L’enigma dell’azione a distanza delle forze

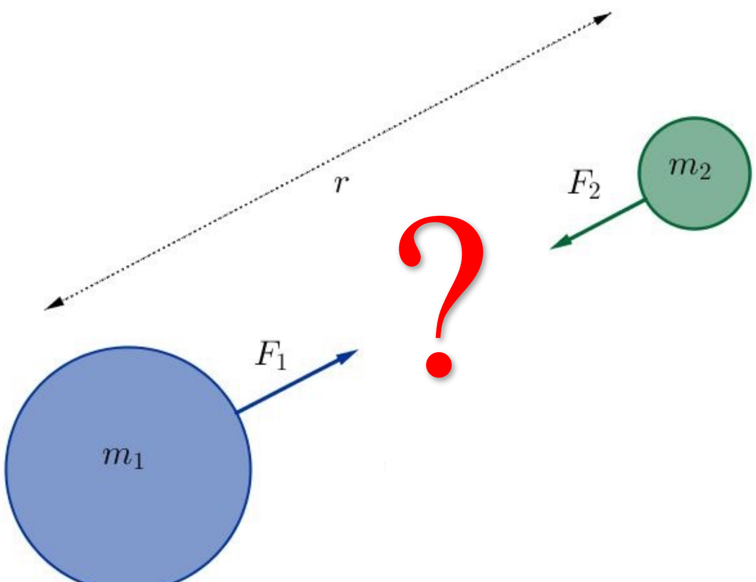
Abbiamo visto che una delle proprietà comuni sia all’interazione gravitazionale che a quella elettrostatica (in quanto interazioni fondamentali) è la cosiddetta “**azione a distanza**”, cioè la capacità di tali tipi di forze di esercitare attrazione o repulsione *senza bisogno di un contatto diretto* tra gli oggetti coinvolti nell’interazione, e che l’enigma di questa azione a distanza è stato risolto, nell’Ottocento, per mezzo dell’introduzione del concetto di **CAMPO**.

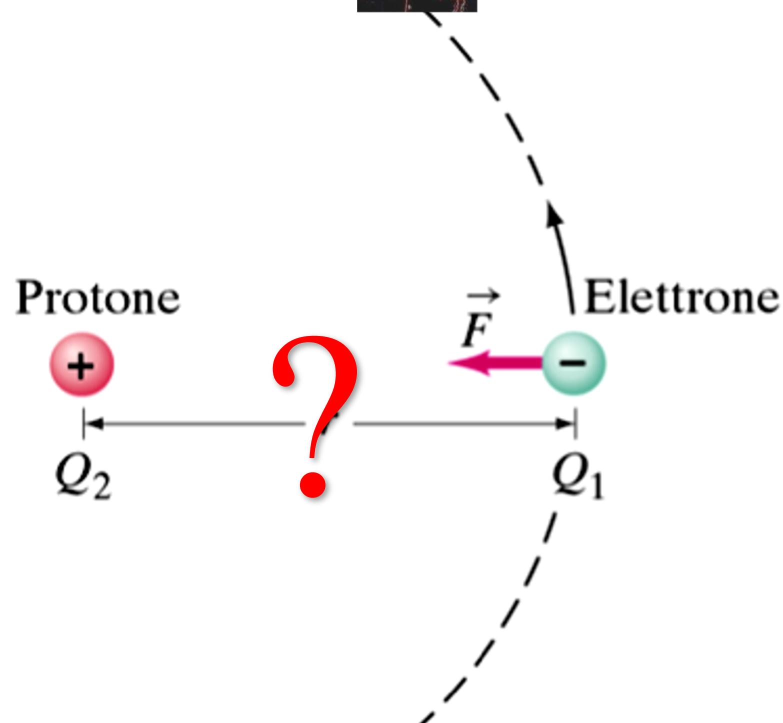
$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Newton

Coulomb

$$F = k\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$



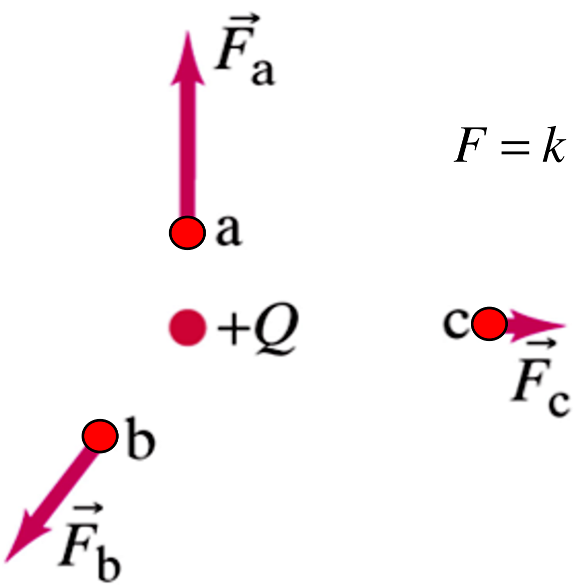


Definizione di Campo Elettrico

Il **campo elettrico** $\vec{E}$ in ciascun punto dello spazio attorno alla carica Q (o a una configurazione di cariche) è definito come il **rapporto** tra la forza $\vec{F}$ agente su una carica di prova positiva *q* che si trovi in ciascun punto divisa per il valore di *q* (che si immagina tendente a zero...):

$$\vec{E} = \vec{F}/q$$

Nel caso di una **carica puntiforme positiva Q**, come quella che stiamo considerando in questo esempio, il **campo elettrico** da essa generato in ciascuno dei tre punti *a*, *b* e *c* avrà dunque una intensità (o modulo) che **dipende solo da Q e dalla rispettiva distanza r** e trattandosi di una forza per unità di carica **la sua unità di misura sarà *N/C*.**

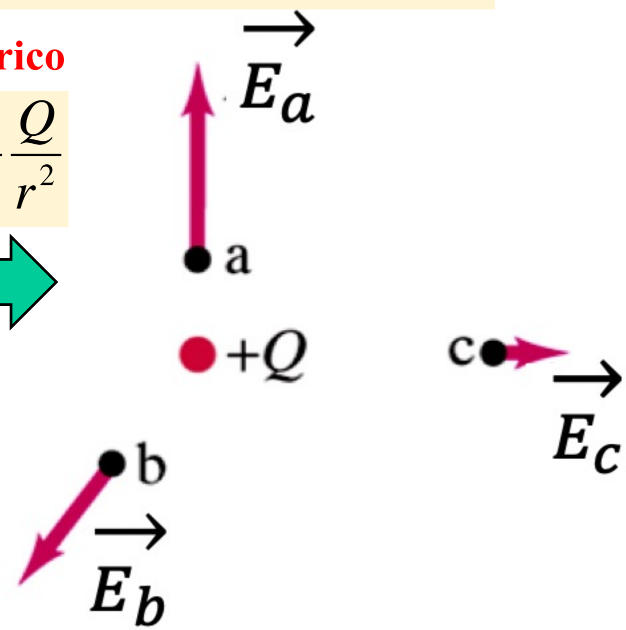


$$F = k\frac{qQ}{r^2}$$

Modulo del campo elettrico

$$E = \frac{F}{q} = k\frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Il campo elettrico generato dalla carica Q dipende solo da Q!

