P_1=P_2=P_3). Eppure il peso dell'acqua nei tre recipienti è chiaramente molto diverso, essendo diverso il volume da occupato dall'acqua nei tre casi!



Calcolo della Pressione

Esercizio
La superficie dell'acqua in un **serbatoio** è 30 m al di sopra di un rubinetto nella cucina di una casa (fig.10-5). Calcolate la **differenza di pressione** dell'acqua fra il rubinetto e la superficie dell'acqua nel serbatoio.



Fisica

Soluzione
Essendo l'acqua **incomprimibile** possiamo considerare la sua densità ρ costante ed usare la legge di Stevino:

$$\Delta P = \rho g \Delta h =$$

$$= (1.0 \cdot 10^3 kg / m^3)(9.8 m / s^2)(30 m) = 2.9 \cdot 10^5 N / m^2 = 2.9 \cdot 10^5 Pascal$$

L'altezza *h*, che in questo esempio è di 30 m, è talvolta chiamata **altezza piezometrica**, e come si vede è l'unico parametro che influisce sul risultato, mentre non giocano alcun ruolo la diversità tra i diametri del serbatoio e del rubinetto, così come il percorso curvilineo dell'acqua nel tubo. Notiamo anche che in questo esercizio non abbiamo tenuto conto della **pressione atmosferica**, perchè essa è la stessa sia sulla superficie dell'acqua nel serbatoio sia sull'acqua che esce dal rubinetto.