



UNIVERSITÀ  
degli STUDI  
di CATANIA

ALESSANDRO PLUCHINO HOME PAGE

DIPARTIMENTO DI  
FISICA E ASTRONOMIA "ETTORE MAJORANA"



HOME BIO PUBLICATIONS TEACHING BOOKS ET AL

**HIGHLIGHTS**

The 20<sup>th</sup> First Annual  
**Ig Nobel Prize Ceremony**  
Thursday, September 30, 2010 / 7:30 PM  
Sanders Theater, Harvard University  
Tickets: \$65, \$30, and \$15. Student tickets: \$34 and \$21.

Headlining achievements, playful people, LAUGH, then THINK.

Also featuring...  
Special guests: *The Bacterial Opera*  
Keynote Speaker: **Richard Luedik**  
Who's Out with a Bunch? *Complex Contact*  
Microbial Misadventures by *Evryth Evryth*  
The 247 Lectures: Neil Gaiman, Mary Ellen Doney, Toshiyuki Hatakeyama, et al.

This year's theme: **Bacteria**

Live webcast

ALESSANDRO PLUCHINO  
**LA FIRMA DELLA COMPLESSITÀ**  
UNA PASSEGGIATA AL MARGINE DEL CAOS

**Talent vs Luck**  
The Role of Randomness in Success and Failure

ACS



Welcome to the  
**Alessandro Pluchino  
HOME PAGE**

Associate Professor of Theoretical Physics  
Mathematical Models and Methods

[alessandro.pluchino@ct.infn.it](mailto:alessandro.pluchino@ct.infn.it)  
[alessandro@pluchino.it](mailto:alessandro@pluchino.it)

**RESEARCH TOPICS**

**EVENTS**

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA  
MARCO GAPPATO  
Alessandro Pluchino  
**Democrazia a Sorte:  
la sorte della democrazia**

More Stephens  
IG Nobel TOUR





UNIVERSITÀ  
degli STUDI  
di CATANIA

ALESSANDRO PLUCHINO HOME PAGE

DIPARTIMENTO DI  
FISICA E ASTRONOMIA "ETTORE MAJORANA"