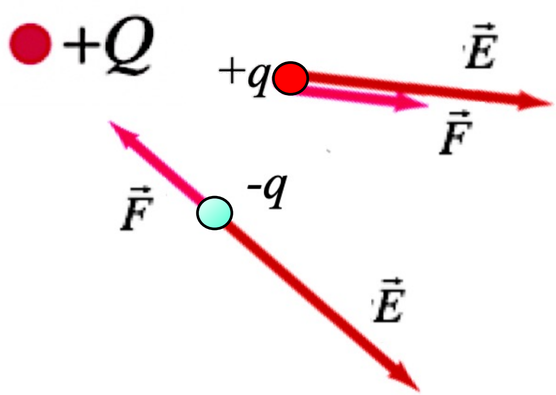


Definizione di Campo Elettrico

Il **campo elettrico** $\vec{E}$ in ciascun punto dello spazio attorno alla carica Q (o a una configurazione di cariche) è definito come il **rapporto** tra la forza $\vec{F}$ agente su una carica di prova positiva *q* che si trovi in ciascun punto divisa per il valore di *q* (che si immagina tendente a zero...):

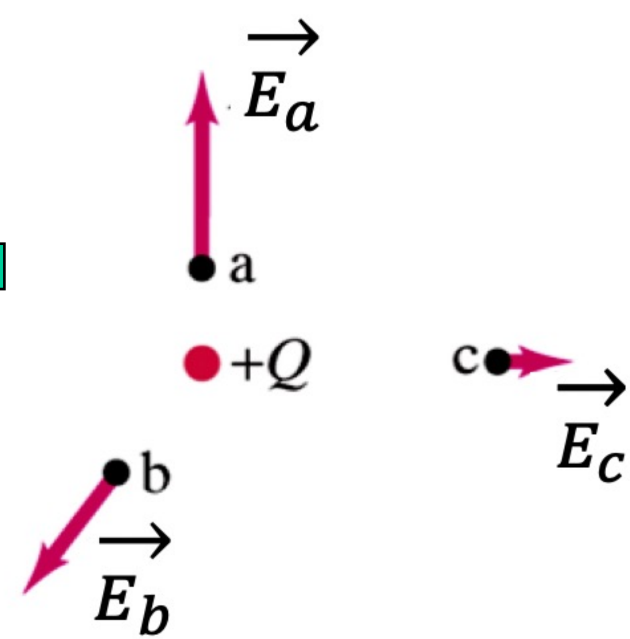
$$\vec{E} = \vec{F}/q$$

Dalla definizione di campo elettrico segue anche che, inversamente, la presenza di un **campo elettrico $\vec{\mathbf{E}}$** in un qualsiasi punto P induce su una carica *q* una **forza** pari a $\vec{F} = q\vec{E}$, il cui verso dipenderà dal segno della carica *q*.



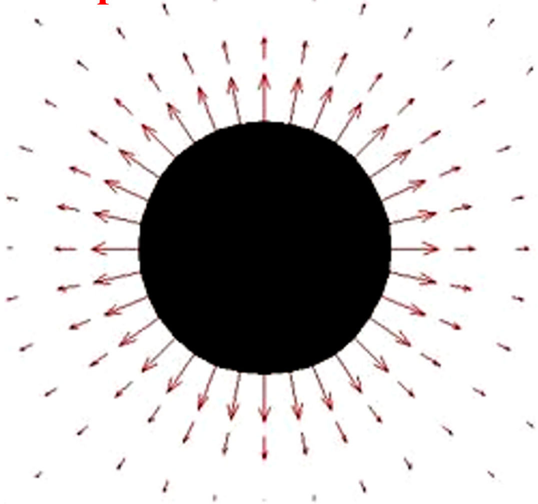
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

La forza si può così ottenere «a partire» dal campo elettrico!



Linee di Campo Elettrico

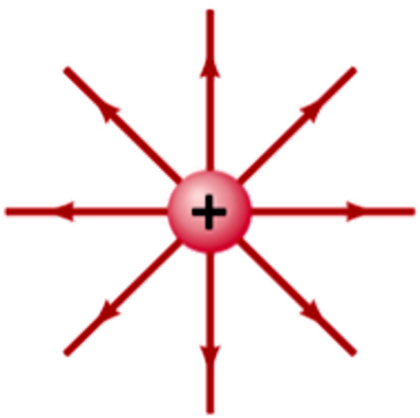
campo vettoriale realistico



Il campo elettrico, potendo essere descritto punto per punto per mezzo di vettori, è un esempio di **campo vettoriale**. La rappresentazione grafica di un campo vettoriale per mezzo di frecce genera però rapidamente confusione all'aumentare del numero di punti considerato (che è potenzialmente infinito!).

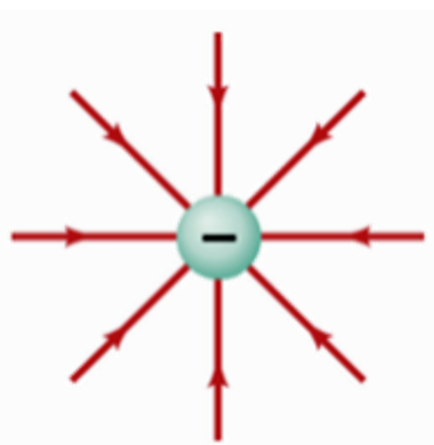
Una rappresentazione più pratica ed efficace è invece, sicuramente, quelle delle cosiddette "**linee di campo**" o "**linee di forza**", ciascuna delle quali individua la posizione del campo nei vari punti dello spazio secondo la regola che **il vettore campo elettrico deve essere tangente in quei punti alla linea di campo**.

