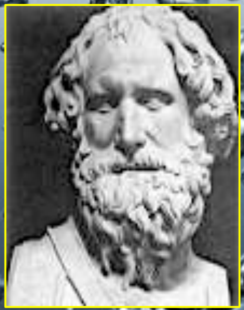
Meccanica dei Fluidi

Statica dei Fluidi (idrostatica)

Simon Stevin (1548-1620)

Blaise Pascal (1623-1662)



Archimede (287-212 a.C.)

Densità e Pressione

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \boldsymbol{m = \rho V}$$

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow \boldsymbol{F = PA}$$

Meccanica dei Fluidi

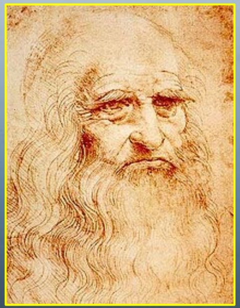
Statica dei Fluidi
(idrostatica)

Dinamica dei Fluidi
(idrodinamica)

Simon Stevin
(1548-1620)

Blaise Pascal
(1623-1662)

Archimede
(287-212 a.C.)



Leonardo da Vinci
(1452-1519)

Daniel Bernoulli
(1700-1782)

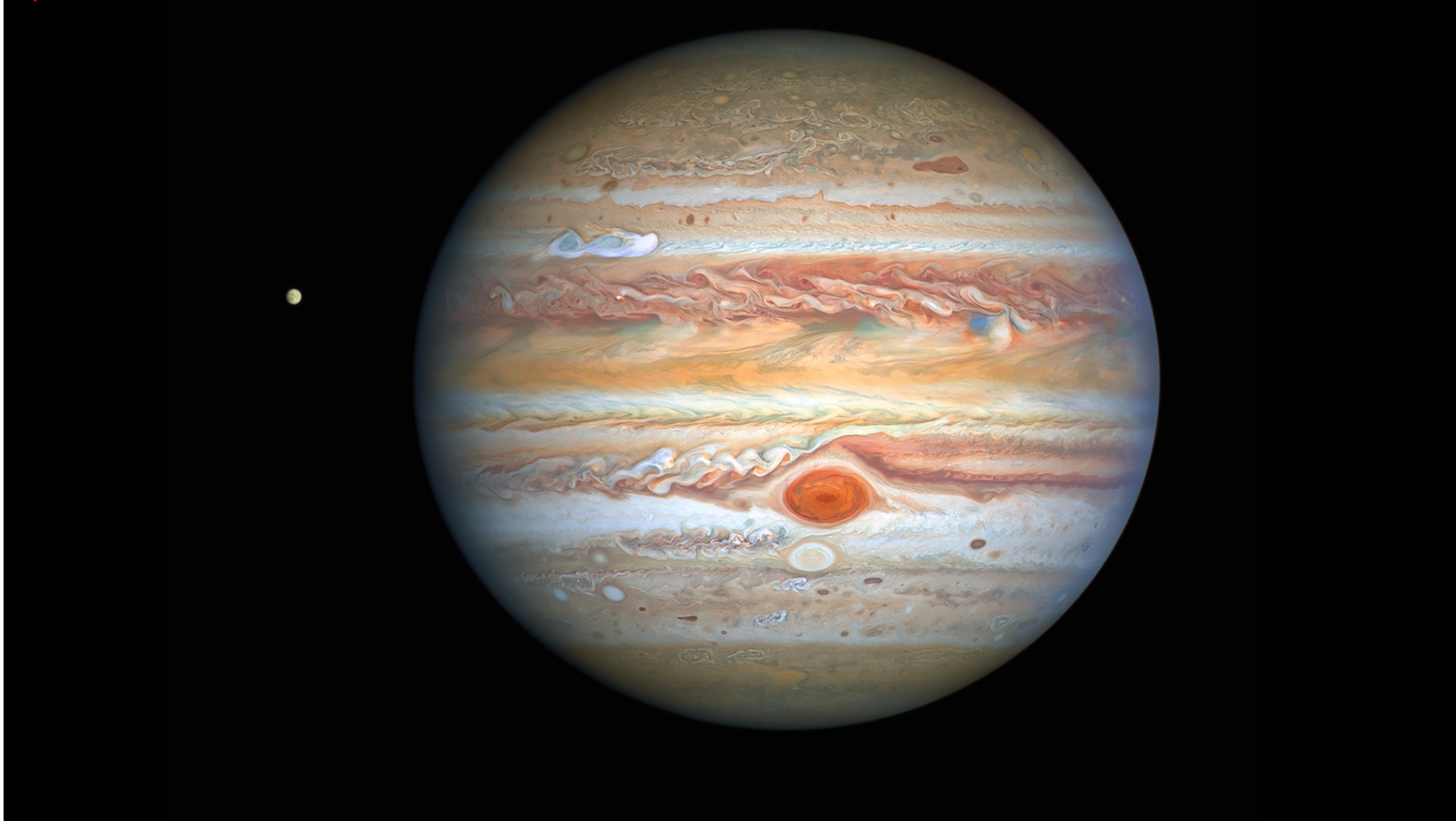
Dinamica dei Fluidi

Lo studio dei **fluidi in movimento** è molto più complicato di quello dei fluidi in quiete e molti suoi aspetti non sono stati ancora completamente chiariti, come ad esempio le manifestazioni del cosiddetto "*caos spazio-temporale*" nei fenomeni di **turbolenza**.

Dinamica dei Fluidi

Lo studio dei **fluidi in movimento** è molto più complicato di quello dei fluidi in quiete e molti suoi aspetti non sono stati ancora completamente chiariti, come ad esempio le manifestazioni del cosiddetto “*caos spazio-temporale*” nei fenomeni di **turbolenza**.

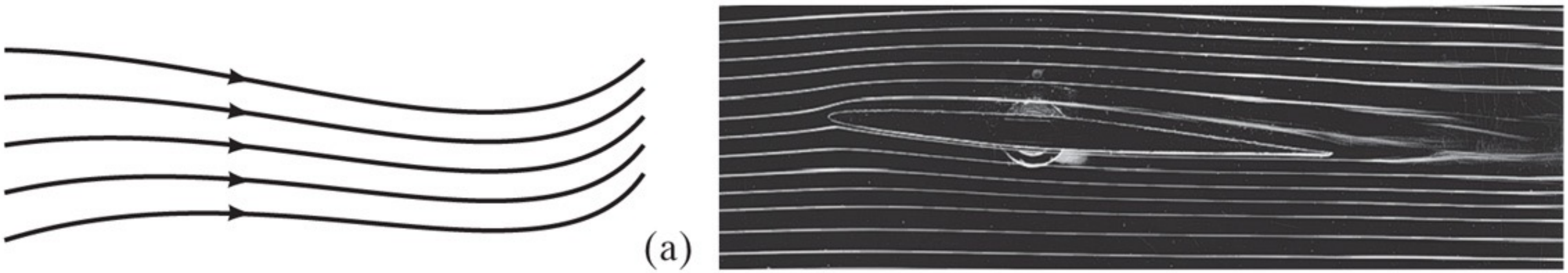
La Grande Macchia Rossa di Giove, ad esempio, è una vasta tempesta anticiclonica, posta a 22° sotto l'equatore del pianeta Giove, che dura da almeno 300 anni...