HOME BIO PUBLICATIONS TEACHING BOOKS ET AL

**LAUREA TRIENNALE IN FISICA (L-30)**

**CORSO DI SISTEMI DINAMICI, CAOS E COMPLESSITA'**

**6CFU, Secondo Semestre A.A.2019-2020**

**Slides delle Lezioni del Prof. A.Pluchino**

**Programma 2019-2020**

**LEZIONE 01: Introduzione alla nuova Scienza della Complessità (12/03/2020)**



**Alessandro Pluchino**

**Dipartimento di Fisica e Astronomia  
dell'Università di Catania**

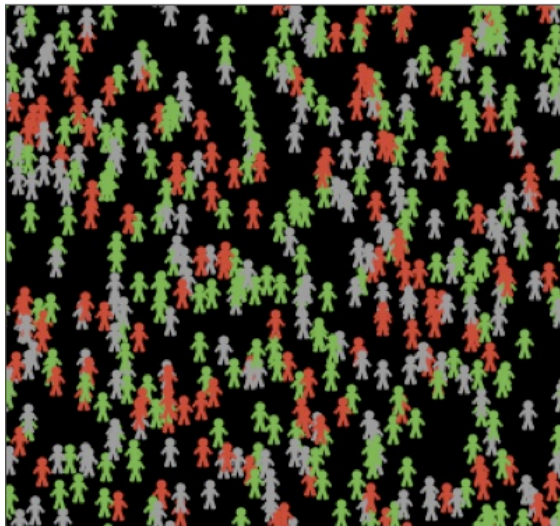
# **Simulare la Complessità**

**Punti Critici, Reti e Leggi di Potenza:  
Introduzione alla nuova scienza  
dei Sistemi Complessi**

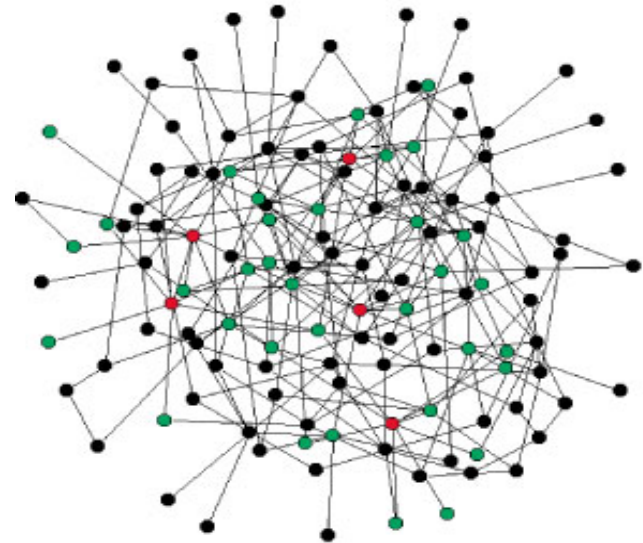


# Due possibili descrizioni di un sistema complesso

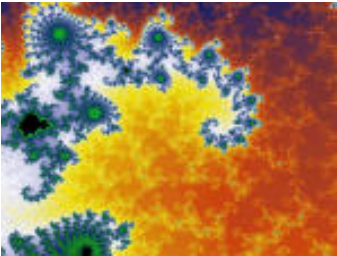
Da un **punto di vista dinamico** è possibile descrivere un sistema complesso come un insieme costituito da numerosi elementi, detti anche **“agenti”** (particelle, cellule, piante, animali, individui, opinioni, automobili, etc...), che **interagiscono** tra loro di solito in maniera **non lineare** spostandosi all'interno di un certo **spazio** (reale o virtuale) e secondo certe regole:



Da un **punto di vista topologico** (cioè se ci interessa invece sapere “chi interagisce con chi”) è anche possibile descrivere un sistema complesso come una **rete** (network) costituita da un certo numero di **nodi** (particelle, cellule, piante, animali, individui, opinioni, automobili, etc...) collegati tra loro per mezzo di **links** che esprimono delle relazioni tra i nodi:



## **Autosimilarità e Invarianza di Scala**



**Proprietà tipiche  
dei sistemi complessi**

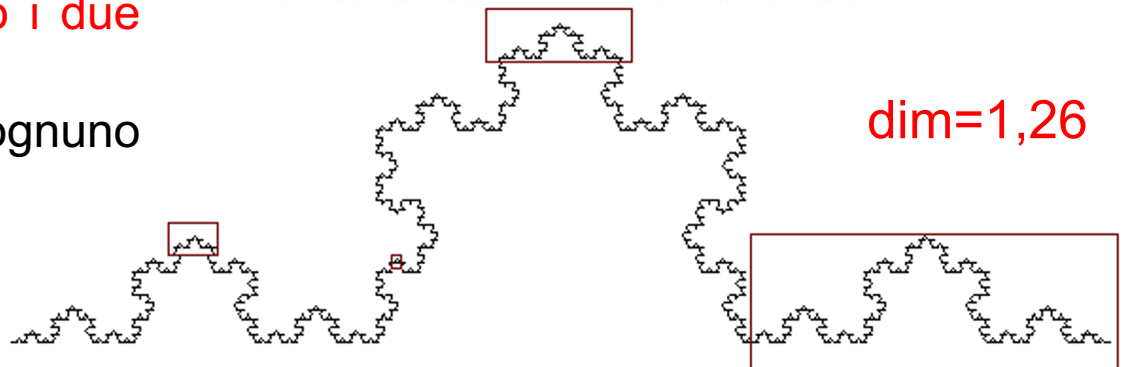
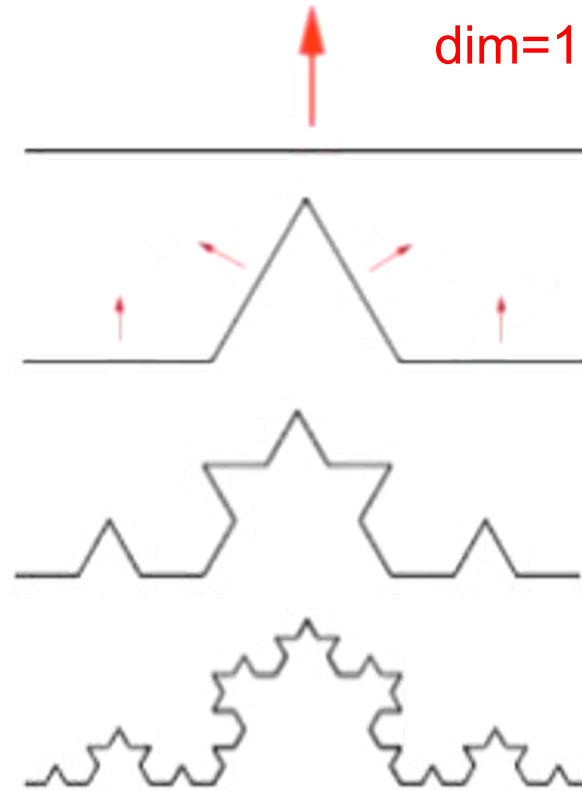


# Autosimilarità negli oggetti frattali

## La curva di Koch

Procedura di generazione della curva di Koch a partire da un segmento:

1. dividere il segmento in tre segmenti uguali;
2. cancellare il segmentino centrale, sostituendolo con due segmenti ad esso identici che costituiranno i due lati di un triangolo equilatero;
3. tornare al punto 1 per ognuno degli attuali segmenti.



