Cinematica in una dimensione

Sistema di Riferimento 1D



Vettore Spostamento



Diagramma Orario

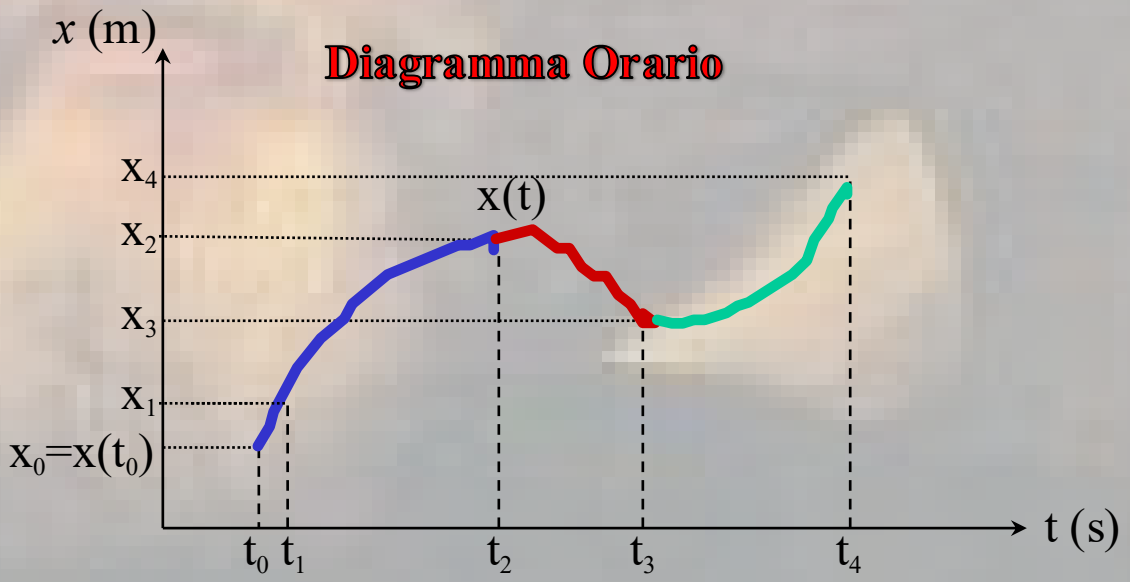
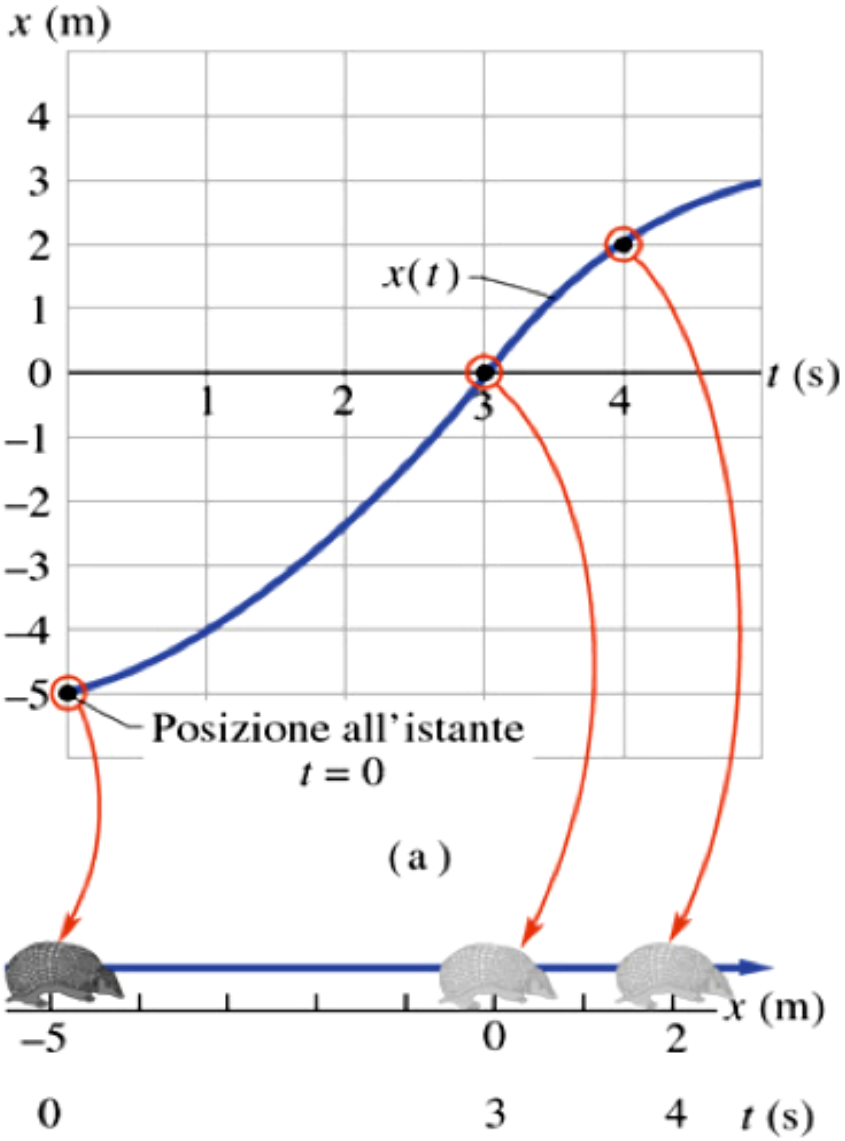


Diagramma orario
della posizione di un armadillo al passare del tempo





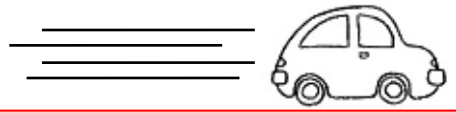


Qual'è la velocità dell'armadillo?

Traiettoria reale unidimensionale



La Velocità Scalare Media



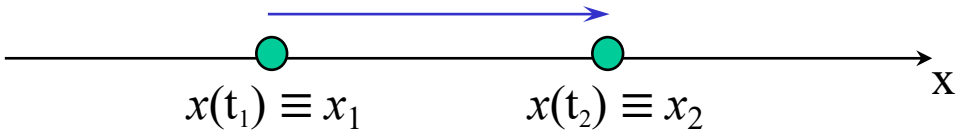
La velocità scalare *v* di un oggetto si definisce come la distanza percorsa dall'oggetto durante il suo cammino divisa per il tempo impiegato a percorrere tale distanza

Velocità scalare media

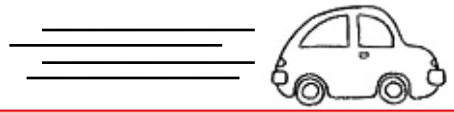
$$\bar{v} = \frac{dis\,\text{tan}\,za\ percorsa}{tempo\ trascorso}$$

unità di misura: metri al secondo (m/s)

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



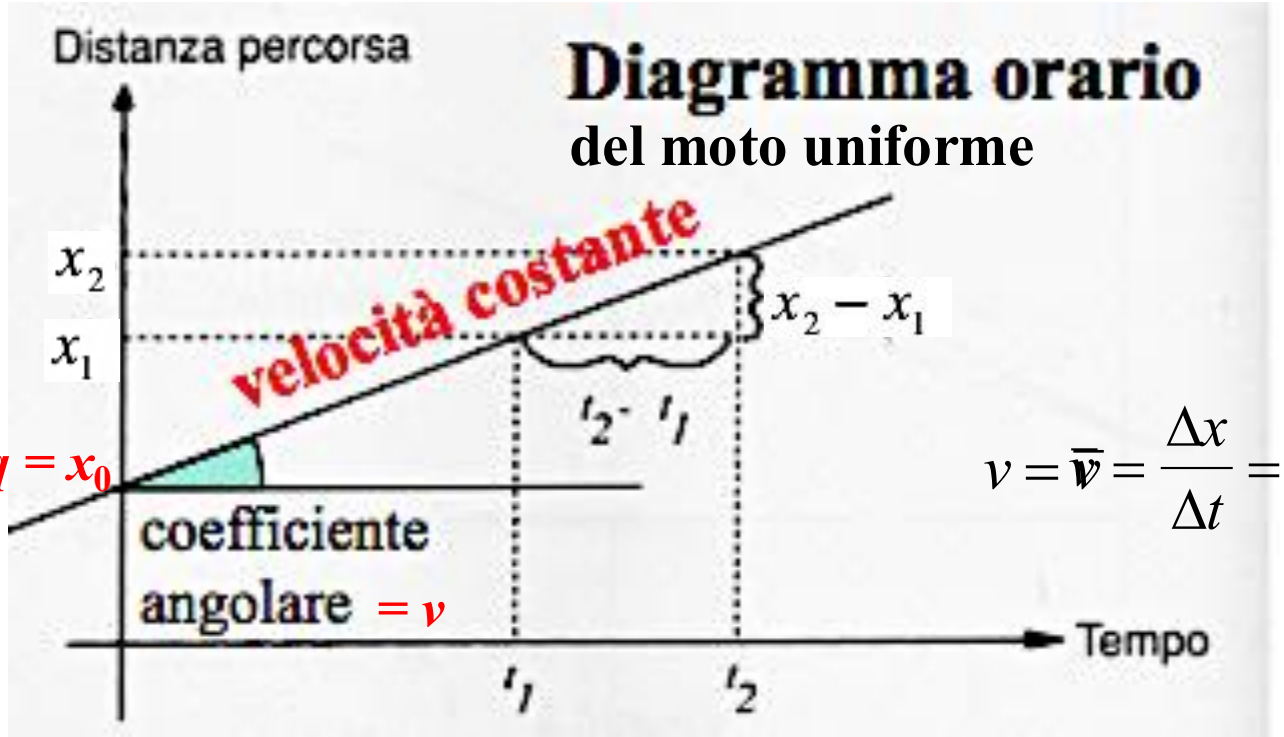
Il Moto Uniforme (v = costante)