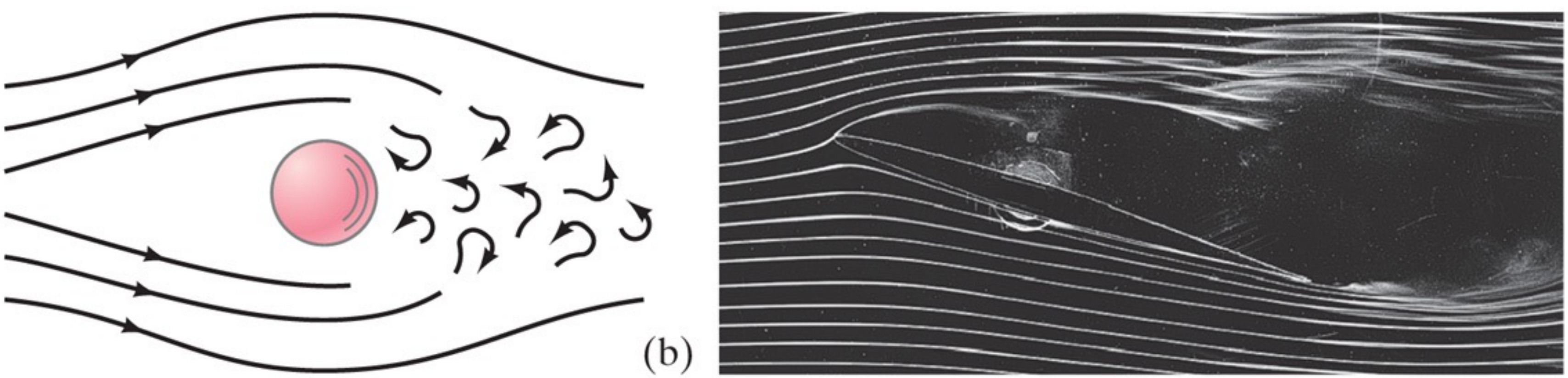
Dinamica dei Fluidi

Possiamo distinguere **due tipi** particolari di flusso nei fluidi:

- **Flusso Laminare (a)**: è un flusso uniforme, scorrevole, in cui gli strati adiacenti del fluido scivolano gli uni sugli altri e in cui le particelle di fluido seguono dei percorsi regolari, chiamati "*linee di flusso laminare*", che non si intersecano le une con le altre;

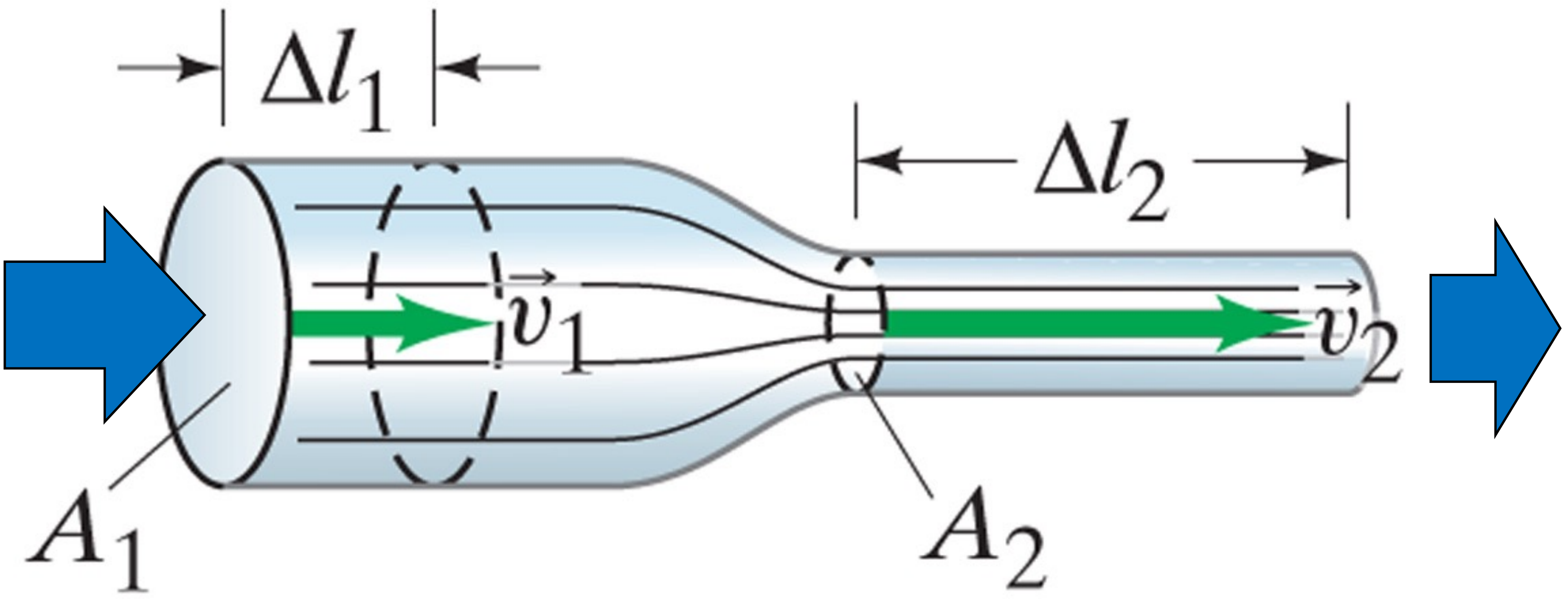

(a)

- **Flusso Turbolento (b)**: è un flusso innescato dal superamento di una *soglia critica* della velocità ed è caratterizzato da percorsi circolari erratici, piccoli e vorticosi, chiamati *mulinelli*, i quali assorbono una grande quantità di energia e sono dotati di un elevato grado di *attrito interno*, chiamato **viscosità** (che in misura minore è comunque presente anche nel flusso laminare).


(b)

Equazione di Continuità

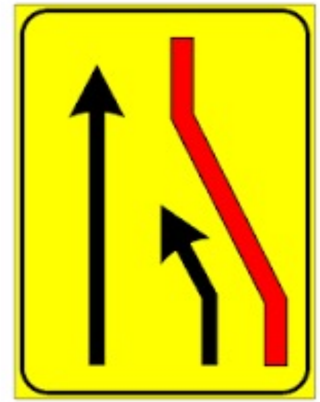
Consideriamo il **flusso stazionario e laminare** di un fluido che scorre attraverso un tubo o una condotta e vediamo *come cambia la velocità del fluido al variare del diametro del tubo*.



Equazione di Continuità

Consideriamo il **flusso stazionario e laminare** di un fluido che scorre attraverso un tubo o una condotta e vediamo *come cambia la velocità del fluido al variare del diametro del tubo*.

Analogia con il traffico automobilistico



Equazione di Continuità

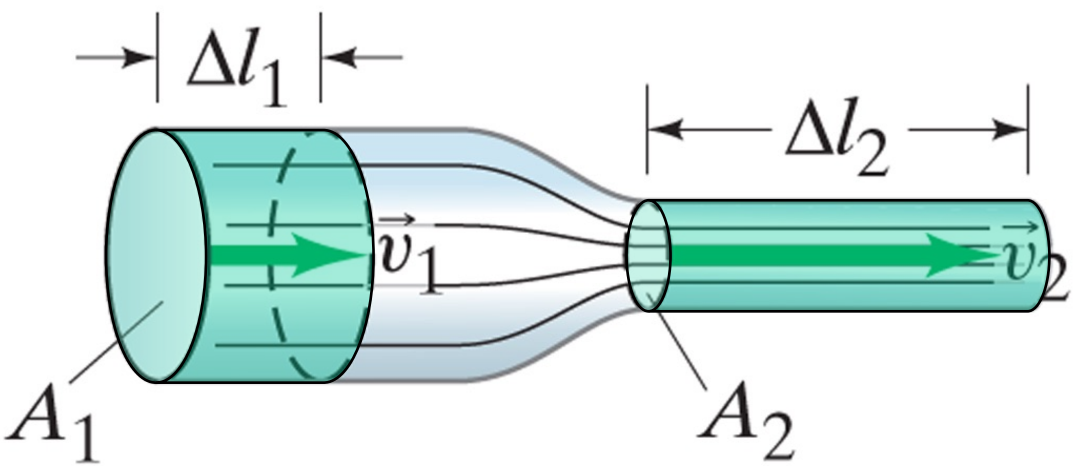
Consideriamo il **flusso stazionario e laminare** di un fluido che scorre attraverso un tubo o una condotta e vediamo *come cambia la velocità del fluido al variare del diametro del tubo*.