# L'insieme di Mandelbrot

.  $P_0 \rightarrow$  successione  
divergente

$$P_0 = x + i y$$

$$Z_0 = 0$$

$$Z_1 = Z_0^2 + P_0$$

$$Z_2 = Z_1^2 + P_0$$

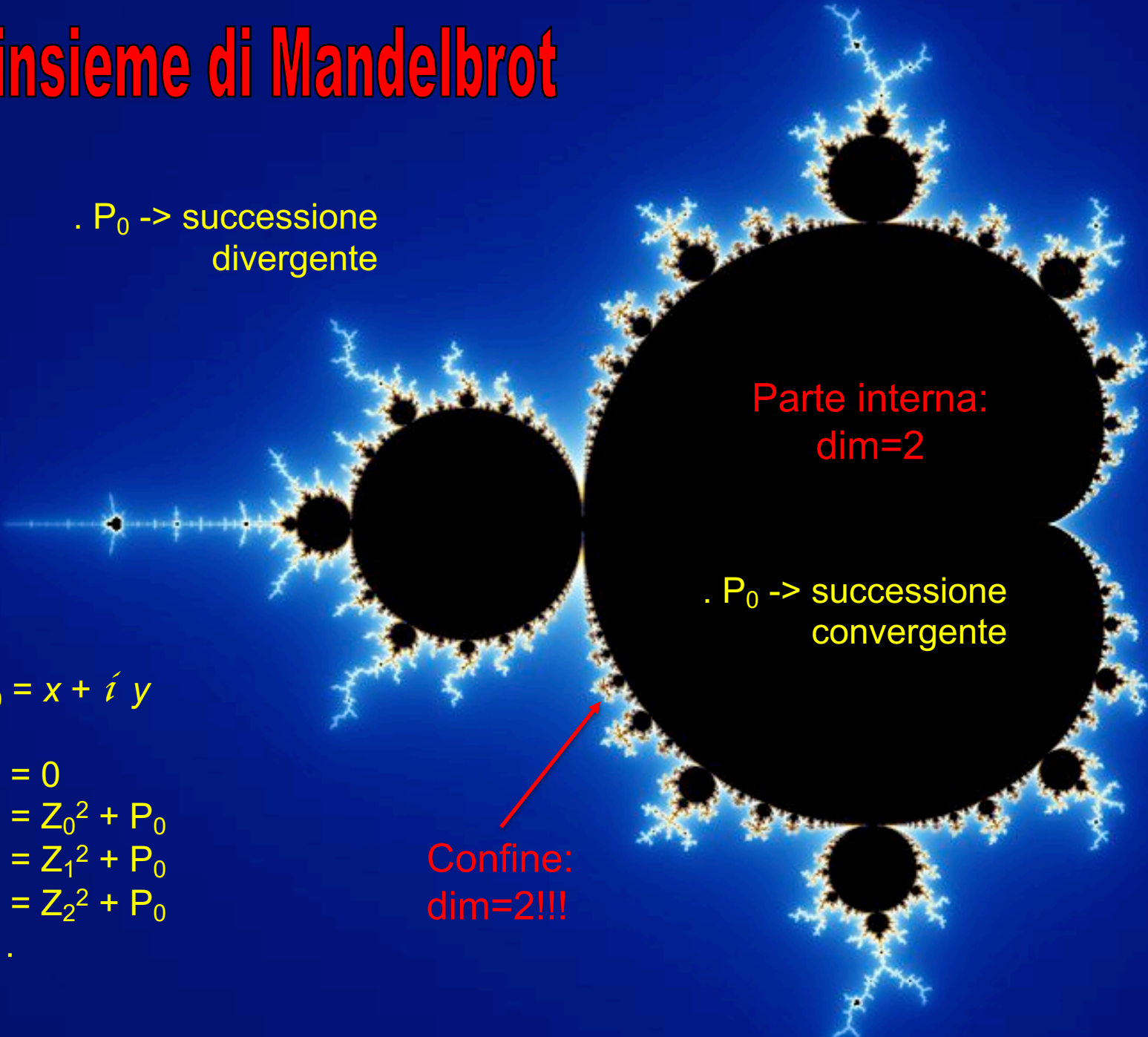
$$Z_3 = Z_2^2 + P_0$$

...