Un corpo si muove di **moto uniforme** se la sua velocità scalare v è **costante**. Questo vuol dire che il corpo percorre **spazi uguali in tempi uguali** e la sua velocità, ad ogni istante, è uguale alla sua velocità media: $v = \overline{v}$

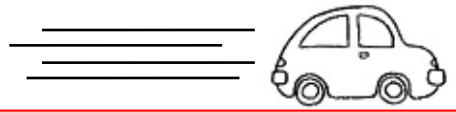
Equazione del moto uniforme $x(t) = x_o + vt$

Equazione di una retta, del tipo: $y = q + mx$



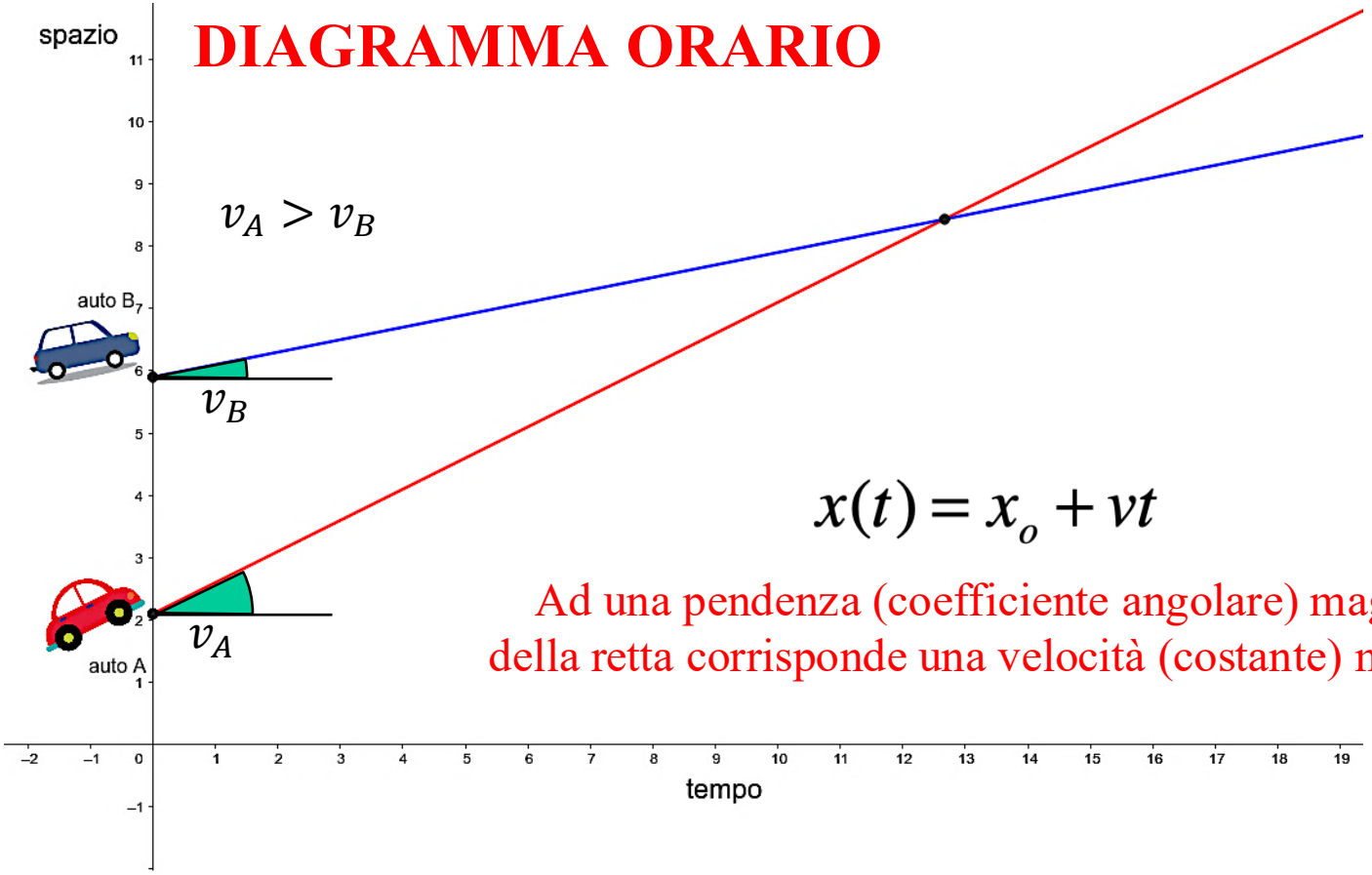
$$v = \overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Il Moto Uniforme (v = costante)



Un corpo si muove di **moto uniforme** se la sua velocità scalare v è **costante**. Questo vuol dire che il corpo percorre **spazi uguali in tempi uguali** e la sua velocità, ad ogni istante, è uguale alla sua velocità media: $v = \overline{v}$

DIAGRAMMA ORARIO

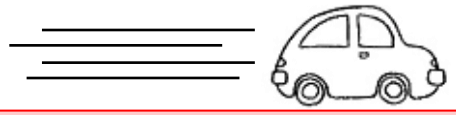


$$x(t) = x_o + vt$$

Ad una pendenza (coefficiente angolare) maggiore della retta corrisponde una velocità (costante) maggiore



Il Moto Uniforme (v = costante)





Un corpo si muove di **moto uniforme** se la sua velocità scalare v è **costante**. Questo vuol dire che il corpo percorre **spazi uguali in tempi uguali** e la sua velocità, ad ogni istante, è uguale alla sua velocità media: $v = \overline{v}$

Esempio

Un'automobile procede alla velocità costante di 108 Km/h.

Quanti metri percorre in 10 minuti?

Svolgimento

Poiché la velocità con cui procede il corpo è costante il moto è di tipo rettilineo uniforme. I dati in nostro possesso sono la velocità con cui procede il corpo e il tempo richiesto.

Le unità di misura delle due grandezze non sono però quelle del S.I., per cui prima di svolgere i calcoli riportiamole nelle unità richieste (usando gli opportuni fattori di conversione):

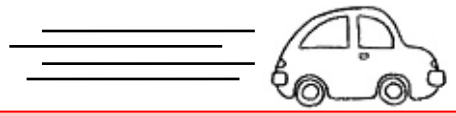
$$v = 108\frac{km}{h}\left(\frac{1000m}{1km}\right)\left(\frac{1h}{3600s}\right) =$$

$$= 108\ \frac{1000m}{3600s} = \frac{108}{3.6}\frac{m}{s} = 30\frac{m}{s}$$

$$\mathrm{t} = 10\ min\frac{60\ s}{1\ min} = 600\ s$$



Il Moto Uniforme (v = costante)



Un corpo si muove di **moto uniforme** se la sua velocità scalare v è **costante**. Questo vuol dire che il corpo percorre **spazi uguali in tempi uguali** e la sua velocità, ad ogni istante, è uguale alla sua velocità media: $v = \overline{v}$

Esempio

Un'automobile procede alla velocità costante di 108 Km/h.

Quanti metri percorre in 10 minuti?

Svolgimento

Poiché la velocità con cui procede il corpo è costante il moto è di tipo rettilineo uniforme.

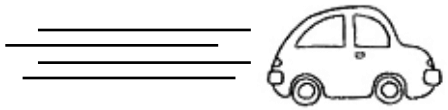
I dati in nostro possesso sono la velocità con cui procede il corpo e il tempo richiesto.

La distanza percorsa dall'automobile in 10 minuti potrà quindi essere calcolata utilizzando l'equazione del moto uniforme (dove poniamo $x_0 = 0$):

$$x = vt = 30\frac{m}{s}\ 600\ s = 18000\ m$$

(che corrispondono a 18 Km).

Moto a Velocità Variabile

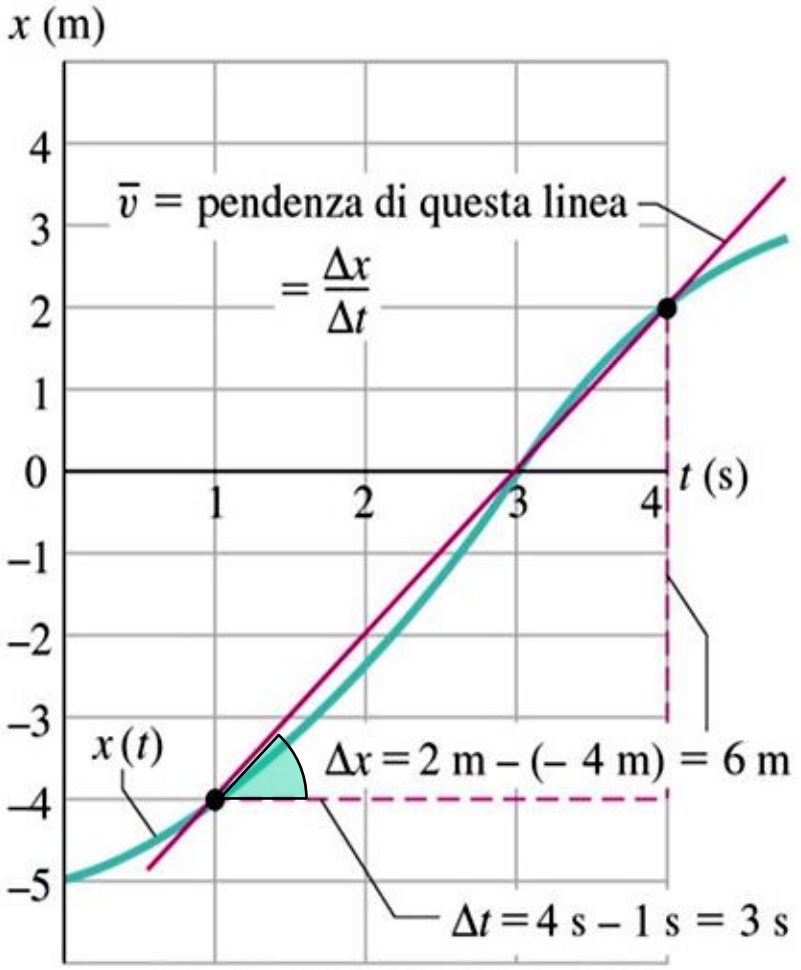


In generale, anche se la velocità cambia nel tempo (e quindi il diagramma orario è una linea curva), la velocità scalare media è uguale alla **pendenza** (coefficiente angolare) **della retta che unisce i due punti** tra i quali si verifica il moto.