campo vettoriale semplificato



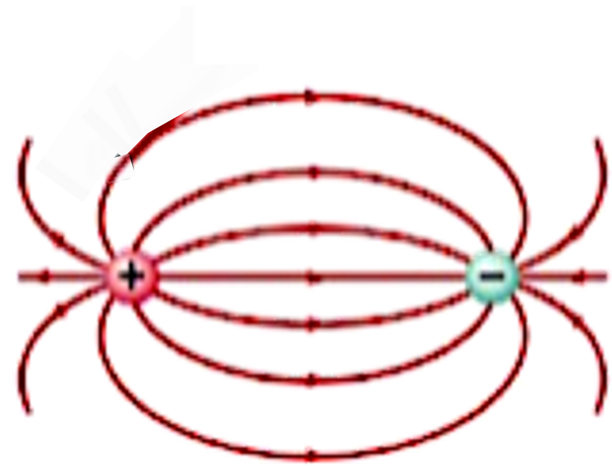
Carica positiva +Q isolata

Linee di campo uscenti



Carica negativa –Q isolata

Linee di campo entranti



Dipolo elettrico

Linee di campo uscenti da +Q ed entranti in -Q

Regole per le linee di Campo Elettrico

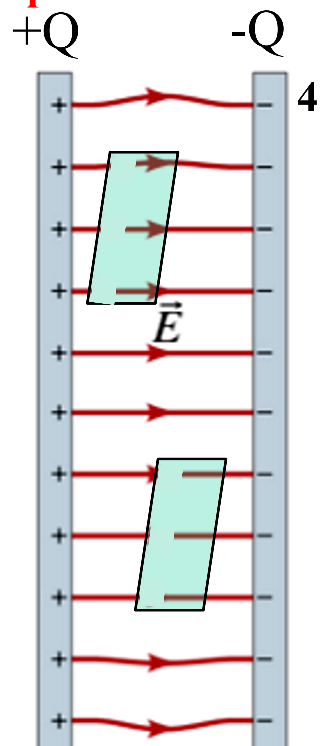
Se adesso consideriamo **varie configurazioni** delle linee di campo elettrico per situazioni leggermente più complicate di quella delle singole cariche isolate, notiamo che in ciascun caso le **proprietà generali** delle linee di forza del campo elettrico devono essere le seguenti:

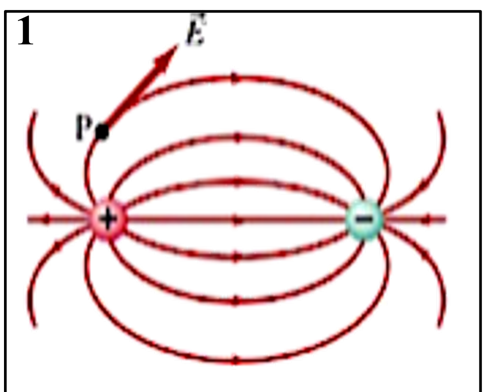
1) Le linee individuano la direzione e il verso del campo elettrico in ogni punto dello spazio, essendo il vettore campo elettrico tangente alla linea di forza passante per quel punto;

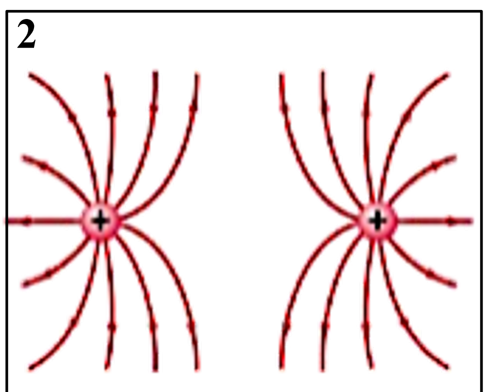
2) Le linee di campo non si intersecano mai: infatti il campo elettrico non può avere due direzioni diverse in uno stesso punto!

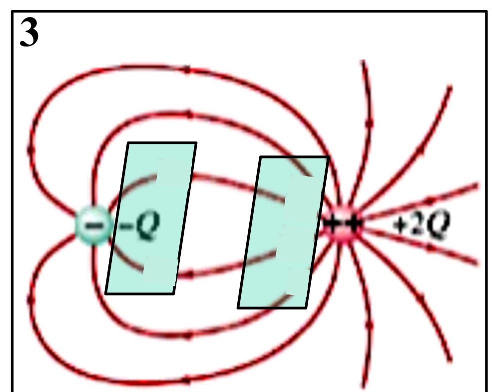
3) Le linee sono uscenti dalle cariche positive ed entranti in quelle negative: il numero delle linee che convergono in un punto occupato da una carica puntiforme è proporzionale alla carica;

4) Le linee sono tracciate in modo tale che l'intensità del campo elettrico in un punto sia proporzionale al numero di linee che attraversano una superficie di area unitaria posta in quel punto ortogonalmente alle linee del campo: quanto più le linee di campo sono dense, tanto più elevata è l'intensità del campo; se le linee sono parallele, il campo è uniforme.









Regole per le linee di Campo Elettrico

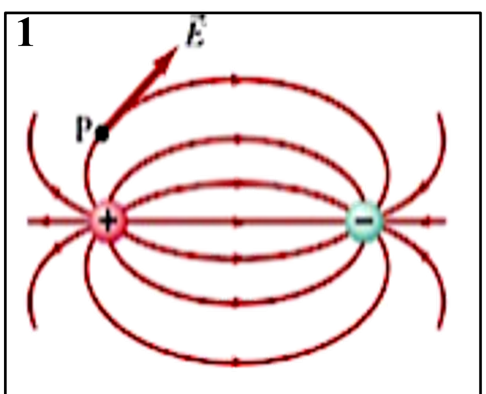
Se adesso consideriamo **varie configurazioni** delle linee di campo elettrico per situazioni leggermente più complicate di quella delle singole cariche isolate, notiamo che in ciascun caso le **proprietà generali** delle linee di forza del campo elettrico devono essere le seguenti:

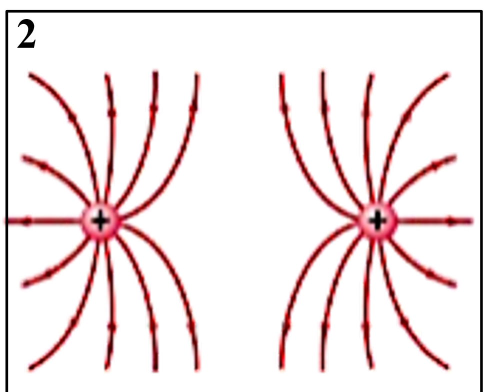
1) Le linee individuano la direzione e il verso del campo elettrico in ogni punto dello spazio, essendo il vettore campo elettrico tangente alla linea di forza passante per quel punto;

2) Le linee di campo non si intersecano mai: infatti il campo elettrico non può avere due direzioni diverse in uno stesso punto!