Definiamo innanzitutto la **portata di massa**, che è la massa Δm di fluido che passa attraverso una determinata sezione A del tubo nell'unità di tempo Δt, cioè è data dal rapporto $\Delta m/\Delta t$.

Nella figura vediamo che il **volume** occupato dal fluido che passa per la **sezione** (area) A_1 nel **tempo** Δt è dato dal prodotto $\Delta V_1 = A_1 \Delta l_1$, dove Δl_1 è la **distanza** percorsa dal fluido nel tempo Δt. Se trascuriamo la viscosità (che fa sì che i diversi strati del fluido fluiscano a velocità diverse), possiamo definire la **velocità** del fluido sulla sezione A_1 come $v_1 = \Delta l_1/\Delta t$, dunque la **portata di massa attraverso la sezione A_1** sarà (se ρ_1 è la densità del fluido nel volume ΔV_1):

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\rho_1 \Delta V_1}{\Delta t} = \frac{\rho_1 A_1 \Delta l_1}{\Delta t} = \rho_1 A_1 v_1$$

Analogamente, nel condotto di **sezione A_2 la portata di massa sarà** $\rho_2 A_2 v_2$ e poiché il fluido non può uscire dalle pareti del tubo, tale portata su A_2 dovrà essere uguale alla portata su A_1, quindi:



$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t} \rightarrow \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

relazione che è chiamata **equazione di continuità.**

Legge di Leonardo da Vinci

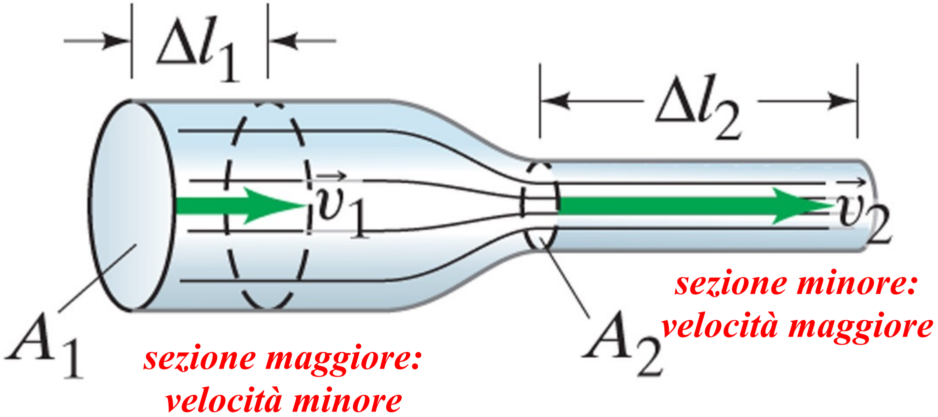
Se il fluido è **incomprimibile** (approssimazione eccellente per i liquidi e certe volte anche per i gas), la sua densità non cambierà lungo il tubo e dunque $\rho_1=\rho_2$. In tal caso **l'equazione di continuità** (a ρ costante) si scriverà come:

Legge di Leonardo

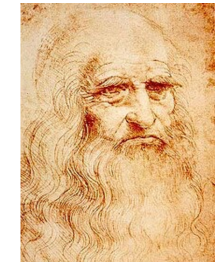
$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

Leonardo da Vinci (1452-1519)

La legge di Leonardo ci dice quindi che *dove l'area della sezione è grande la velocità del fluido deve essere piccola e, viceversa, dove l'area è piccola, la velocità deve essere grande*.



Legge di Leonardo da Vinci



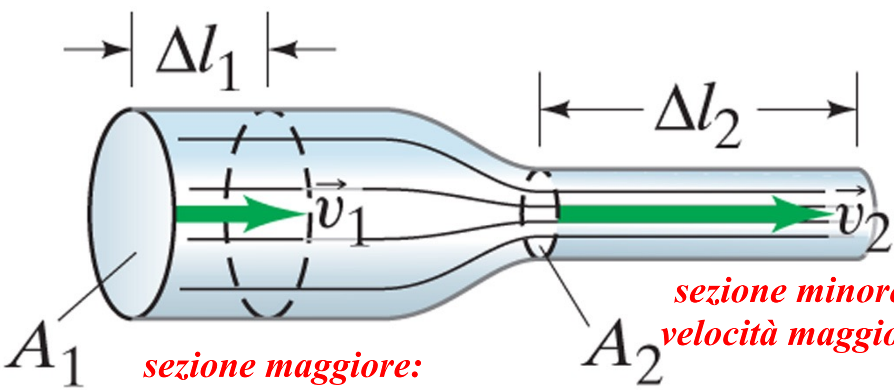
Leonardo da Vinci
(1452-1519)

Se il fluido è **incomprimibile** (approssimazione eccellente per i liquidi e certe volte anche per i gas), la sua densità non cambierà lungo il tubo e dunque $\rho_1=\rho_2$. In tal caso **l'equazione di continuità** (a ρ costante) si scriverà come:

Legge di Leonardo

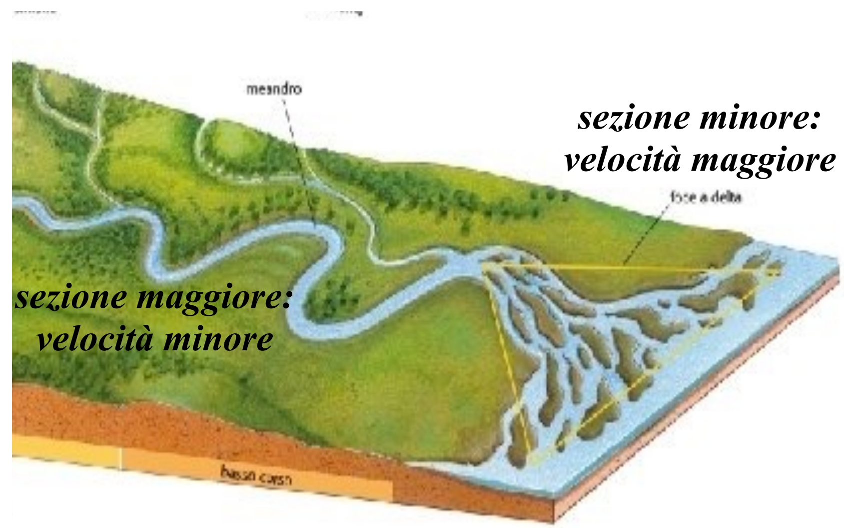
$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

La legge di Leonardo ci dice quindi che *dove l'area della sezione è grande la velocità del fluido deve essere piccola e, viceversa, dove l'area è piccola, la velocità deve essere grande*.
Questo fenomeno appare evidente osservando l'acqua che scorre in un fiume, che fluisce lentamente in pianura, dove di solito il fiume è più largo, ma scorre molto più rapidamente quando il fiume si ramifica in prossimità della foce;



sezione maggiore: velocità minore

sezione minore: velocità maggiore



Legge di Leonardo da Vinci

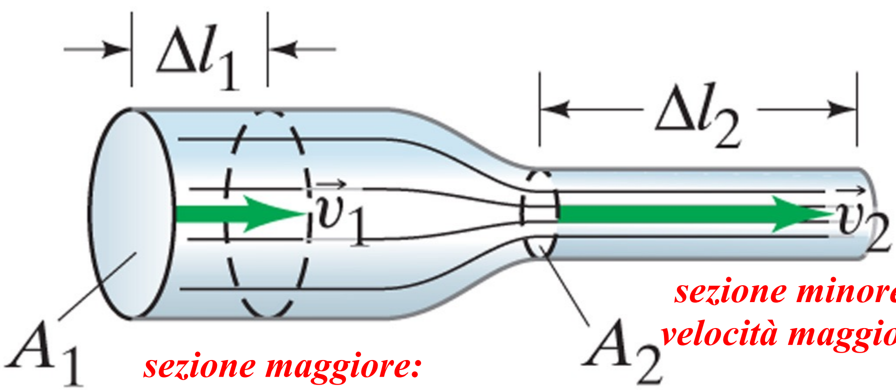
Se il fluido è **incomprimibile** (approssimazione eccellente per i liquidi e certe volte anche per i gas), la sua densità non cambierà lungo il tubo e dunque $\rho_1 = \rho_2$. In tal caso **l'equazione di continuità** (a ρ costante) si scriverà come:

Legge di Leonardo

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

Leonardo da Vinci (1452-1519)

La legge di Leonardo ci dice quindi che *dove l'area della sezione è grande la velocità del fluido deve essere piccola e, viceversa, dove l'area è piccola, la velocità deve essere grande*.
Questo fenomeno appare evidente osservando l'acqua che scorre in un fiume, che fluisce lentamente in pianura, dove di solito il fiume è più largo, ma scorre molto più rapidamente quando il fiume si ramifica in prossimità della foce; **lo stesso accade, come abbiamo già visto, con il flusso di automobili in prossimità di una strettoia…**



sezione minore: velocità maggiore

sezione maggiore: velocità minore

strettoia: velocità maggiore

strada larga: velocità minore

Legge di Leonardo da Vinci

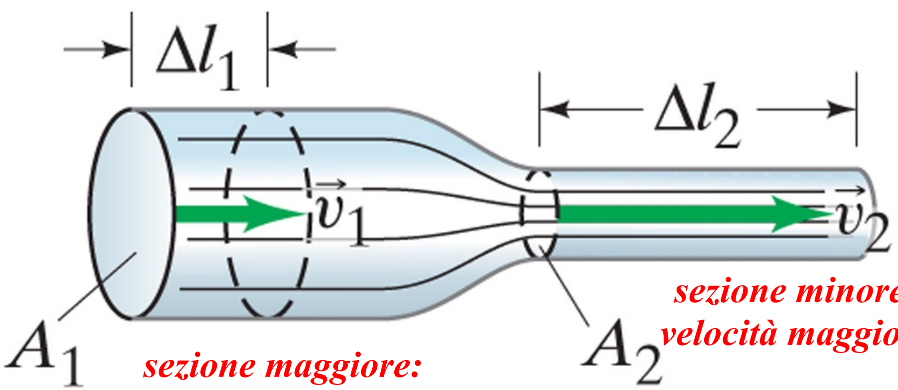
Se il fluido è **incomprimibile** (approssimazione eccellente per i liquidi e certe volte anche per i gas), la sua densità non cambierà lungo il tubo e dunque $\rho_1 = \rho_2$. In tal caso **l'equazione di continuità** (a ρ costante) si scriverà come:

Legge di Leonardo

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

Leonardo da Vinci (1452-1519)

La legge di Leonardo ci dice quindi che *dove l'area della sezione è grande la velocità del fluido deve essere piccola e, viceversa, dove l'area è piccola, la velocità deve essere grande*.
Questo fenomeno appare evidente osservando l'acqua che scorre in un fiume, che fluisce lentamente in pianura, dove di solito il fiume è più largo, ma scorre molto più rapidamente quando il fiume si ramifica in prossimità della foce; **lo stesso accade, come abbiamo già visto, con il flusso di automobili in prossimità di una strettoia…o per la fuoriuscita dell'acqua da una pompa.**



sezione minore: velocità maggiore

sezione maggiore: velocità minore

sezione maggiore: velocità minore

Legge di Leonardo da Vinci

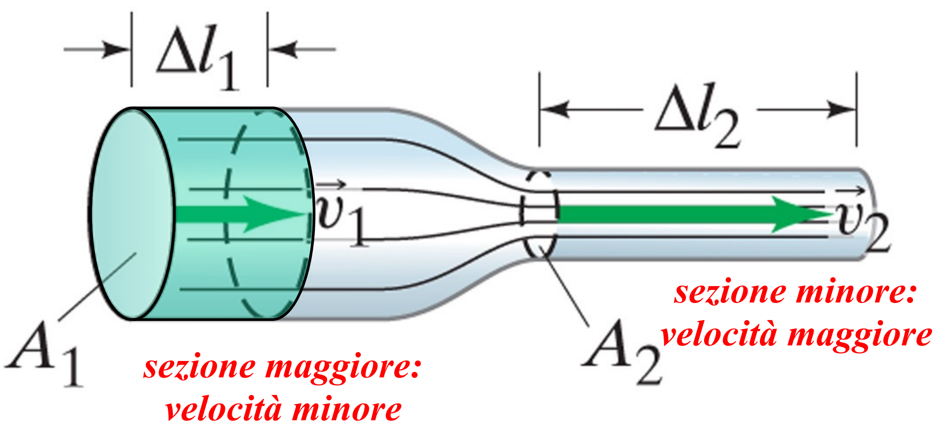
Leonardo da Vinci
(1452-1519)

Se il fluido è **incomprimibile** (approssimazione eccellente per i liquidi e certe volte anche per i gas), la sua densità non cambierà lungo il tubo e dunque $\rho_1=\rho_2$. In tal caso **l'equazione di continuità** (a ρ costante) si scriverà come:

Legge di Leonardo

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

La legge di Leonardo ci dice quindi che *dove l'area della sezione è grande la velocità del fluido deve essere piccola e, viceversa, dove l'area è piccola, la velocità deve essere grande.*
Questo fenomeno appare evidente osservando l'acqua che scorre in un fiume, che fluisce lentamente in pianura, dove di solito il fiume è più largo, ma scorre molto più rapidamente quando il fiume si ramifica in prossimità della foce; **lo stesso accade, come abbiamo già visto, con il flusso di automobili in prossimità di una strettoia…o per la fuoriuscita dell'acqua da una pompa.**



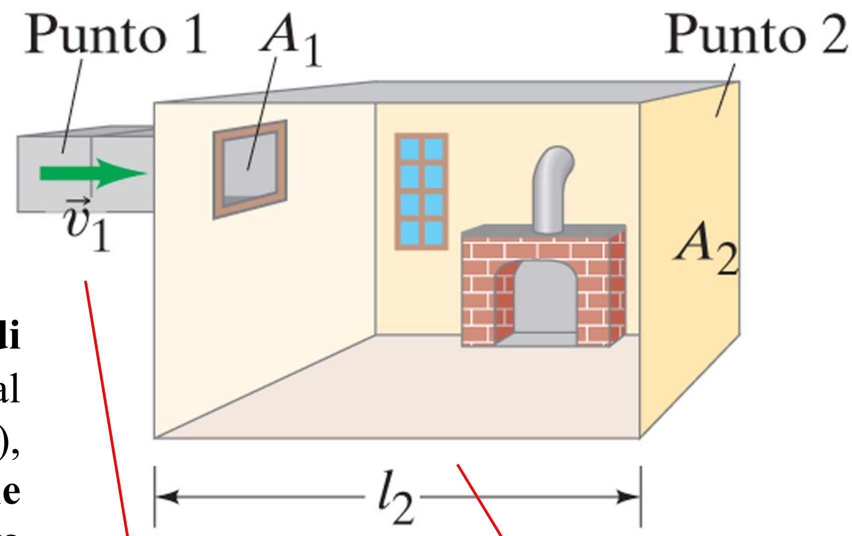
Si noti che il prodotto A*v* rappresenta la cosiddetta **portata di volume**, cioè il *volume occupato dal fluido che passa per una data sezione nell'unità di tempo*. Infatti si ha:

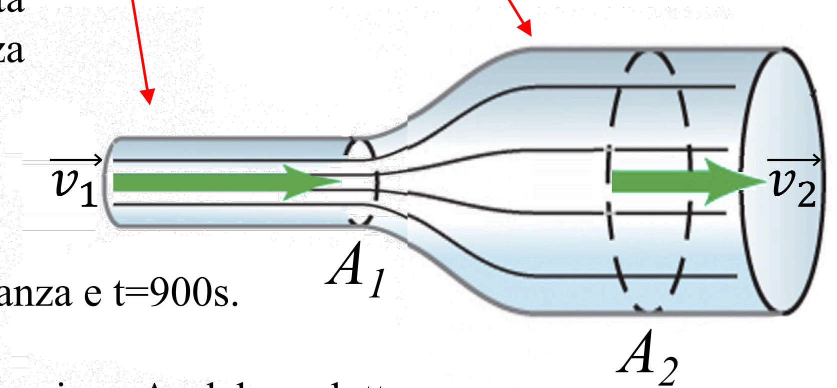
$$Av = \frac{A\Delta l}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

che nel sistema internazionale (SI) ha come unità di misura m^3/s. Questa formula è spesso utilizzata negli esercizi.