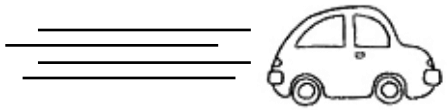
Nel caso dell'armadillo avremo:

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6m}{3s} = 2\ m/s$$





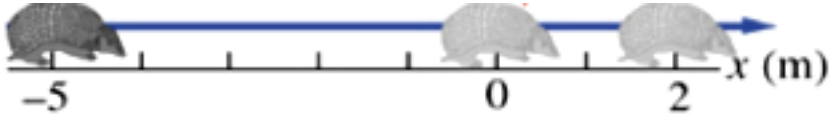
Moto a Velocità Variabile

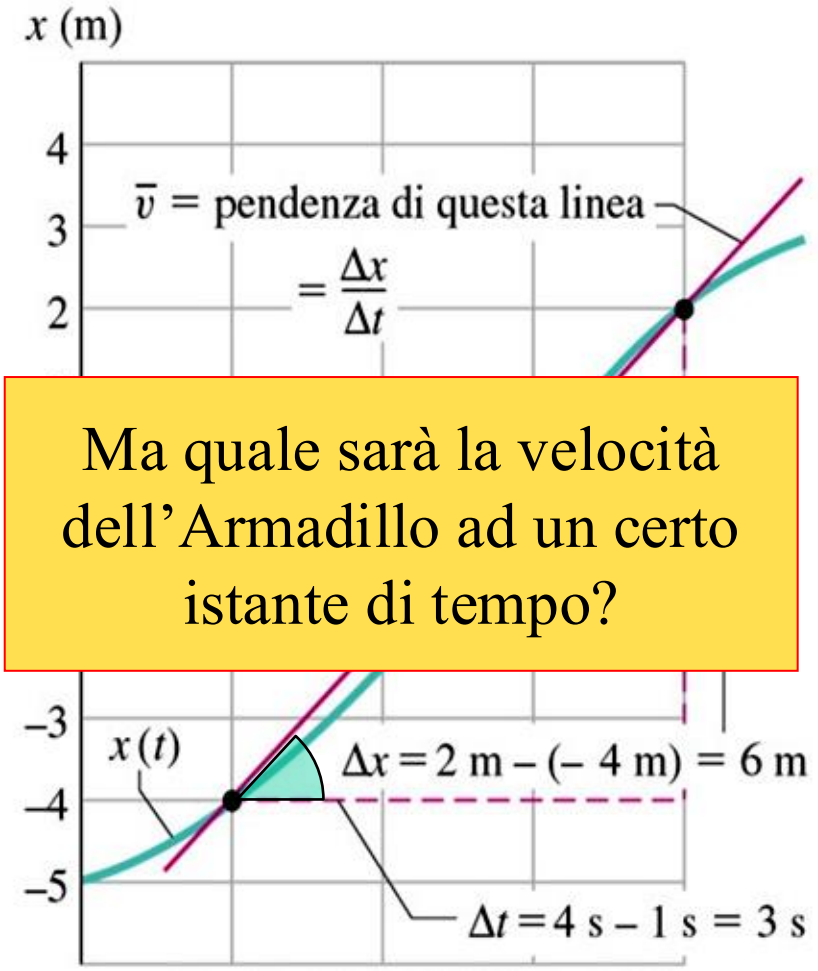


In generale, anche se la velocità cambia nel tempo (e quindi il diagramma orario è una linea curva), la velocità scalare media è uguale alla **pendenza** (coefficiente angolare) **della retta che unisce i due punti** tra i quali si verifica il moto.

Nel caso dell'armadillo avremo:

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6m}{3s} = 2\ m/s$$



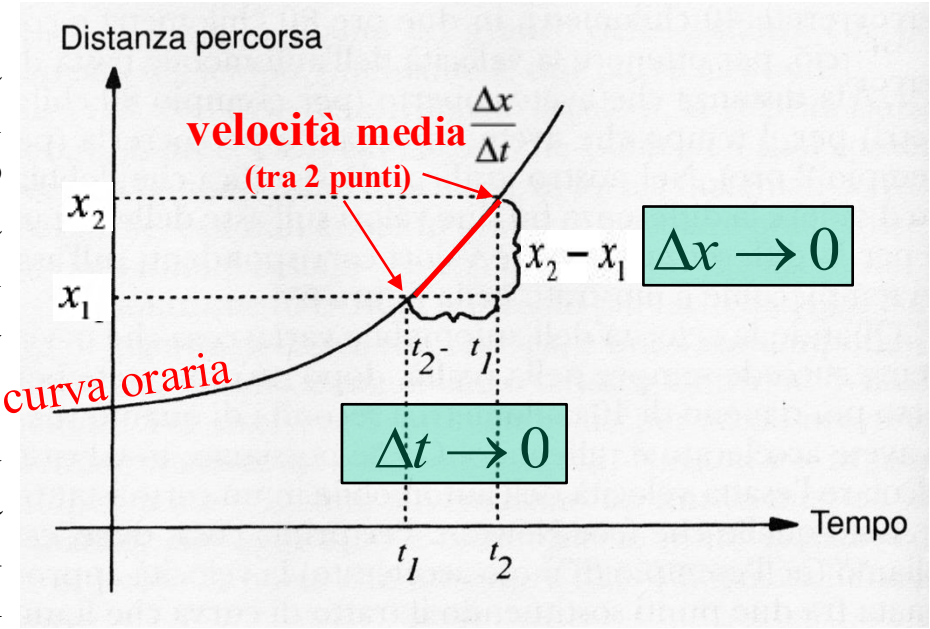


Ma quale sarà la velocità dell'Armadillo ad un certo istante di tempo?

La velocità istantanea e il calcolo infinitesimale

Grazie al nuovo metodo introdotto da Cartesio, già nel XVII secolo si era in grado di calcolare la velocità media di un corpo tra due istanti di tempo. Ma nè Galileo, nè Cartesio, nè i loro contemporanei, erano in grado di calcolare la **velocità istantanea** di un corpo nè tantomeno di descrivere il **moto di un corpo che procede a velocità variabile**, crescente o decrescente.

La soluzione al problema fu trovata un secolo più tardi da **Isaac Newton**, il vero gigante della fisica classica, e dal grande filosofo e logico **Gottfried Leibniz**, i quali nel XVIII secolo inventarono un nuovo metodo matematico noto come **calcolo infinitesimale.**



Newton



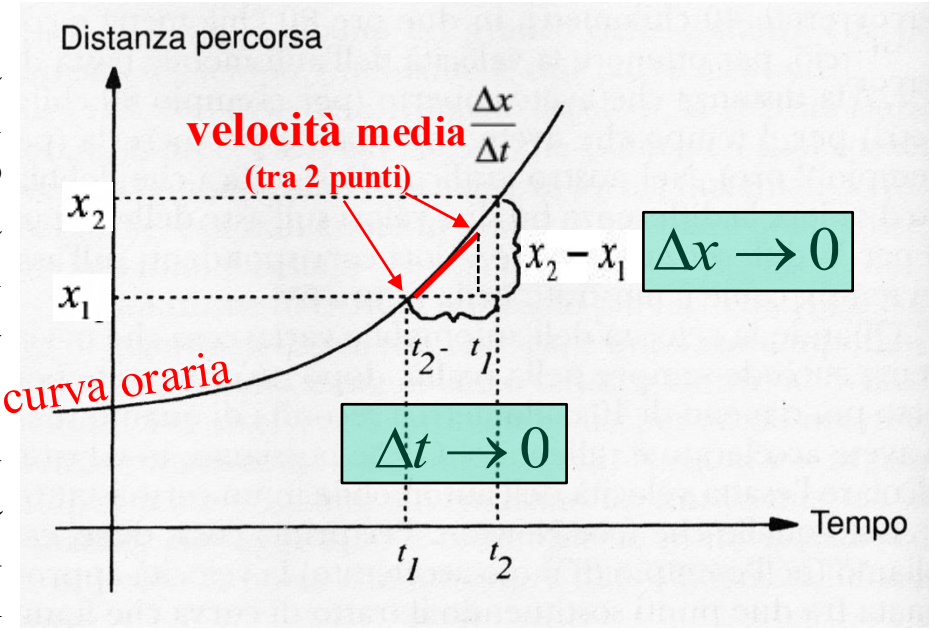
Leibniz



La velocità istantanea e il calcolo infinitesimale

Grazie al nuovo metodo introdotto da Cartesio, già nel XVII secolo si era in grado di calcolare la velocità media di un corpo tra due istanti di tempo. Ma nè Galileo, nè Cartesio, nè i loro contemporanei, erano in grado di calcolare la **velocità istantanea** di un corpo nè tantomeno di descrivere il **moto di un corpo che procede a velocità variabile**, crescente o decrescente.