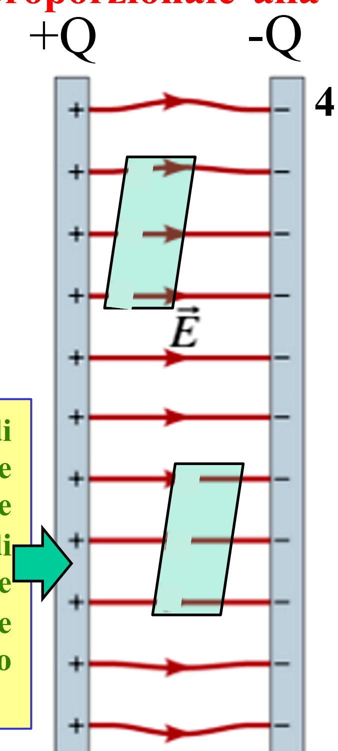
3) Le linee sono uscenti dalle cariche positive ed entranti in quelle negative: il numero delle linee che convergono in un punto occupato da una carica puntiforme è proporzionale alla carica;

4) Le linee sono tracciate in modo tale che l'intensità del campo elettrico in un punto sia proporzionale al numero di linee che attraversano una superficie di area unitaria posta in quel punto ortogonalmente alle linee del campo: quanto più le linee di campo sono dense, tanto più elevata è l'intensità del campo; se le linee sono parallele, il campo è uniforme.



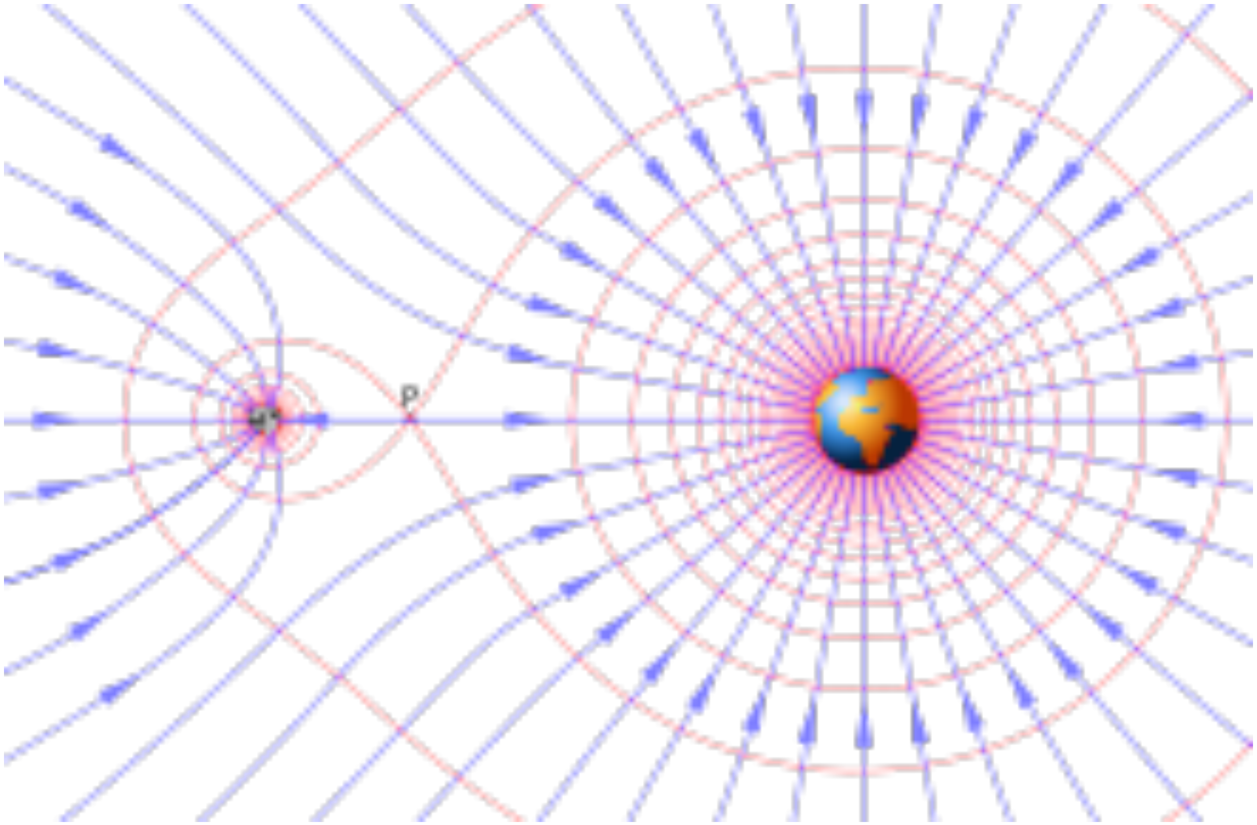


Questo è un esempio di «condensatore», formato da due lastre metalliche piane e parallele (dette 'armature') dotate di cariche uguali ed opposte uniformemente distribuite sulle superfici: al suo interno il campo elettrico è, appunto, uniforme



Il Campo Gravitazionale

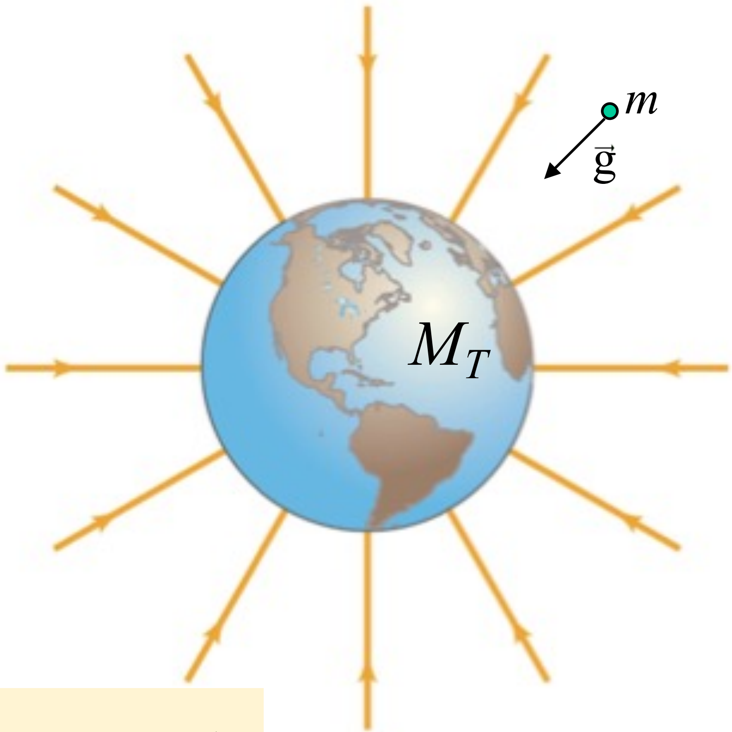
Ovviamente i concetti di **campo e di linee di forza** non si limitano a descrivere solo interazioni di tipo elettrico ma possono essere utilizzati per descrivere altre interazioni fondamentali a distanza, come ad esempio quella gravitazionale: **ogni corpo dotato di massa genera infatti un campo gravitazionale** mediante il quale attrae altri corpi anch'essi dotati di massa.