Parte interna:  
dim=2

.  $P_0 \rightarrow$  successione  
convergente

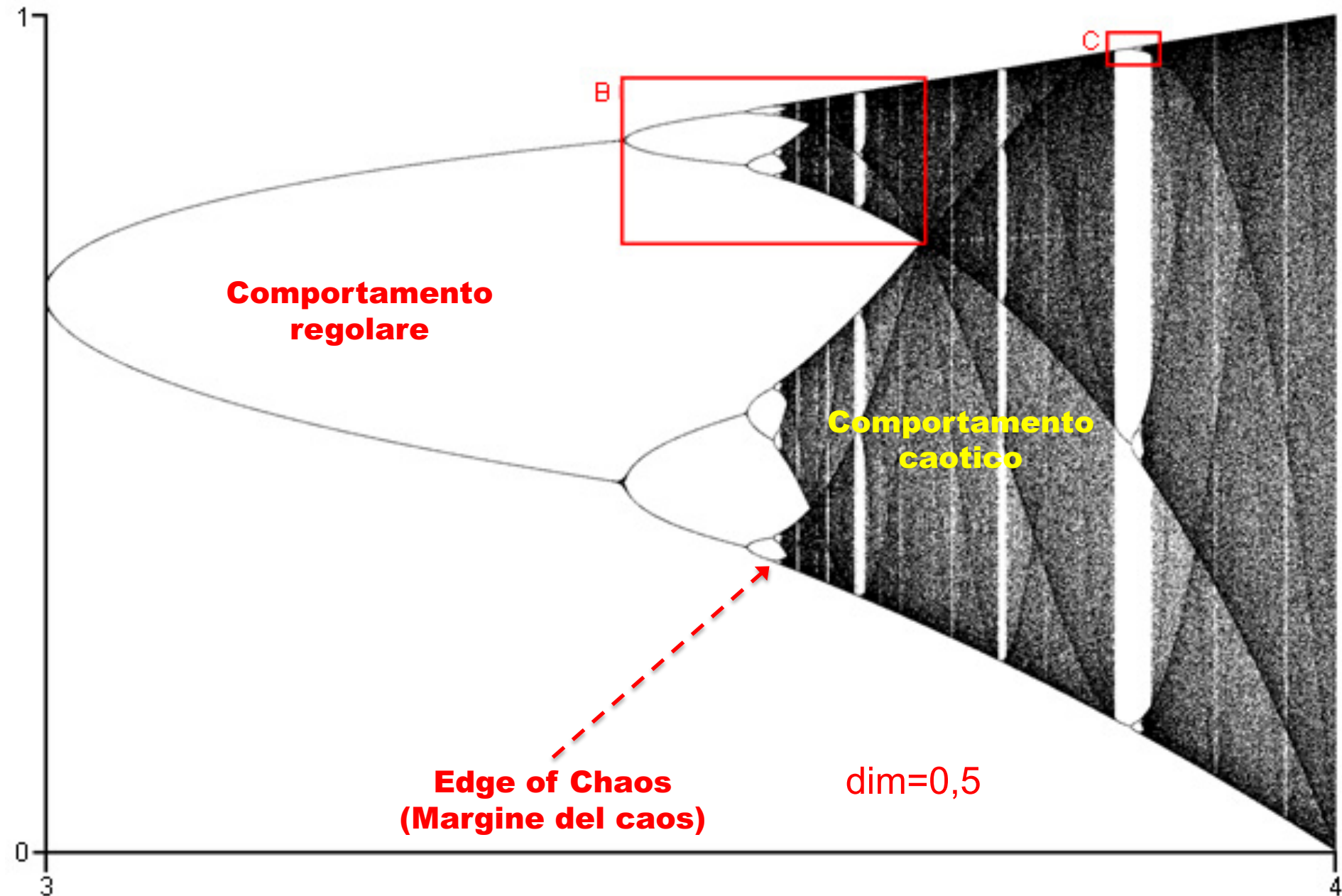
Confine:  
dim=2!!!