La soluzione al problema fu trovata un secolo più tardi da **Isaac Newton**, il vero gigante della fisica classica, e dal grande filosofo e logico **Gottfried Leibniz**, i quali nel XVIII secolo inventarono un nuovo metodo matematico noto come **calcolo infinitesimale.**



Newton



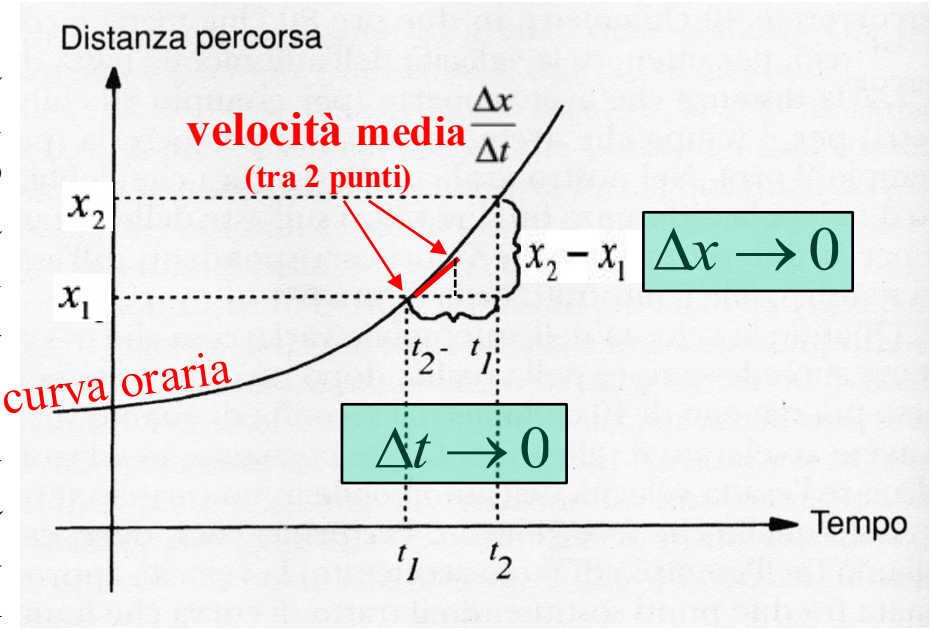
Leibniz



La velocità istantanea e il calcolo infinitesimale

Grazie al nuovo metodo introdotto da Cartesio, già nel XVII secolo si era in grado di calcolare la velocità media di un corpo tra due istanti di tempo. Ma nè Galileo, nè Cartesio, nè i loro contemporanei, erano in grado di calcolare la **velocità istantanea** di un corpo nè tantomeno di descrivere il **moto di un corpo che procede a velocità variabile**, crescente o decrescente.

La soluzione al problema fu trovata un secolo più tardi da **Isaac Newton**, il vero gigante della fisica classica, e dal grande filosofo e logico **Gottfried Leibniz**, i quali nel XVIII secolo inventarono un nuovo metodo matematico noto come **calcolo infinitesimale.**



Newton



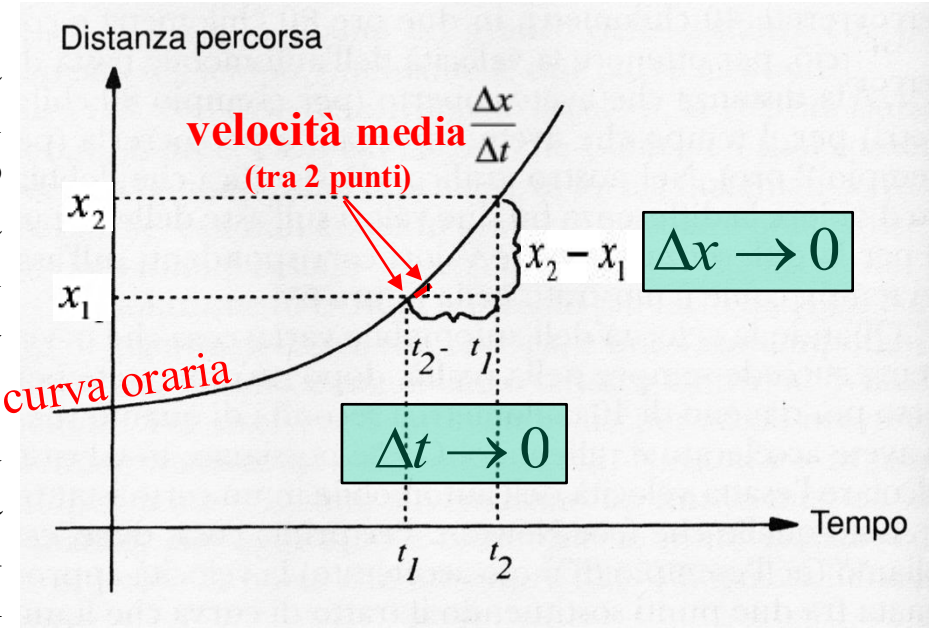
Leibniz



La velocità istantanea e il calcolo infinitesimale

Grazie al nuovo metodo introdotto da Cartesio, già nel XVII secolo si era in grado di calcolare la velocità media di un corpo tra due istanti di tempo. Ma nè Galileo, nè Cartesio, nè i loro contemporanei, erano in grado di calcolare la **velocità istantanea** di un corpo nè tantomeno di descrivere il **moto di un corpo che procede a velocità variabile**, crescente o decrescente.

La soluzione al problema fu trovata un secolo più tardi da **Isaac Newton**, il vero gigante della fisica classica, e dal grande filosofo e logico **Gottfried Leibniz**, i quali nel XVIII secolo inventarono un nuovo metodo matematico noto come **calcolo infinitesimale.**



Newton



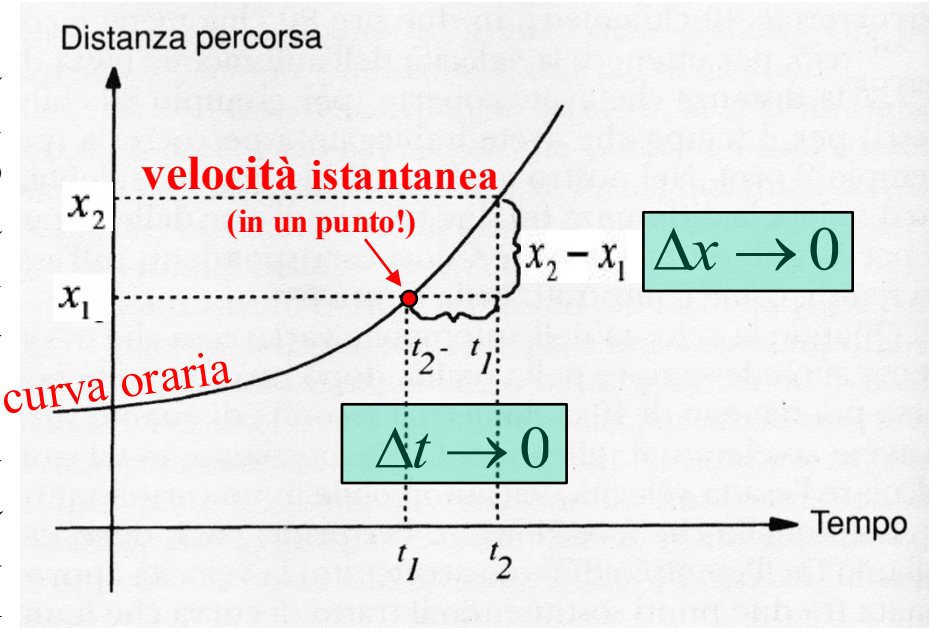
Leibniz



La velocità istantanea e il calcolo infinitesimale

Grazie al nuovo metodo introdotto da Cartesio, già nel XVII secolo si era in grado di calcolare la velocità media di un corpo tra due istanti di tempo. Ma nè Galileo, nè Cartesio, nè i loro contemporanei, erano in grado di calcolare la **velocità istantanea** di un corpo nè tantomeno di descrivere il **moto di un corpo che procede a velocità variabile**, crescente o decrescente.

La soluzione al problema fu trovata un secolo più tardi da **Isaac Newton**, il vero gigante della fisica classica, e dal grande filosofo e logico **Gottfried Leibniz**, i quali nel XVIII secolo inventarono un nuovo metodo matematico noto come **calcolo infinitesimale.**