Il Campo Gravitazionale

Ovviamente i concetti di **campo e di linee di forza** non si limitano a descrivere solo interazioni di tipo elettrico ma possono essere utilizzati per descrivere altre interazioni fondamentali a distanza, come ad esempio quella gravitazionale: **ogni corpo dotato di massa genera infatti un campo gravitazionale** mediante il quale attrae altri corpi anch'essi dotati di massa.

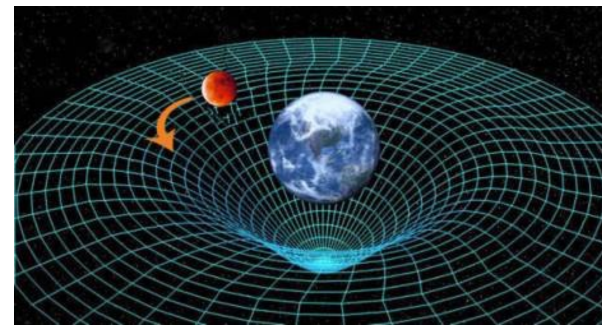
La Terra, ad esempio, genera un campo gravitazionale molto intenso responsabile della forza di attrazione sentita dai corpi che si trovano sulla sua superficie. Analogamente al caso elettrico, il **campo gravitazionale** prodotto dalla massa M in un punto viene definito come il rapporto tra la forza gravitazionale in quel punto divisa per una piccola massa di prova m e può essere rappresentato mediante *linee di forza*. Nel caso della Terra, che ha massa M_T e raggio r, il **campo gravitazionale sulla sua superficie** sarà radiale, entrante e di intensità (modulo) uguale **all'accelerazione di gravità g**, cioè:

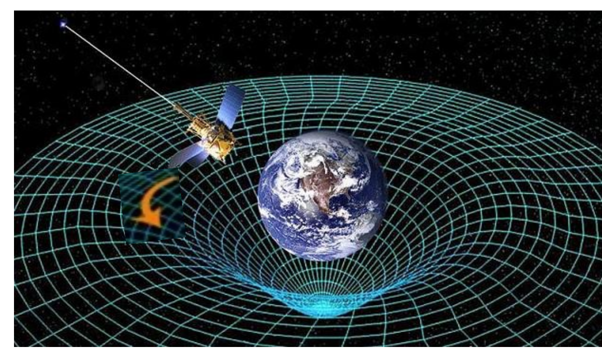


$$F = G\frac{mM_T}{r^2} = mg \quad \rightarrow \quad g = \frac{F}{m} = G\frac{M_T}{r^2} \quad (campo\ \ gravitazionale)$$

Il Campo Gravitazionale

Oggi, grazie alla **Teoria della Relatività Generale** di Einstein (1915), possiamo visualizzare il campo gravitazionale generato dalla Terra come una *deformazione dello spazio* (più precisamente dello *spazio-tempo*) che "costringe" i suoi satelliti, naturali o artificiali, a percorrere una traiettoria circolare attorno ad essa mentre (dal loro punto di vista) si muovono per inerzia in linea retta…



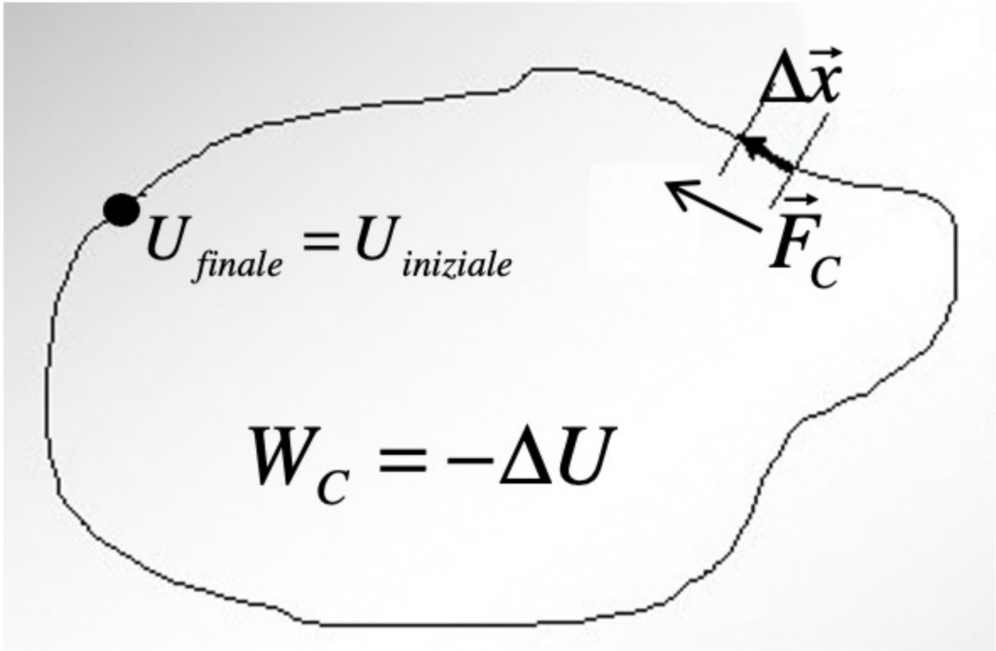


Lavoro del Campo Elettrico ed Energia Potenziale Elettrica

Passiamo adesso a considerare gli **aspetti energetici dei fenomeni elettrici**, anticipando che, come abbiamo già visto accadere in meccanica, anche in elettrostatica l'approccio energetico si rivelerà di grande utilità. Al fine di estendere il **principio di conservazione dell'energia** anche ai fenomeni elettrici, è innanzitutto necessario definire il concetto di **energia potenziale elettrica**. A questo proposito ricordiamo che l'energia potenziale esiste soltanto per le **forze conservative**, per le quali il lavoro compiuto su un oggetto che si muove tra due punti non dipende dal percorso effettuato.