Esempio 2
Quanto deve essere grande un **condotto di riscaldamento** di una stanza di V=300 m^3 se l'aria che si muove al suo interno a 3.0m/s può ricambiare ogni 15 minuti l'aria della stanza? Si assuma costante la densità dell'aria.

Condotto di riscaldamento





Occorre applicare nuovamente **l'equazione di continuità** a densità costante all'aria che fluisce dal condotto (Punto 1) nella stanza (Punto 2), **immaginando che la stanza sia una sorta di sezione più larga del condotto** e considerando che la portata di volume della stanza è uguale al volume della stanza diviso i 15 minuti (900 s) del tempo di ricambio.

Possiamo quindi scrivere:

$$A_2 v_2 = A_2 \frac{l_2}{t} = \frac{V_2}{t}$$

dove V_2 è il volume della stanza e t=900s.

Quindi la legge di Leonardo permetterà di ricavare la sezione A_1 del condotto

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \rightarrow \quad A_1 = \frac{V_2}{v_1 t} = \frac{300 m^3}{(3.0 m/s)(900 s)} = 0.11\, m^2$$

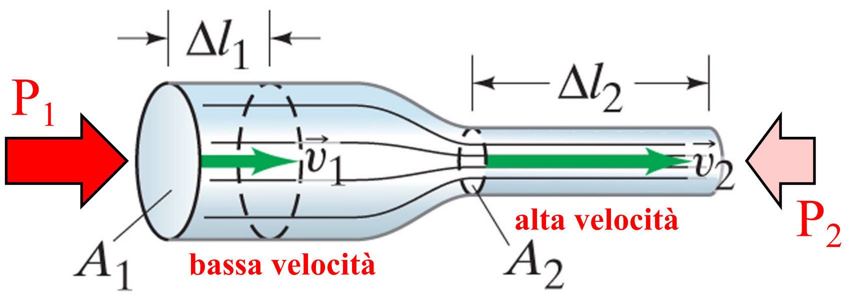
Se il condotto è quadrato, allora ciascun lato avrà lunghezza $l_1 = \sqrt{A_1} = 0.33m$, ovvero 33cm.
Un condotto rettangolare di 20cm*55cm avrà le stesse prestazioni.

Il Principio di Bernoulli

Vi sarete sicuramente chiesti, almeno una volta nella vita, come fa un **aeroplano** a volare o come fa una **barca** a vela ad andare controvento... come è possibile???

In entrambi i casi la risposta è legata ad un principio elaborato dal matematico svizzero **Daniel Bernoulli**, il quale stabilisce che *dove la velocità di un fluido è alta, la pressione è bassa, e dove la velocità è bassa, la pressione è alta*.

Daniel Bernoulli (1700-1782)



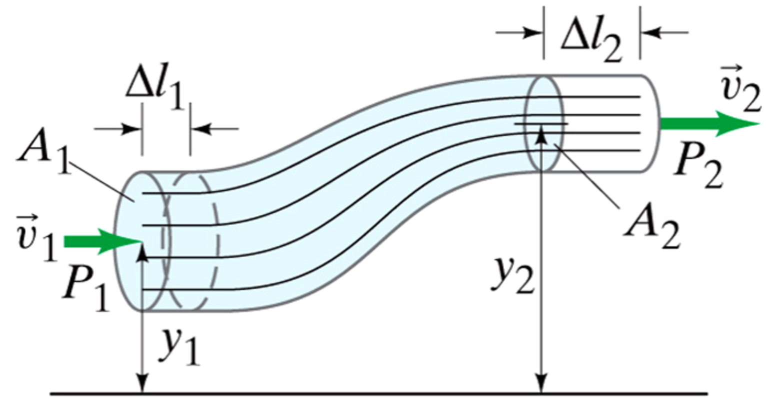
Consideriamo ancora una volta la figura quì accanto, dove è rappresentato il **tubo con due diverse sezioni**: se si misurasse la pressione esercitata dal fluido esterno sulle due sezioni A_1 e A_2, si troverebbe che la pressione è **più bassa** sulla sezione A_2, dove la velocità è più elevata, ed è **più alta** sulla sezione A_1, dove la velocità è più bassa ($P_1>P_2$).

A prima vista questo può sembrare strano, in quanto probabilmente ci saremmo aspettati una pressione maggiore su A_2 a causa della compressione cui è sottoposto il fluido nella parte destra del condotto. In realtà, a pensarci bene, se la pressione su A_2 fosse stata effettivamente maggiore, il fluido avrebbe rallentato attraversandola… Invece, il fluido ha una velocità maggiore in A_2, quindi è chiaro che la pressione su questa sezione deve necessariamente **diminuire**!

L'Equazione di Bernoulli

Ovviamente **Bernoulli**, da buon matematico, non si limitò ad enunciare il suo principio ma, sfruttando il *principio di conservazione dell'energia meccanica*, ne fornì una espressione quantitativa ottenendo una celebre **equazione** che porta il suo nome.

Consideriamo il **tubo** nella figura (a) quì accanto, la cui sezione non è uniforme e la cui altezza varia rispetto a un livello di riferimento. Immaginiamo che in esso scorra, con **flusso laminare stazionario**, un fluido incomprimibile e con viscosità trascurabile.



(a)

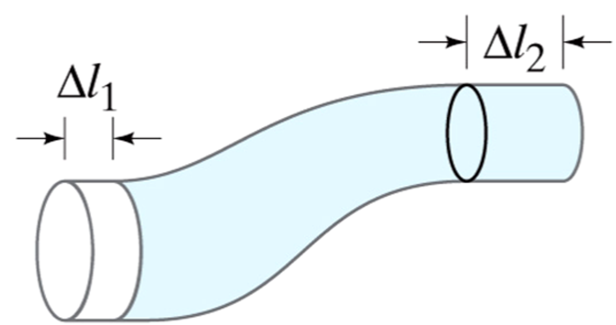
Calcoliamo dunque il **lavoro** necessario per spostare la parte di fluido colorata in azzurro in figura (a) nella posizione colorata in azzurro in figura (b): in questo processo il fluido che si trova sulla sezione A_1 percorre una **distanza** Δl_1 e obbliga il fluido che si trova su A_2 a spostarsi di una **distanza** Δl_2. Quindi possiamo affermare che il fluido che si trova *a sinistra* del punto 1, e che esercita sulla sezione A_1 una **pressione** P_1, compie un **lavoro**:

$$W_1 = F_1 \Delta l_1 = P_1 A_1 \Delta l_1$$

Analogamente, il **lavoro** compiuto sulla sezione A_2 dal fluido alla sua *destra* sarà:

$$W_2 = -P_2 A_2 \Delta l_2$$

che è negativo perché la forza causata dalla **pressione** P_2 esercitata sul fluido colorato stavolta si oppone al moto.