Newton



Leibniz



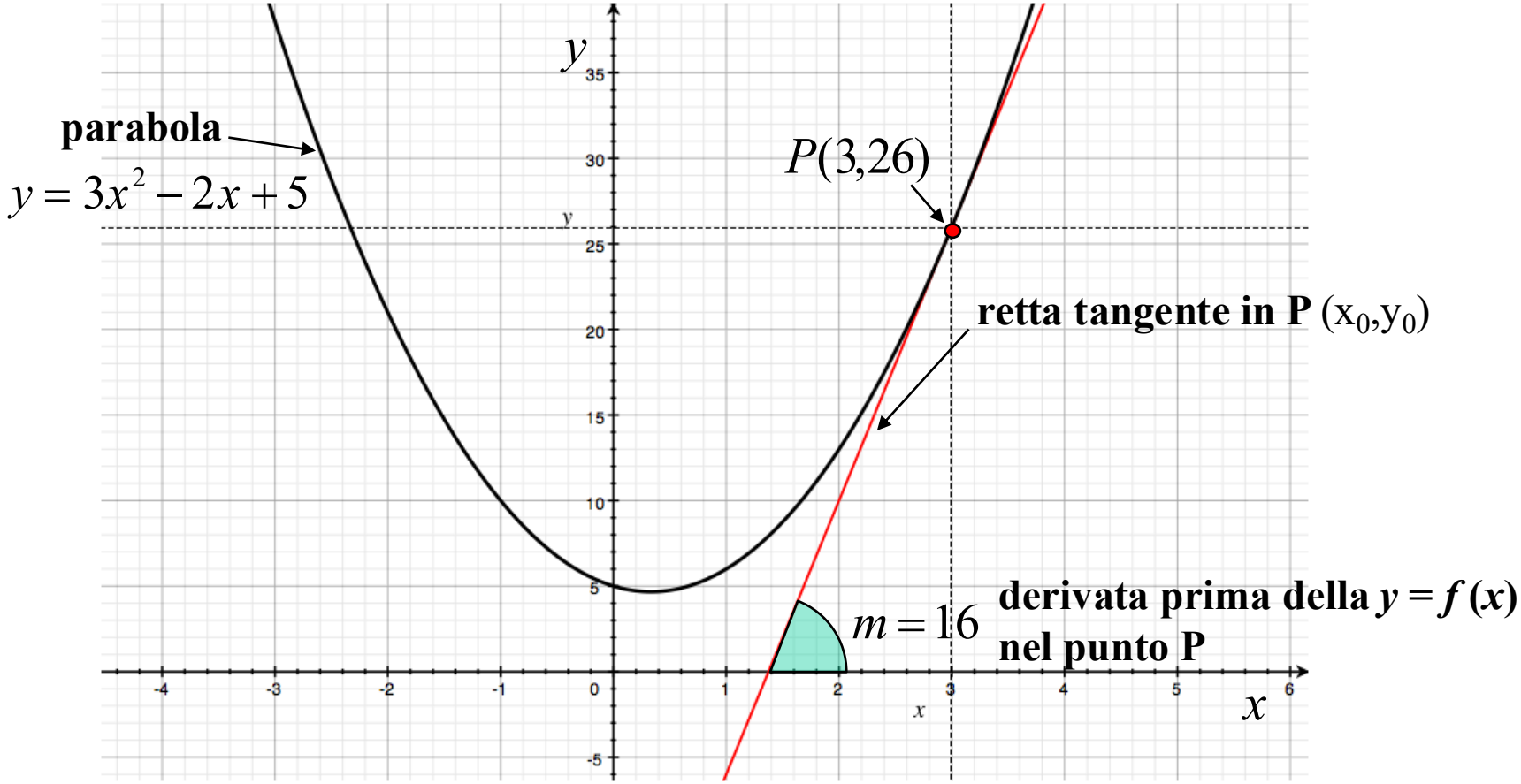
Con questo metodo la **velocità istantanea** resta definita attraverso un 'passaggio al limite' come la *velocità media durante un intervallo di tempo infinitamente piccolo* (cioè, al limite, per Δt tendente a zero):

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \qquad v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Es. Calcolo della derivata prima di una $y = f(x)$ in un punto

Il procedimento utilizzato da Newton per ricavare la velocità istantanea equivale a quello che matematicamente viene definito "**calcolo della derivata prima di una funzione in un punto**".

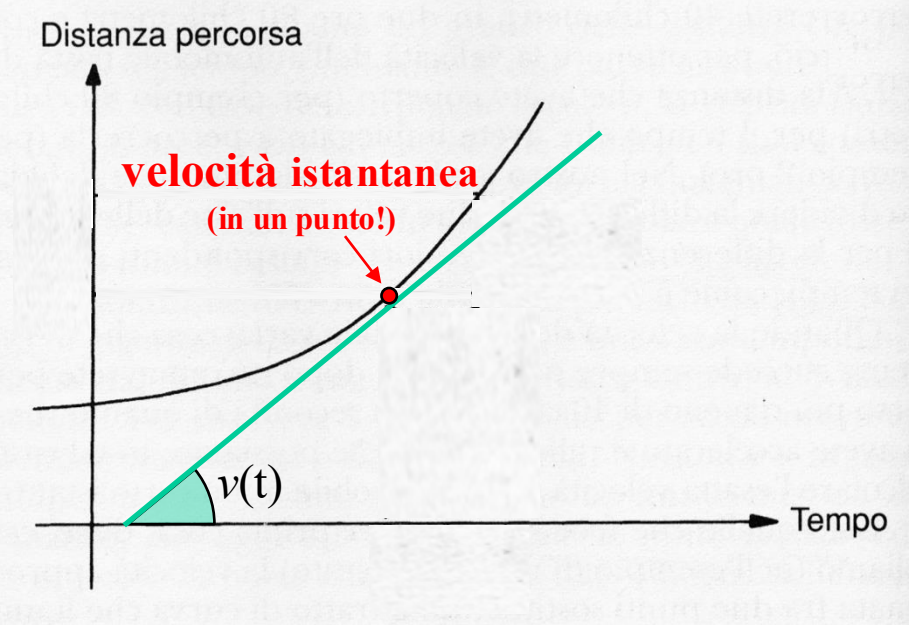
Calcolare la **derivata prima di una funzione** (ad esempio la parabola in figura) **in un suo punto** $P\ (x_0,y_0)$ equivale a trovare il valore del **coefficiente angolare (cioè la pendenza) della retta tangente** alla funzione in quel punto!



La velocità istantanea è la derivata prima dello spostamento!

La velocità istantanea non è nient'altro che la **derivata prima** dello spazio rispetto al tempo calcolata in un certo istante di tempo e coincide dunque con il **coefficiente angolare della retta tangente** alla curva oraria $x = f(t)$ in quell'istante di tempo:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

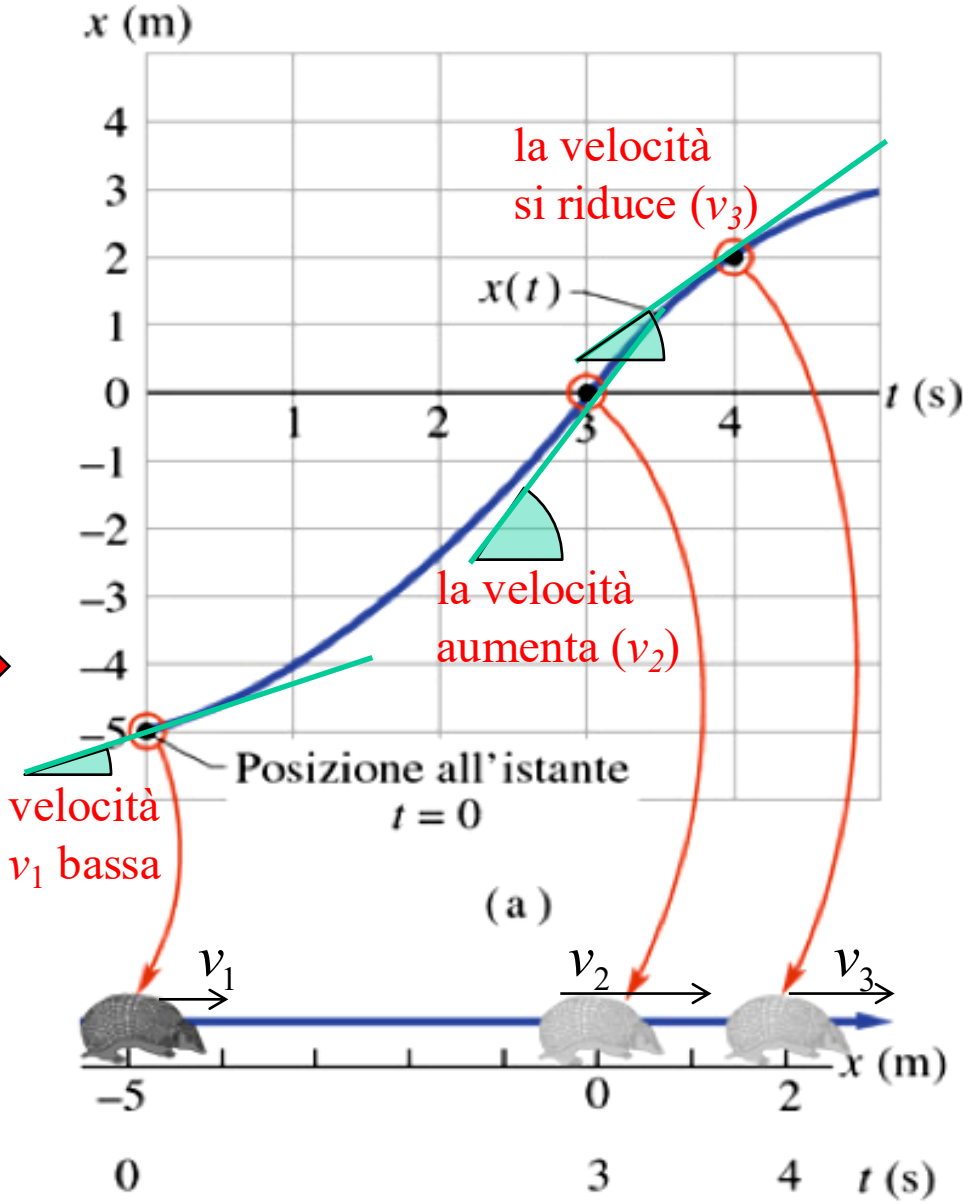


La velocità istantanea è la derivata prima dello spostamento!

La velocità istantanea non è nient'altro che la **derivata prima** dello spazio rispetto al tempo calcolata in un certo istante di tempo e coincide dunque con il **coefficiente angolare della retta tangente** alla curva oraria $x = f(t)$ in quell'istante di tempo:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

E' possibile fare una valutazione qualitativa **approssimata** della velocità istantanea in un punto della curva oraria valutando «ad occhio» il valore del **coefficiente angolare** della retta tangente in quel punto...



La velocità istantanea è la derivata prima dello spostamento!

La velocità istantanea non è nient'altro che la **derivata prima** dello spazio rispetto al tempo calcolata in un certo istante di tempo e coincide dunque con il **coefficiente angolare della retta tangente** alla curva oraria $x = f(t)$ in quell'istante di tempo:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Anche la **velocità**, come lo spostamento, è una **grandezza vettoriale.** Nel caso unidimensionale il suo modulo coincide con la velocità scalare. Una **velocità negativa** (cioè un **coefficiente angolare negativo** della retta tangente nel diagramma orario) indica semplicemente un verso di percorrenza nel senso delle x decrescenti (l'armadillo torna indietro...)