Es: Essendo il lavoro fatto dalle forza conservative indipendente dal percorso ma solo dal punto iniziale e finale, per un percorso chiuso esso è sempre uguale a zero

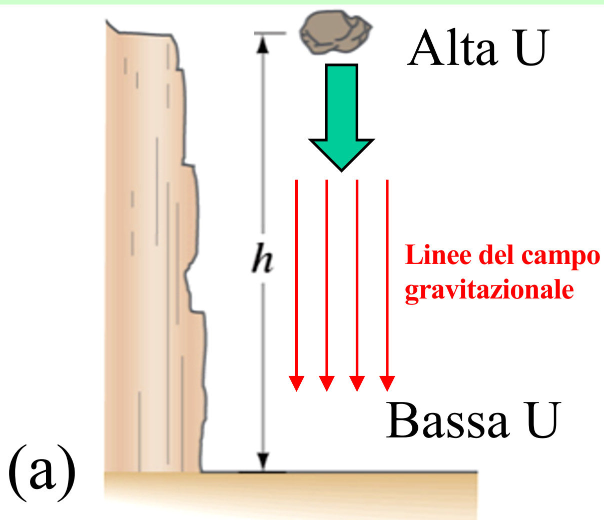
$$W_C = \sum \vec{F}_C \cdot \Delta\vec{x} = -\Delta U = 0 \quad essendo \;\; U_{finale} = U_{iniziale}$$

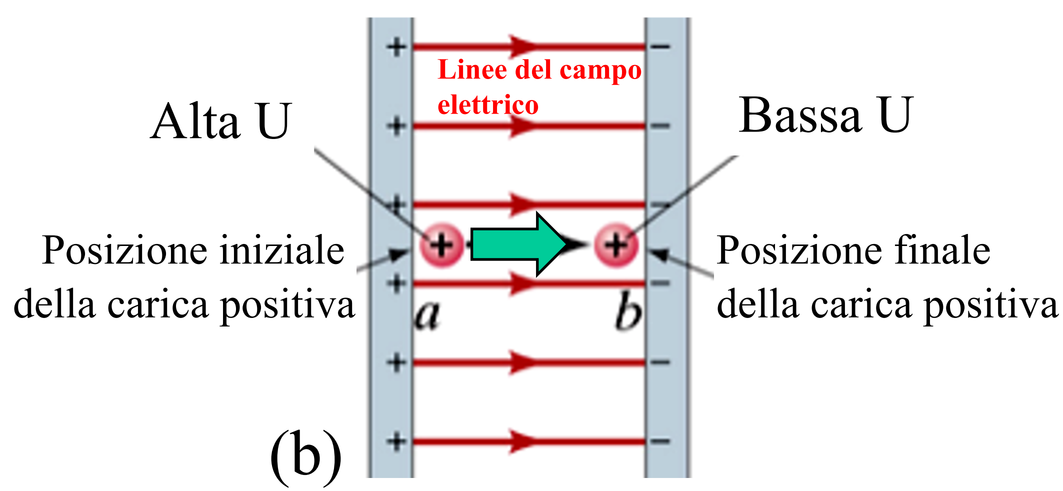


Lavoro del Campo Elettrico ed Energia Potenziale Elettrica

Passiamo adesso a considerare gli **aspetti energetici dei fenomeni elettrici**, anticipando che, come abbiamo già visto accadere in meccanica, anche in elettrostatica l'approccio energetico si rivelerà di grande utilità. Al fine di estendere il **principio di conservazione dell'energia** anche ai fenomeni elettrici, è innanzitutto necessario definire il concetto di **energia potenziale elettrica**. A questo proposito ricordiamo che l'energia potenziale esiste soltanto per le **forze conservative**, per le quali il lavoro compiuto su un oggetto che si muove tra due punti non dipende dal percorso effettuato.

Ebbene, avendo la stessa forma funzionale della forza di gravità, si può dimostrare che **anche la forza elettrostatica è conservativa**: come accade dunque per una pietra (Fig.a) che, dopo essere stata sollevata da una forza esterna, cade grazie al lavoro della **forza di gravità** (lungo le linee del campo gravitazionale) riducendo così la sua energia potenziale gravitazionale, anche **per una carica elettrica positiva** (Fig.b), preventivamente spostata dal punto *b* al punto *a* tra le armature di un condensatore da una forza esterna, potrà dunque definirsi una **energia potenziale U** la cui variazione **ΔU** sarà uguale al lavoro **W** (cambiato di segno) compiuto dalla **forza elettrostatica** per farla «cadere» da *a* a *b* (lungo le linee del campo elettrico). Avremo dunque → $\Delta U = -W$

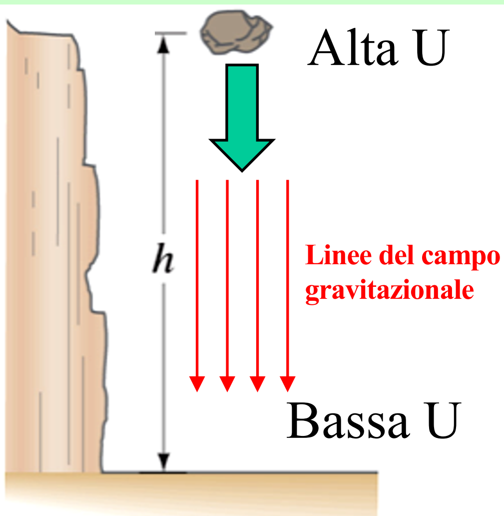




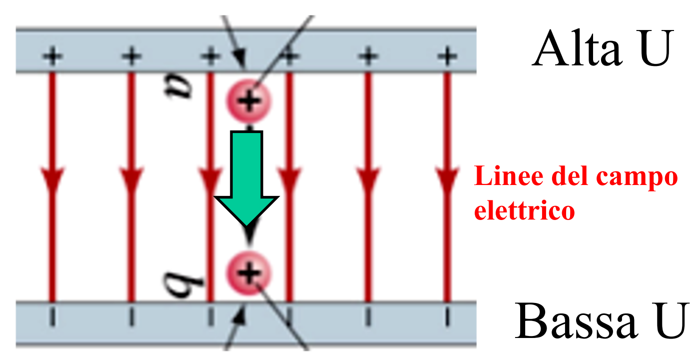
Lavoro del Campo Elettrico ed Energia Potenziale Elettrica

Passiamo adesso a considerare gli **aspetti energetici dei fenomeni elettrici**, anticipando che, come abbiamo già visto accadere in meccanica, anche in elettrostatica l'approccio energetico si rivelerà di grande utilità. Al fine di estendere il **principio di conservazione dell'energia** anche ai fenomeni elettrici, è innanzitutto necessario definire il concetto di **energia potenziale elettrica**. A questo proposito ricordiamo che l'energia potenziale esiste soltanto per le **forze conservative**, per le quali il lavoro compiuto su un oggetto che si muove tra due punti non dipende dal percorso effettuato.