(b)

L'Equazione di Bernoulli

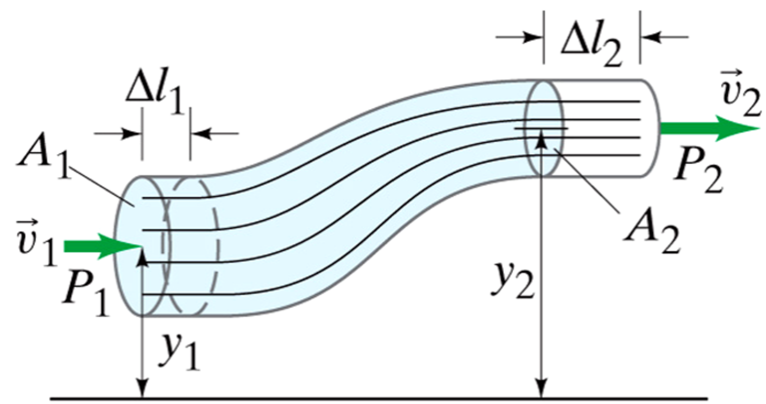
Nel frattempo, anche la **forza di gravità** sta compiendo **lavoro** sul fluido colorato mentre la massa m contenuta nel volume $A_1\Delta l_1$ (uguale a $A_2\Delta l_2$ poichè il fluido è incomprimibile) si sposta dal punto 1 al punto 2: $W_3 = -mg(y_2 - y_1) = -mgy_2 + mgy_1$

dove il segno è negativo perchè quando il fluido sale la gravità *si oppone* allo spostamento.

Il **lavoro totale** compiuto **sul** fluido sarà quindi:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 =$$
$$= P_1A_1\Delta l_1 - P_2A_2\Delta l_2 - mgy_2 + mgy_1$$

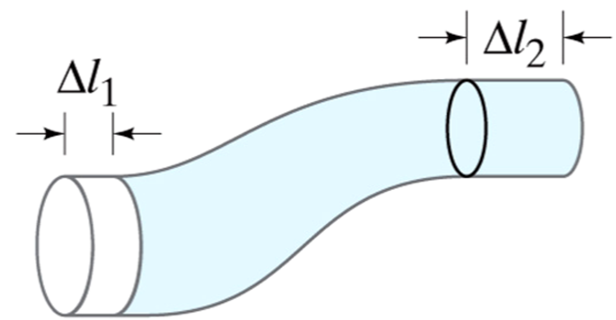
In accordo con il **teorema dell'energia cinetica**, sappiamo che *il lavoro totale compiuto dalle forze che agiscono su un corpo di massa m è uguale alla sua variazione di energia cinetica*, dunque:



(a)

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = P_1A_1\Delta l_1 - P_2A_2\Delta l_2 - mgy_2 + mgy_1$$

Considerando che la massa $m=\rho V=\rho A_1\Delta l_1=\rho A_2\Delta l_2$, possiamo sostituire e dividere per $V=A_1\Delta l_1=A_2\Delta l_2$, da cui:



$$\frac{1}{2}\rho\cancel{\underbrace{A_2\Delta l_2}_{V}}v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\cancel{\underbrace{A_1\Delta l_1}_{V}}v_1^2 =$$

$$= P_1\cancel{\underbrace{A_1\Delta l_1}_{V}} - P_2\cancel{\underbrace{A_2\Delta l_2}_{V}} - \rho\cancel{\underbrace{A_2\Delta l_2}_{V}}gy_2 + \rho\cancel{\underbrace{A_1\Delta l_1}_{V}}gy_1$$

(b)

L'Equazione di Bernoulli

Nel frattempo, anche la **forza di gravità** sta compiendo **lavoro** sul fluido colorato mentre la massa *m* contenuta nel volume $A_1\Delta l_1$ (uguale a $A_2\Delta l_2$ poichè il fluido è incomprimibile) si sposta dal punto 1 al punto 2: $W_3 = -mg(y_2 - y_1) = -mgy_2 + mgy_1$

dove il segno è negativo perchè quando il fluido sale la gravità *si oppone* allo spostamento.

Il **lavoro totale** compiuto **sul** fluido sarà quindi:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 =$$
$$= P_1A_1\Delta l_1 - P_2A_2\Delta l_2 - mgy_2 + mgy_1$$

In accordo con il **teorema dell'energia cinetica**, sappiamo che *il lavoro totale compiuto dalle forze che agiscono su un corpo di massa m è uguale alla sua variazione di energia cinetica*, dunque:

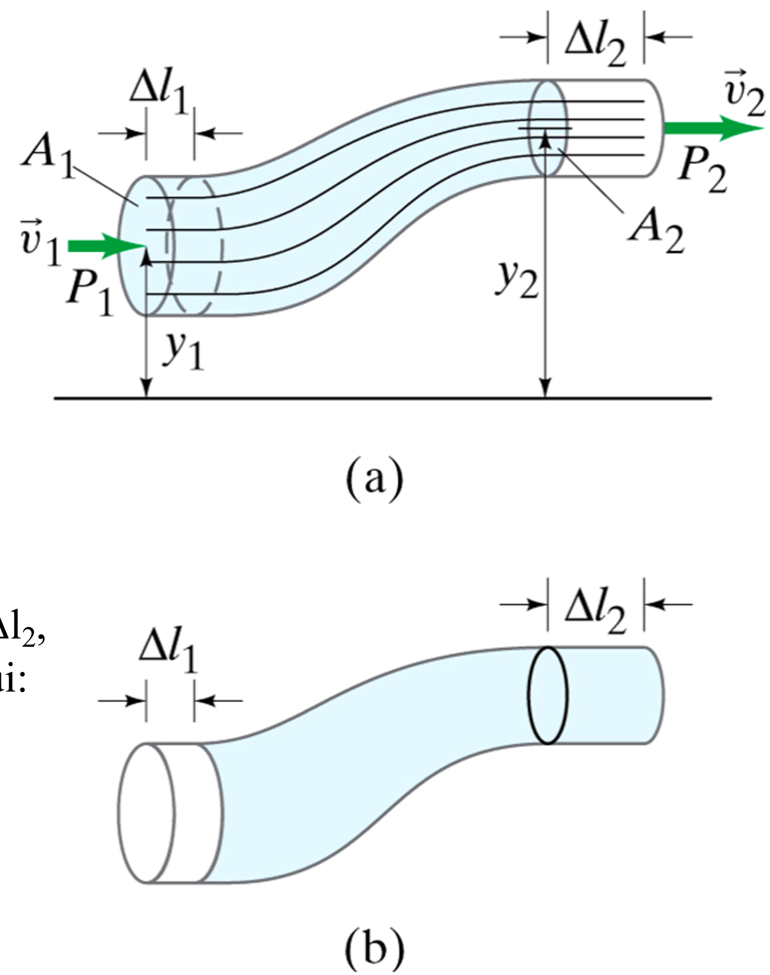
$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = P_1A_1\Delta l_1 - P_2A_2\Delta l_2 - mgy_2 + mgy_1$$

Considerando che la massa $m=\rho V=\rho A_1\Delta l_1=\rho A_2\Delta l_2$, possiamo sostituire e dividere per $V=A_1\Delta l_1=A_2\Delta l_2$, da cui:

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_1 - P_2 - \rho g y_2 + \rho g y_1$$

$$\boxed{\rightarrow P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2}$$

che è proprio **l'equazione di Bernoulli**!



Esercizio

In una **villetta a due piani** l'acqua calda circola in un impianto di riscaldamento. Se l'acqua viene pompata a una velocità v_1=0.50 m/s attraverso un tubo del diametro d_1=4.0 cm nello scantinato a una pressione P_1=3.0 atm, quali saranno la velocità di flusso v_2 e la pressione P_2 in un tubo di diametro d_2=2.6 cm al secondo piano, 5 m più in alto?

$$\rightarrow P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Utilizziamo **legge di Leonardo (equazione di continuità)** per determinare la velocità del flusso e **l'equazione di Bernoulli** per trovare la pressione.