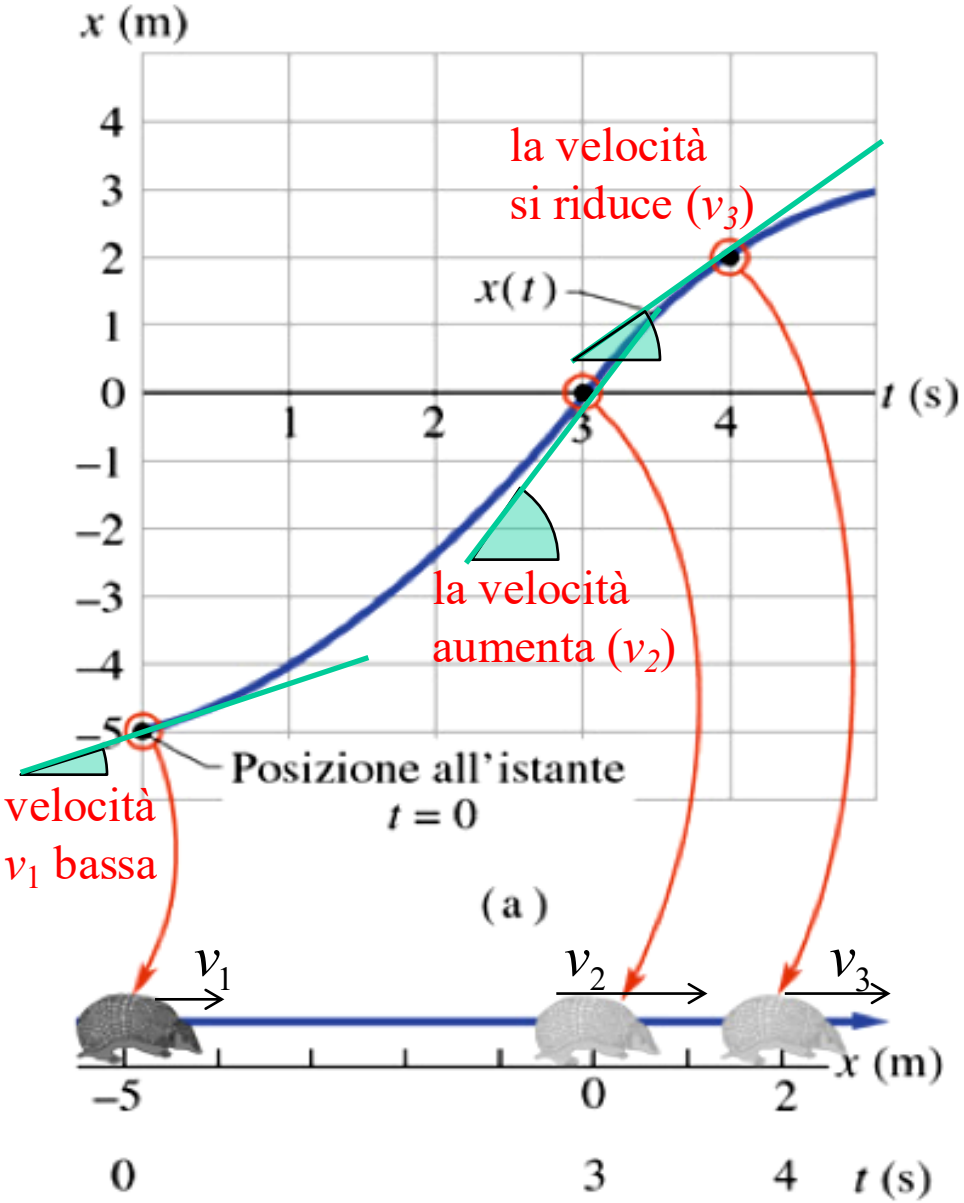
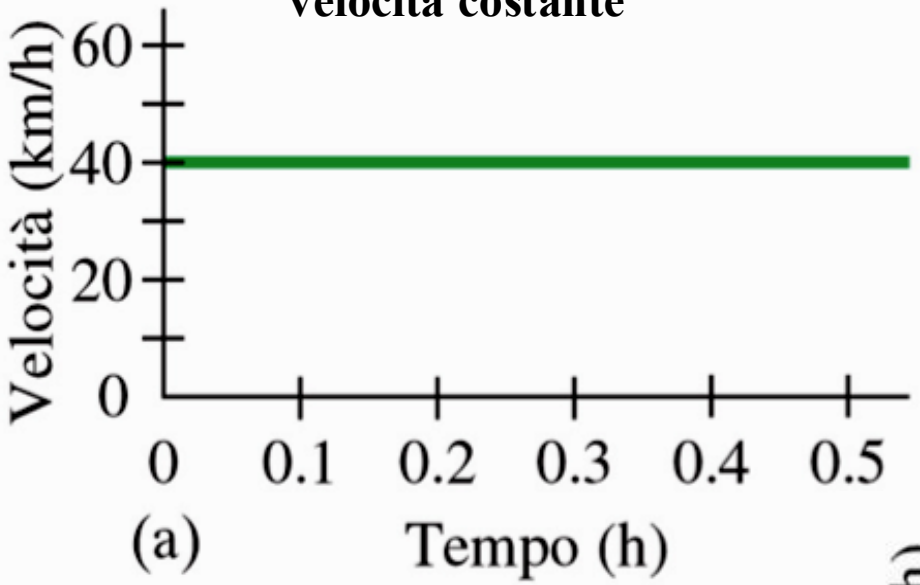
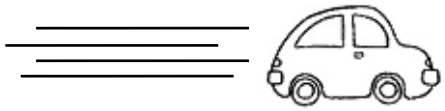
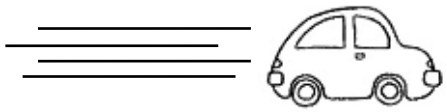


Diagramma della Velocità: $v = f(t)$

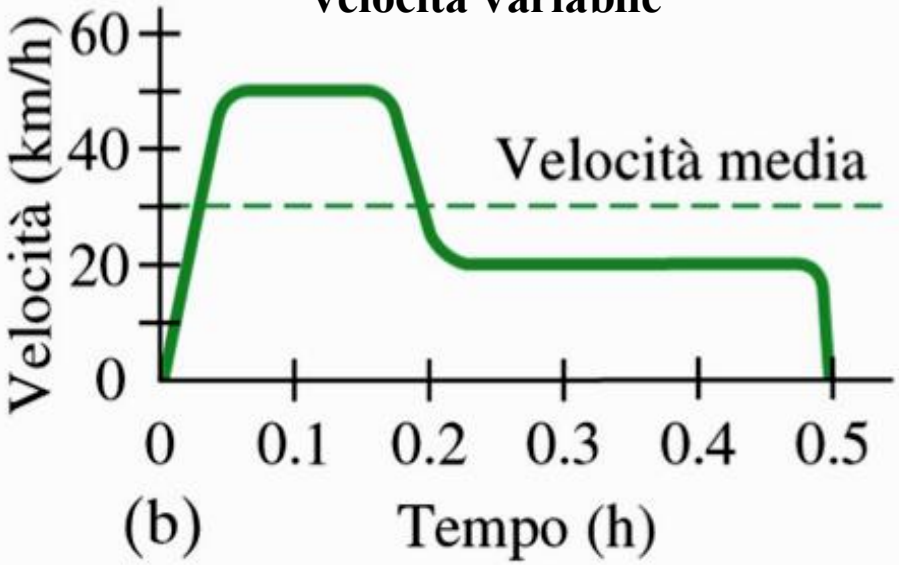
velocità costante







velocità variabile

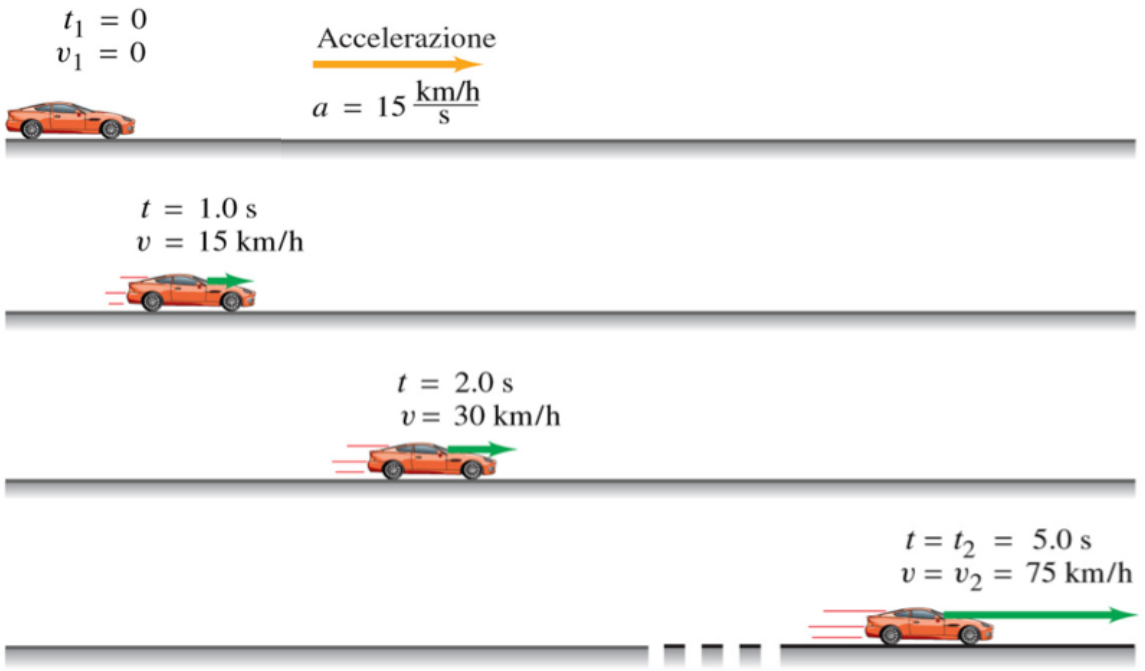


Accelerazione media

Quando la velocità di un corpo varia si dice che esso è sottoposto ad una **accelerazione** (o che sta accelerando). L'accelerazione media si calcola come rapporto tra la variazione di velocità ($v_2 - v_1$) e l'intervallo di tempo ($t_2 - t_1$) impiegato per farla variare:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

unità di misura: metri al secondo quadrato (m/s^2)