Ebbene, avendo la stessa forma funzionale della forza di gravità, si può dimostrare che **anche la forza elettrostatica è conservativa**: come accade dunque per una pietra (Fig.a) che, dopo essere stata sollevata da una forza esterna, cade grazie al lavoro della **forza di gravità** (lungo le linee del campo gravitazionale) riducendo così la sua energia potenziale gravitazionale, anche **per una carica elettrica positiva** (Fig.b), preventivamente spostata dal punto *b* al punto *a* tra le armature di un condensatore da una forza esterna, potrà dunque definirsi una **energia potenziale U** la cui variazione **ΔU** sarà uguale al lavoro **W** (cambiato di segno) compiuto dalla **forza elettrostatica** per farla «cadere» da *a* a *b* (lungo le linee del campo elettrico). Avremo dunque → $\Delta U = -W$



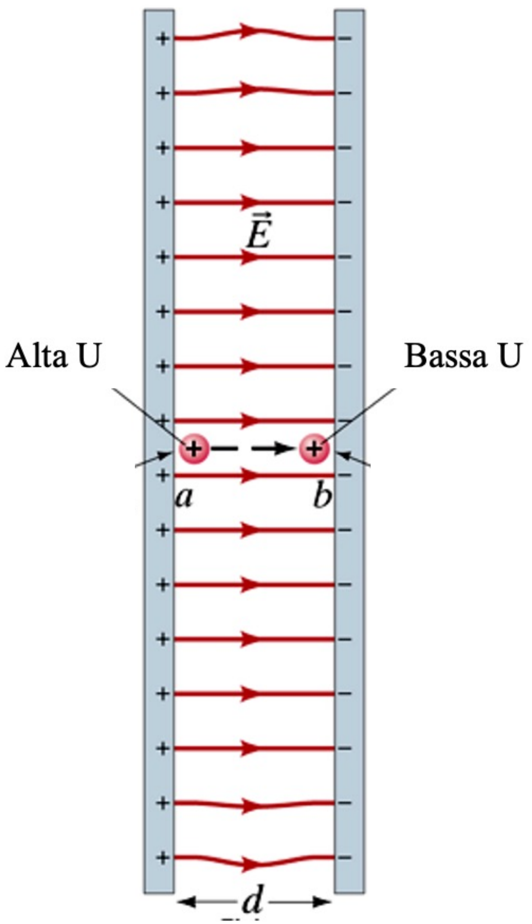
(a)



(b)

Energia Potenziale e Potenziale Elettrico

Più quantitativamente, essendo **E** il modulo del **campo elettrico uniforme** che si genera tra le due lastre piane parallele (armature) del condensatore, dotate di carica uguale ed opposta e poste alla distanza d, mettiamo una **piccola carica di prova q positiva** (ad es. una particella carica di massa m) nelle vicinanze dell'armatura positiva (nella posizione *a*): se la carica viene lasciata libera di muoversi, la **forza elettrostatica F=qE** compirà **lavoro** su di essa **accelerandola** (per la 2^ legge della dinamica) verso l'armatura negativa (posizione *b*), con accelerazione **a=F/m → a=qE/m**.



Per definizione, diremo quindi che il **lavoro W compiuto dal campo elettrico E** per spostare la **carica q** su una **distanza d** sarà pari a **W=Fd=qEd**, da cui (essendo ΔU = –W) la variazione di **energia potenziale elettrica** sarà: **ΔU= – qEd**

Si noti che **ΔU < 0**: infatti, dato che nel suo moto la particella accelera, la sua **energia potenziale** elettrica diminuirà, mentre la sua **energia cinetica** aumenterà della stessa quantità. Inoltre, in accordo con la legge di conservazione dell'energia, **la somma di energia cinetica e potenziale (energia totale) resterà costante**!

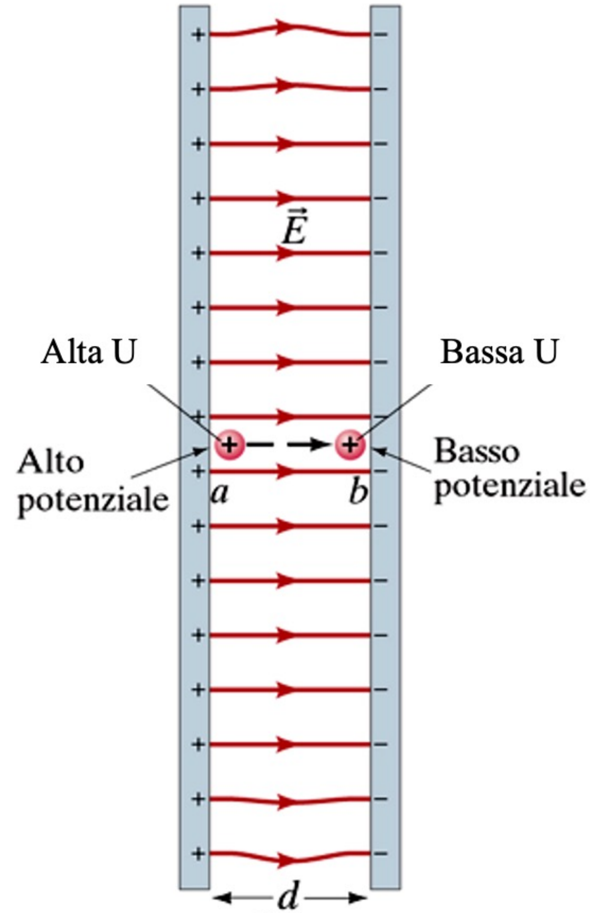
In analogia con la definizione di campo elettrico come forza per unità di carica, è utile definire a questo punto il cosiddetto **potenziale elettrico V**, o semplicemente **potenziale**, come l'**energia potenziale elettrica per unità di carica**, cioè **V=U/q**, che quindi non dipende dalla carica di prova q ma solo dalle cariche che generano il campo (in questo caso quelle sulle armature…).

Il Potenziale Elettrico: V=U/q

Analogamente a quanto abbiamo visto valere per l'energia potenziale, che è sempre definita rispetto ad uno zero arbitrario, anche in questo caso ciò che è effettivamente misurabile non è il valore assoluto del potenziale in un punto ma piuttosto la **differenza di potenziale ΔV** tra due punti, ad esempio tra i punti *a* e *b* tra le due armature conduttrici della figura precedente. Data la solita **carica di prova positiva q** che si sposta dal punto *a* (ad alta energia potenziale U_a) al punto *b* (a bassa energia potenziale U_b) a causa della forza elettrostatica dovuta al campo elettrico presente tra le armature, avremo allora:

$$\Delta V = V_b - V_a = \frac{U_b}{q} - \frac{U_a}{q} = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{W}{q}$$

dove W è il lavoro compiuto dal campo elettrico, che sarà quindi uguale a **W = – qΔV**. Ovviamente, se le cariche **positive** si muovono spontaneamente da punti a potenziale più alto a punti a potenziale più basso, quelle **negative** si muoveranno nel verso opposto, risalendo lungo le linee del campo.