Calcoliamo dunque la velocità di flusso v_2 al secondo piano, essendo nota la velocità di flusso v_1 nel seminterrato, utilizzando la legge di Leonardo e ricordando che le aree sono proporzionali al quadrato del raggio ($A=\pi r^2$, dove ovviamente il raggio è la metà del diametro: r = d/2):

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = \frac{v_1 \pi r_1^2}{\pi r_2^2} = (0.50 m/s)\frac{(0.020 m)^2}{(0.013 m)^2} = 1.2 m/s$$

Dunque, per l'equazione di Bernoulli, la **pressione al secondo piano** sarà:

$$P_2 = P_1 + \rho g (y_1 - y_2) + \frac{1}{2}\rho (v_1^2 - v_2^2) =$$

$$= (3.0 \cdot 10^5 N/m^2) + (1.0 \cdot 10^3 kg/m^3)(9.8 m/s^2)(-5.0 m) +$$

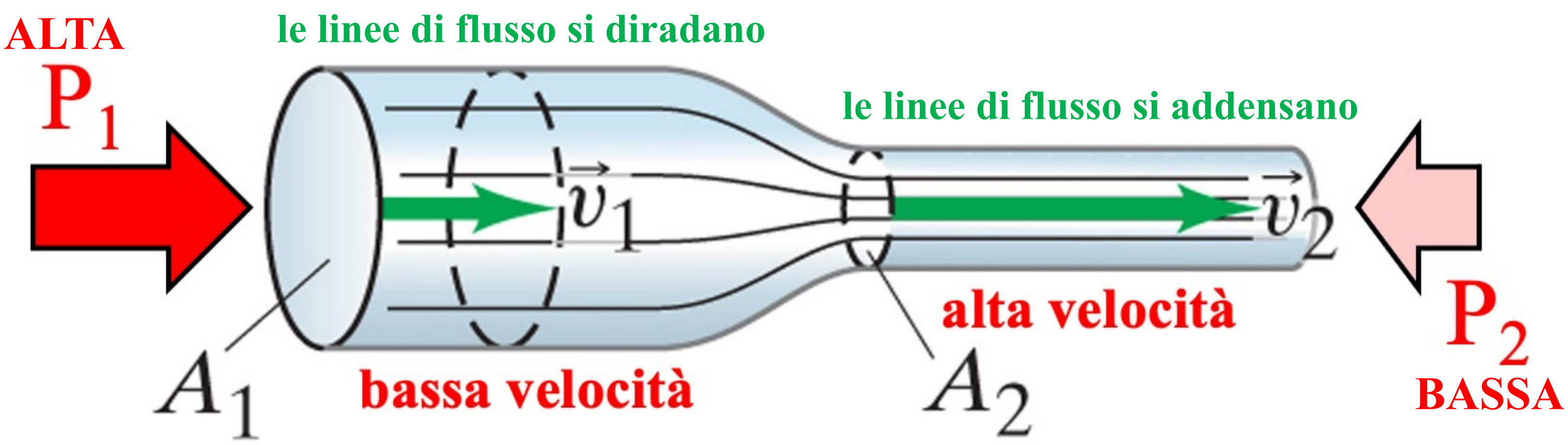
$$+\frac{1}{2}(1.0 \cdot 10^3 kg/m^3)[0.25\ m^2/s^2 - 1.44\ m^2/s^2] = 2.5 \cdot 10^5 N/m^2 = 2.5 atm$$

Applicazioni Pratiche del Principio di Bernoulli

Tantissime sono le **applicazioni pratiche del principio di Bernoulli**, soprattutto nell'importante caso particolare in cui il fluido scorre **orizzontalmente** senza un apprezzabile cambiamento di quota ($y_1=y_2$), per cui l'equazione di Bernoulli diventa:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g y_1} = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g y_2} \rightarrow \boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

e ci dice, come avevamo già anticipato, che **dove la velocità del fluido è alta la pressione è bassa, e viceversa** (ricordiamo che la direzione e il verso della velocità del fluido punto per punto possono essere visualizzate per mezzo delle **linee di flusso**, che – per l'equazione di continuità A*v*=costante – *si addensano dove la velocità è maggiore e si diradano dove è minore*).



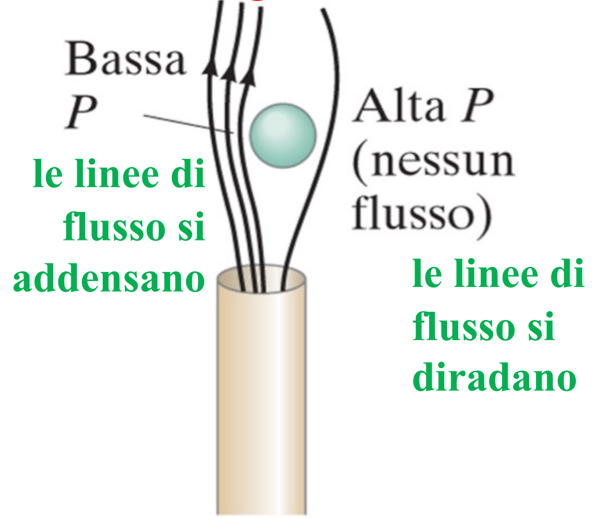
Applicazioni Pratiche del Principio di Bernoulli

Tantissime sono le **applicazioni pratiche del principio di Bernoulli**, soprattutto nell'importante caso particolare in cui il fluido scorre **orizzontalmente** senza un apprezzabile cambiamento di quota ($y_1=y_2$), per cui l'equazione di Bernoulli diventa:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g y_1} = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g y_2} \rightarrow \boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

e ci dice, come avevamo già anticipato, che **dove la velocità del fluido è alta la pressione è bassa, e viceversa** (ricordiamo che la direzione e il verso della velocità del fluido punto per punto possono essere visualizzate per mezzo delle **linee di flusso**, che – per l'equazione di continuità A*v*=costante – *si addensano dove la velocità è maggiore e si diradano dove è minore*).

Pallina da ping-pong investita da un getto d'aria



Nebulizzatore di profumo

Applicazioni Pratiche del Principio di Bernoulli

Tantissime sono le **applicazioni pratiche del principio di Bernoulli**, soprattutto nell'importante caso particolare in cui il fluido scorre **orizzontalmente** senza un apprezzabile cambiamento di quota ($y_1=y_2$), per cui l'equazione di Bernoulli diventa:

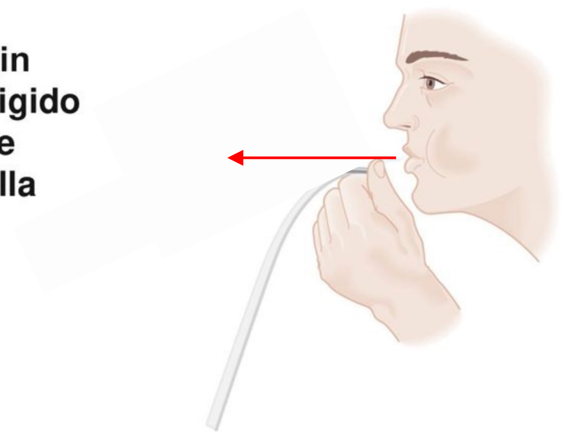
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g y_1} = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g y_2} \rightarrow \boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

e ci dice, come avevamo già anticipato, che **dove la velocità del fluido è alta la pressione è bassa, e viceversa** (ricordiamo che la direzione e il verso della velocità del fluido punto per punto possono essere visualizzate per mezzo delle **linee di flusso**, che – per l'equazione di continuità Av=costante – *si addensano dove la velocità è maggiore e si diradano dove è minore*).

Facciamo insieme un piccolo esperimento...

L'effetto Bernoulli si dimostra facilmente: basta un foglio di carta.

Tenetelo a un'estremità (in modo tale che se fosse rigido rimarrebbe orizzontale), e soffiate parallelamente alla superficie superiore.



Applicazioni Pratiche del Principio di Bernoulli

Tantissime sono le **applicazioni pratiche del principio di Bernoulli**, soprattutto nell'importante caso particolare in cui il fluido scorre **orizzontalmente** senza un apprezzabile cambiamento di quota ($y_1=y_2$), per cui l'equazione di Bernoulli diventa:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \cancel{\rho g y_1} = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g y_2} \rightarrow \boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

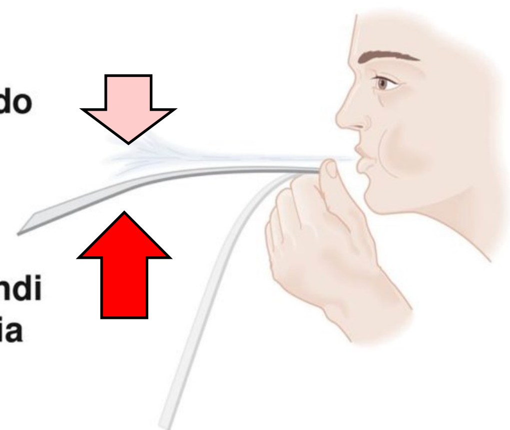
e ci dice, come avevamo già anticipato, che **dove la velocità del fluido è alta la pressione è bassa, e viceversa** (ricordiamo che la direzione e il verso della velocità del fluido punto per punto possono essere visualizzate per mezzo delle **linee di flusso**, che – per l'equazione di continuità Av=costante – *si addensano dove la velocità è maggiore e si diradano dove è minore*).