Esempio

Accelerazione media di un'auto che, partendo da ferma su una strada diritta, passa da 0 a 75 km/h in 5.0 secondi:

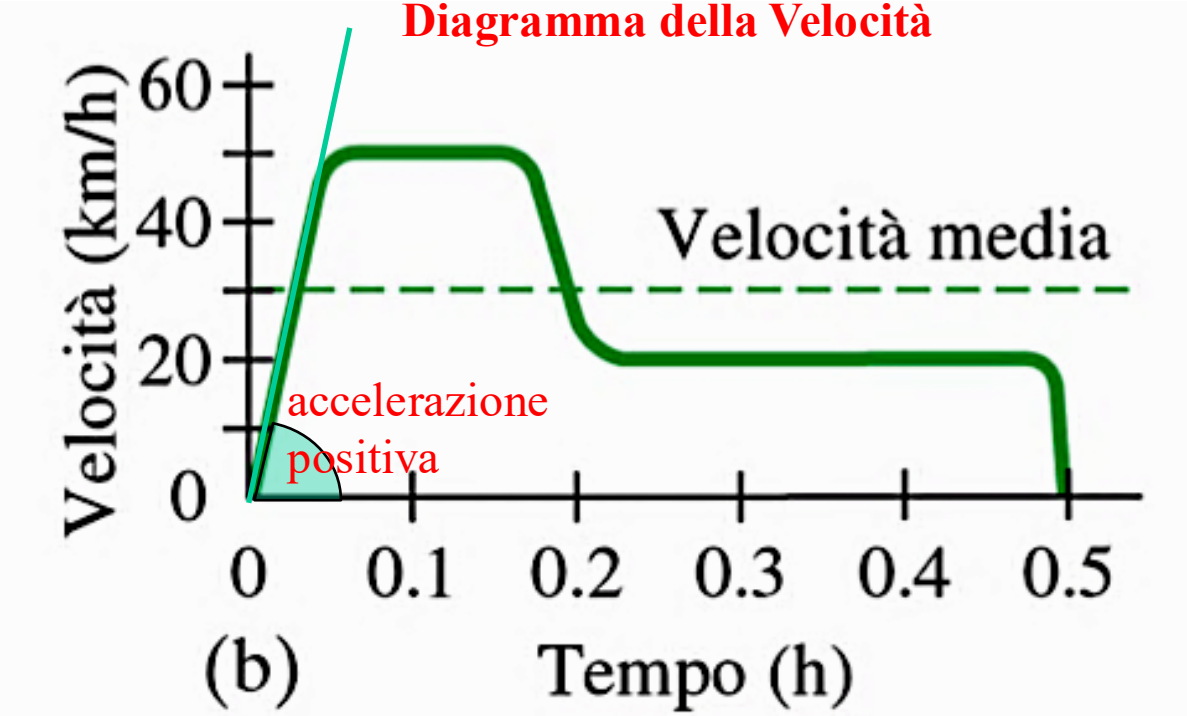
$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{75km/h - 0km/h}{5.0s} = 15\frac{km/h}{s}\left(\frac{1000m}{1km}\right)\left(\frac{1h}{3600s}\right) = 4.2m/s^2$$

Accelerazione istantanea

L'accelerazione istantanea (o semplicemente accelerazione) è la rapidità di variazione della velocità in un certo istante ed è matematicamente rappresentata dalla derivata prima della velocità rispetto al tempo:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Geometricamente rappresenta dunque la **pendenza della curva v(t)** in un certo punto.



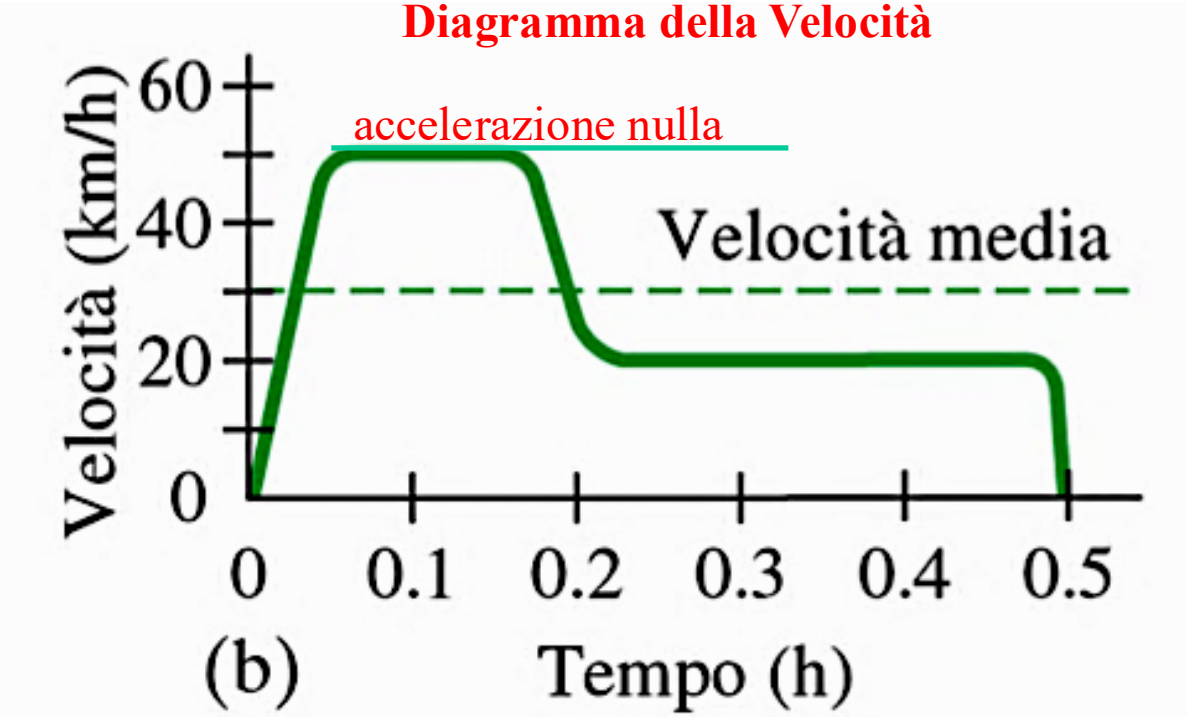
Accelerazione istantanea

L'accelerazione istantanea (o semplicemente accelerazione) è la rapidità di variazione della velocità in un certo istante ed è matematicamente rappresentata dalla derivata prima della velocità rispetto al tempo:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Geometricamente rappresenta dunque la **pendenza della curva v(t)** in un certo punto.

Diagramma della Velocità



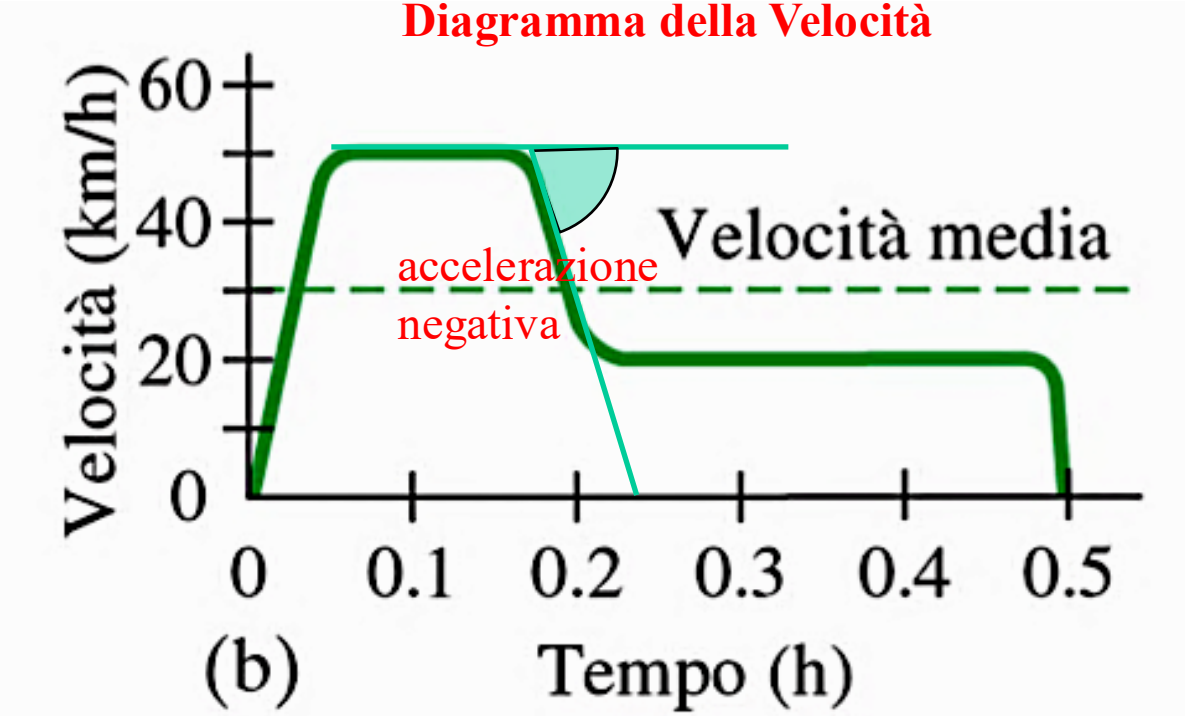
Accelerazione istantanea

L'accelerazione istantanea (o semplicemente accelerazione) è la rapidità di variazione della velocità in un certo istante ed è matematicamente rappresentata dalla derivata prima della velocità rispetto al tempo:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Geometricamente rappresenta dunque la **pendenza della curva v(t)** in un certo punto.