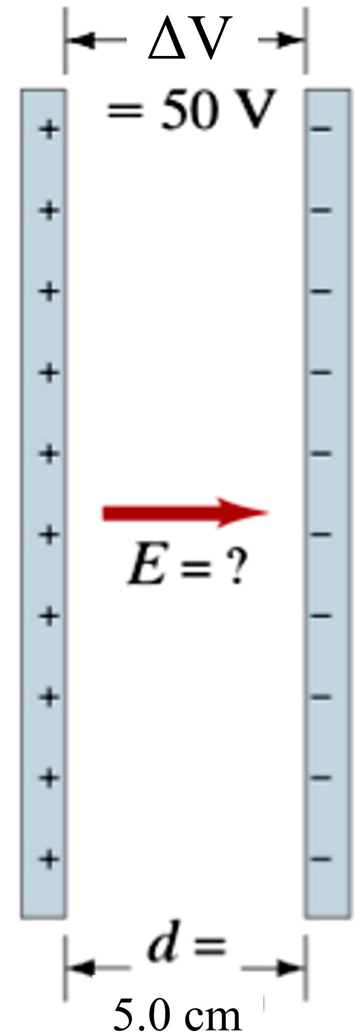


Alessandro Volta
(1745-1827)

Dalla definizione di potenziale elettrico risulta che **l'unità di misura** della differenza di potenziale è (nel SI) il Joule/Coulomb, che prende il nome di **Volt** (1V=1J/1C) dallo scienziato italiano **Alessandro Volta** (per cui la differenza di potenziale viene spesso detta anche "**voltaggio**" o "**tensione**").

Relazione tra Campo Elettrico e Potenziale Elettrico

La relazione tra il potenziale elettrico, che è una grandezza scalare, e il campo elettrico, che è invece una grandezza vettoriale, risulta facilmente ricavabile dalle formule già viste. Infatti, dato ad esempio un **campo uniforme incognito E** tra due armature piane parallele, separate da una distanza totale d=5.0 cm, tra cui vi sia una differenza di potenziale ΔV=50V, considerando che il lavoro compiuto dalla forza elettrostatica F per spostare una carica positiva q da un punto a potenziale più alto ad uno a potenziale più basso è anche uguale, come abbiamo già visto, alla forza per lo spostamento, avremo:



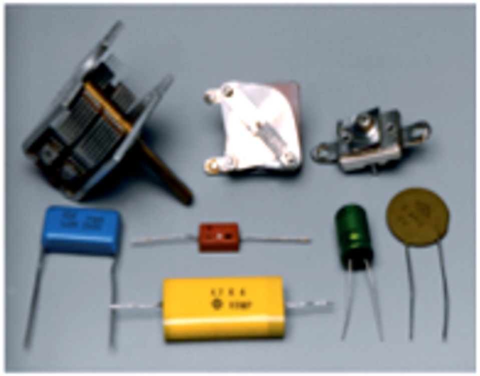
$$\begin{cases} W = -q\Delta V \\ W = Fd = qEd \end{cases} \rightarrow qEd = -q\Delta V \rightarrow \boxed{E = -\frac{\Delta V}{d}}$$

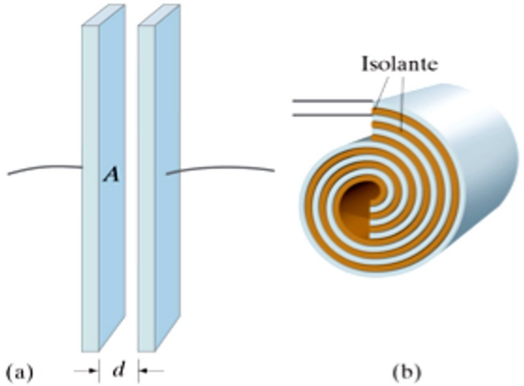
Quest'ultima è appunto la **relazione cercata tra l'intensità del campo elettrico e la differenza di potenziale**, nella quale il segno meno indica semplicemente che il verso del campo elettrico è sempre quello per il quale il potenziale V decresce (si noti che il campo elettrico, oltre che in N/C, può quindi anche essere misurato in **volt su metro**). Il campo incognito si può dunque calcolare facilmente:

$$\longrightarrow |E| = \frac{50V}{0.05m} = 1000\,\frac{V}{m}$$

Capacità e Condensatori

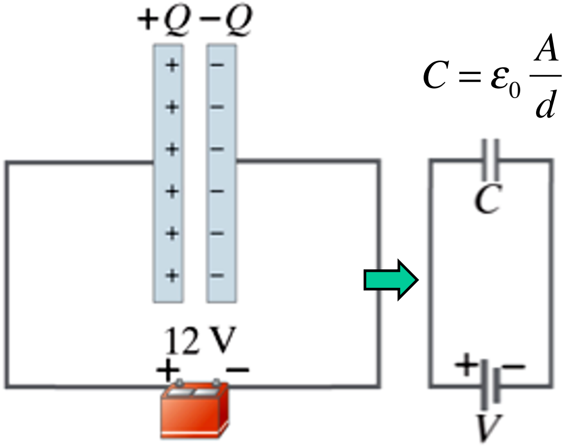
Abbiamo più volte fatto riferimento al campo elettrico pressoché uniforme che si genera all'interno di due superfici conduttrici piane e parallele dotate di cariche uguali ma di segno opposto e abbiamo già detto che un tale sistema è un esempio di **condensatore.** Quest'ultimo è un dispositivo in grado di immagazzinare carica elettrica per poi rilasciarla al momento opportuno e che ha una vastissima applicazione nei circuiti elettrici ed elettronici moderni (dai flash delle macchine fotografiche alla memoria RAM dei calcolatori).





In un **condensatore tipico** le due armature, di area A e poste ad una (piccola) distanza d (fig.a) vengono spesso separate per mezzo di un sottile strato di materiale isolante e poi arrotolate in modo da formare un cilindro (fig.b). Se si applica una differenza di potenziale V a un condensatore scarico collegando le due armature (di area *A* e poste alla distanza *d*) ai poli di un generatore di tensione mediante fili conduttori, esso si caricherà rapidamente...

In particolare, una delle due armature acquisterà una carica Q negativa e l'altra una uguale carica Q positiva e tra le due armature si creerà la stessa **differenza di potenziale** (ad es. 12 V) presente tra i due poli del generatore: a questo punto si può verificare sperimentalmente che la carica Q sarà proporzionale alla tensione applicata V secondo la relazione **Q=CV**, dove C è la cosiddetta "**capacità**" del condensatore, che si misura in **Farad** (F) e che dipende solo dalle caratteristiche geometriche del condensatore.



$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$