Facciamo insieme un piccolo esperimento...

L'effetto Bernoulli si dimostra facilmente: basta un foglio di carta.

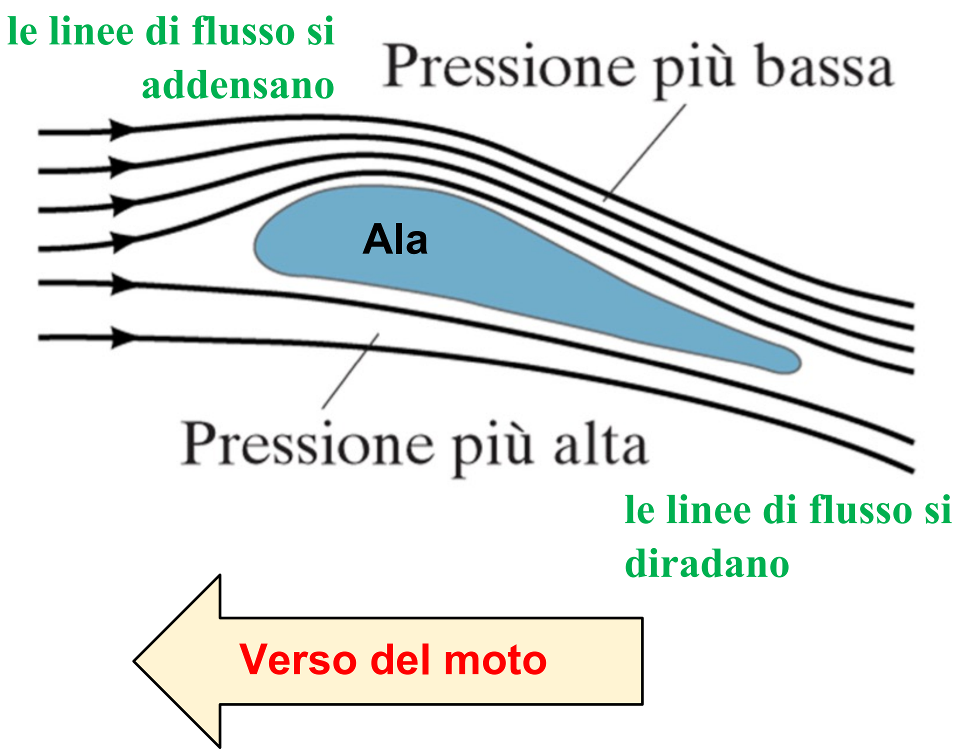
Tenetelo a un'estremità (in modo tale che se fosse rigido rimarrebbe orizzontale), e soffiate parallelamente alla superficie superiore.

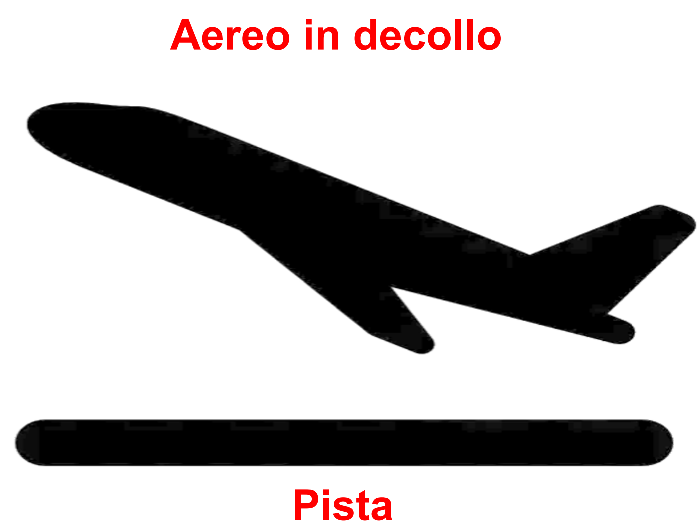
La maggior velocità – e quindi la minor pressione – dell'aria sopra il foglio dà origine a una forza risultante verso l'alto che fa sollevare il foglio.



Aeroplani e Portanza

Gli **aeroplani** si sollevano da terra e riescono a volare perchè sono sottoposti a una **forza portante** che agisce da sotto le ali e che li sostiene in aria, dovuta al fatto che ciascuna ala è arrotondata e leggermente inclinata verso l'alto ("angolo di attacco"): questo costringe le linee di flusso dell'aria ad addensarsi sulla parte superiore delle ali, dove quindi – per **l'equazione di continuità** – l'aria avrà una velocità maggiore e di conseguenza – per **l'equazione di Bernoulli** – una pressione minore. Questa differenza di pressione genera una forza risultante non nulla diretta verso l'alto chiamata appunto **portanza**, che sostiene il peso dell'aereo!





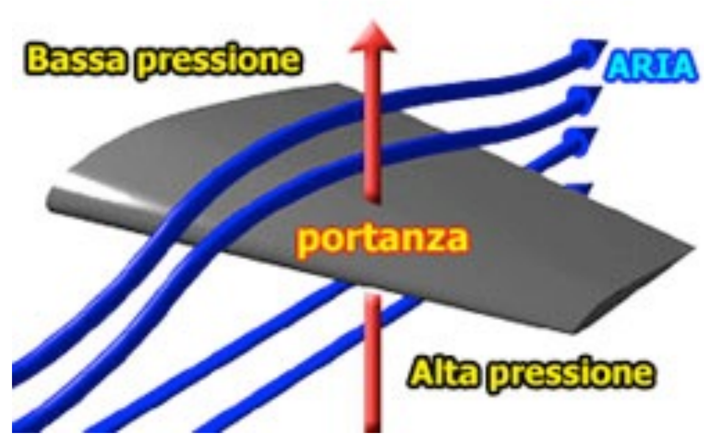
Aeroplani e Portanza

Gli **aeroplani** si sollevano da terra e riescono a volare perchè sono sottoposti a una **forza portante** che agisce da sotto le ali e che li sostiene in aria, dovuta al fatto che ciascuna ala è arrotondata e leggermente inclinata verso l'alto ("angolo di attacco"): questo costringe le linee di flusso dell'aria ad addensarsi sulla parte superiore delle ali, dove quindi – per **l'equazione di continuità** – l'aria avrà una velocità maggiore e di conseguenza – per **l'equazione di Bernoulli** – una pressione minore. Questa differenza di pressione genera una forza risultante non nulla diretta verso l'alto chiamata appunto **portanza**, che sostiene il peso dell'aereo!

le linee di flusso si addensano

le linee di flusso si diradano

Verso del moto



Principio di Bernoulli e navigazione controvento

L'effetto Bernoulli aiuta una barca a vela ad avanzare **controvento** se le vele della barca sono orientate in modo tale che l'aria passi rapidamente sulla superficie rigonfia della vela e l'aria relativamente ferma dietro la vela eserciti quindi una maggiore pressione. Questo produce una forza $\mathbf{F}_{\mathbf{vento}}$ sulla vela che si somma alla forza $\mathbf{F}_{\mathbf{acqua}}$ dovuta alla chiglia della barca (che si estende sotto il livello dell'acqua) e circa perpendicolare alla chiglia stessa: la **risultante** di queste due forze sarà quindi diretta verso prua e spingerà avanti (sia pur controvento) la barca!