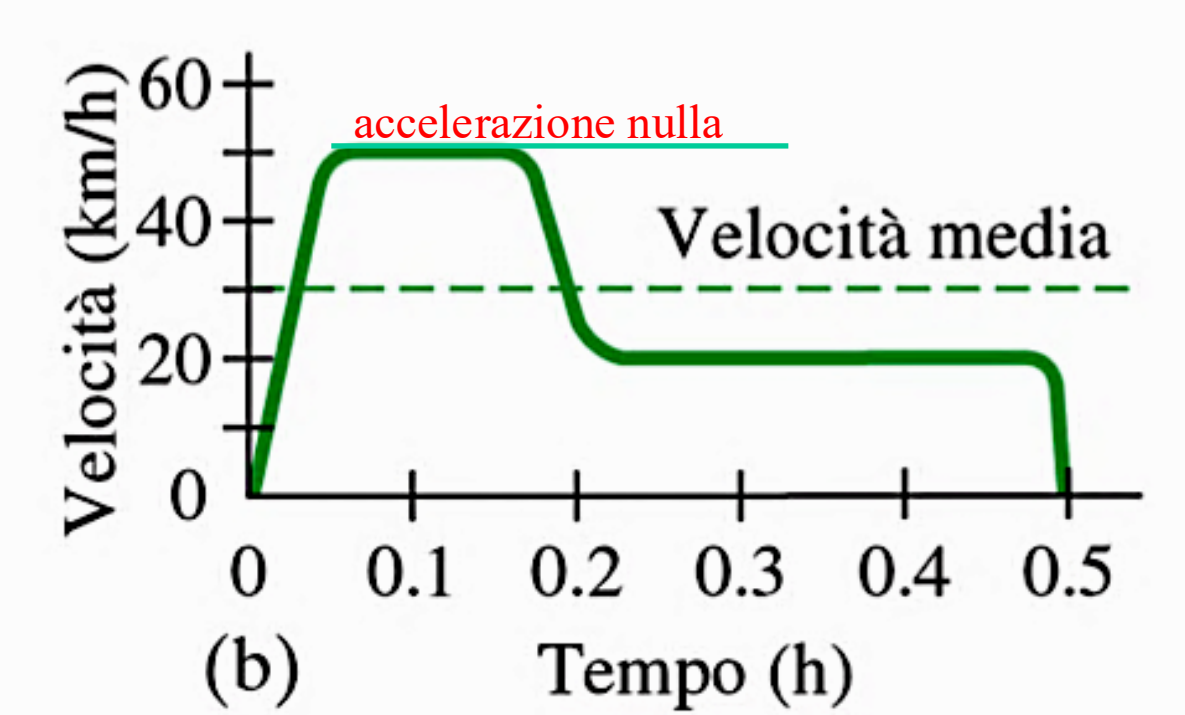
Diagramma della Velocità



Due quesiti sull'accelerazione

Se **l'accelerazione** di un corpo è zero, significa che anche la sua **velocità** è zero?

NO!

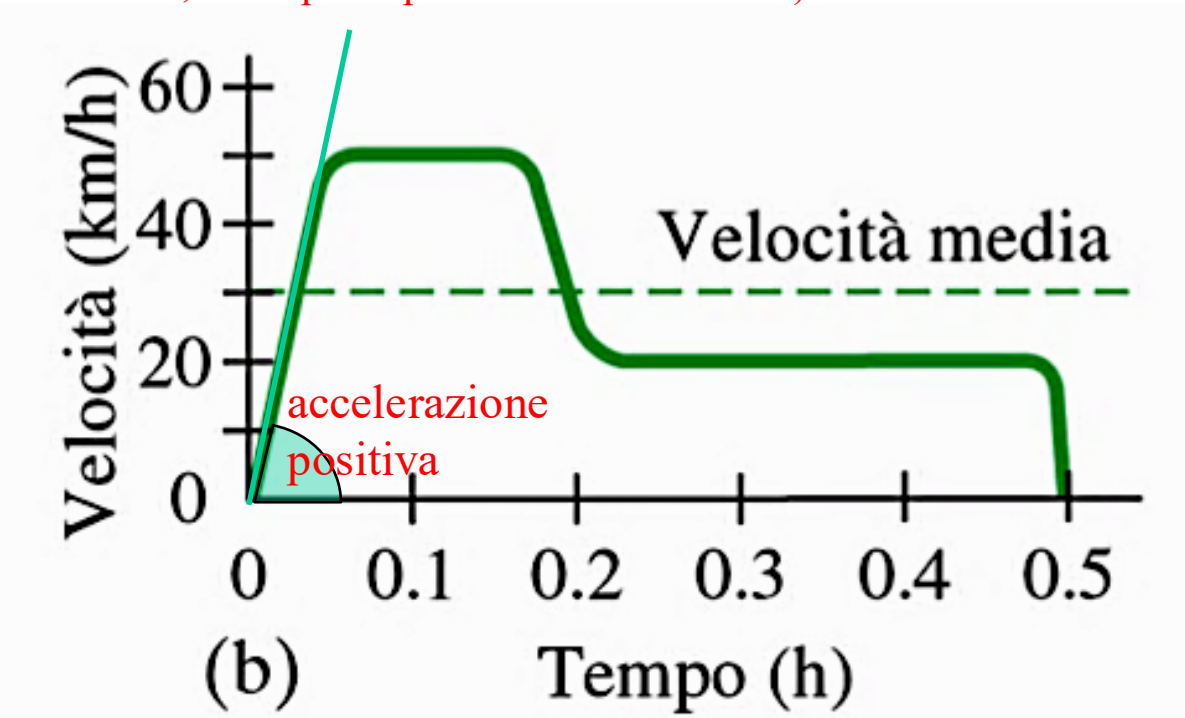


Due quesiti sull'accelerazione

E, viceversa, se la **velocità** di un corpo è zero, significa che anche la sua **accelerazione** è sempre zero?

Infatti nell'istante iniziale, quando **la velocità è ancora nulla** ma sta per aumentare, **l'accelerazione** – come abbiamo visto – **è diversa da zero**: questo perché l'accelerazione **non è l'effetto** della variazione di velocità **bensì la sua causa** (in quanto, come vedremo, è sempre espressione di una forza!)

NO!

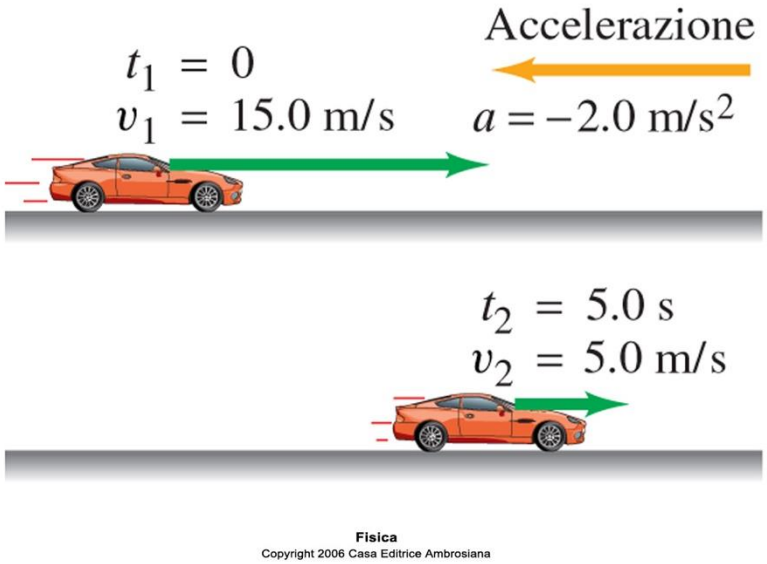


Accelerazione vettoriale negativa

Esempio

Un automobile si sta muovendo verso destra (direzione asse x positivo) lungo un'autostrada rettilinea. A un certo istante il conducente pigia sul freno. Se la velocità al momento in cui il guidatore inizia ad azionare i freni è v_1=15.0 m/s, e ci mette 5.0 s a rallentare fino alla velocità v_2=5.0 m/s, quale è stata l'accelerazione media dell'auto?

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{5.0 m/s \; - \; 15.0 m/s}{5.0 s} = -2.0 m/s^2$$



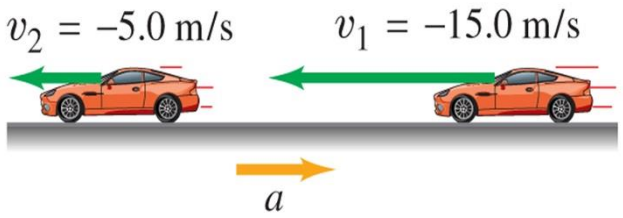
Fisica
Copyright 2006 Casa Editrice Ambrosiana

Come spostamento e velocità, anche l'accelerazione è una **grandezza vettoriale**, il cui modulo coincide con l'accelerazione scalare. Anche in questo caso il segno algebrico rappresenta il verso lungo l'asse x: un segno negativo indica quindi una accelerazione diretta nel verso negativo dell'asse. E' questo un esempio di **decelerazione**.

Decelerazione

Esempio

Decelerazione non significa necessariamente accelerazione negativa, come nell'esempio precedente. Se infatti l'auto di prima si muove stavolta verso sinistra lungo l'asse *x*, rallentando essa avrà una accelerazione positiva:



$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-5.0m/s - (-15.0m/s)}{5.0s} = +2.0m/s^2$$

Parleremo quindi di **decelerazione** tutte e sole quelle volte in cui il **modulo** della velocità diminuisce nel tempo e quindi il vettore della velocità e quello dell'accelerazione **puntano in direzioni opposte**.