The image shows the Mandelbrot set, a fractal boundary in the complex plane. It consists of a large central black region with a highly intricate, self-similar, and fractal boundary. The boundary is composed of many smaller, similar structures, creating a complex, branching pattern. The background is a deep blue. A red arrow points from the text 'Confine: dim=2!!!' to the boundary of the fractal.

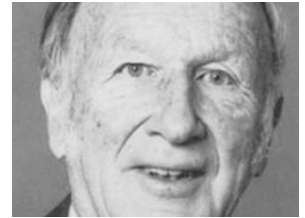
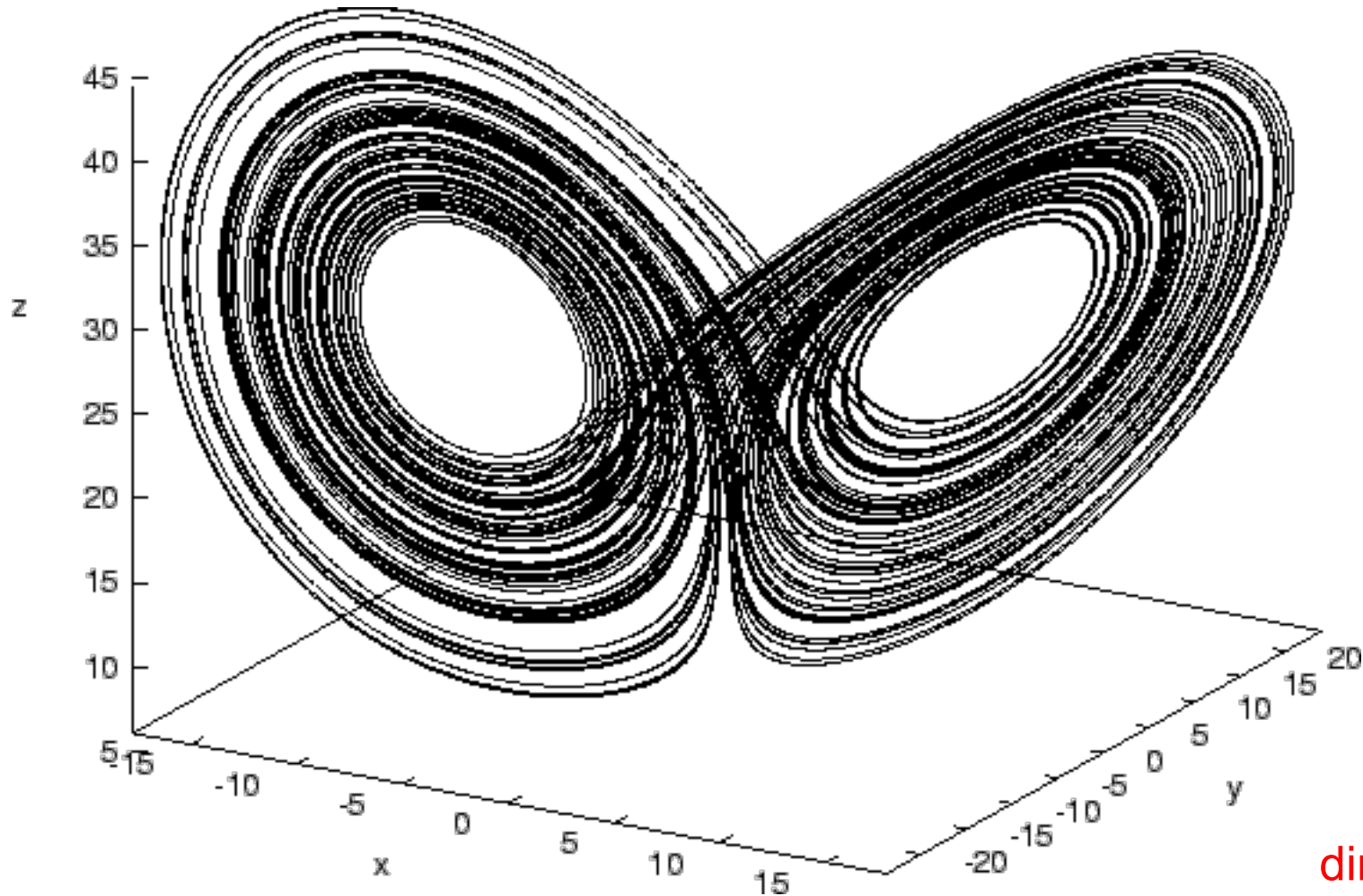




# Autosimilarità e caos in una dimensione: la Mappa Logistica



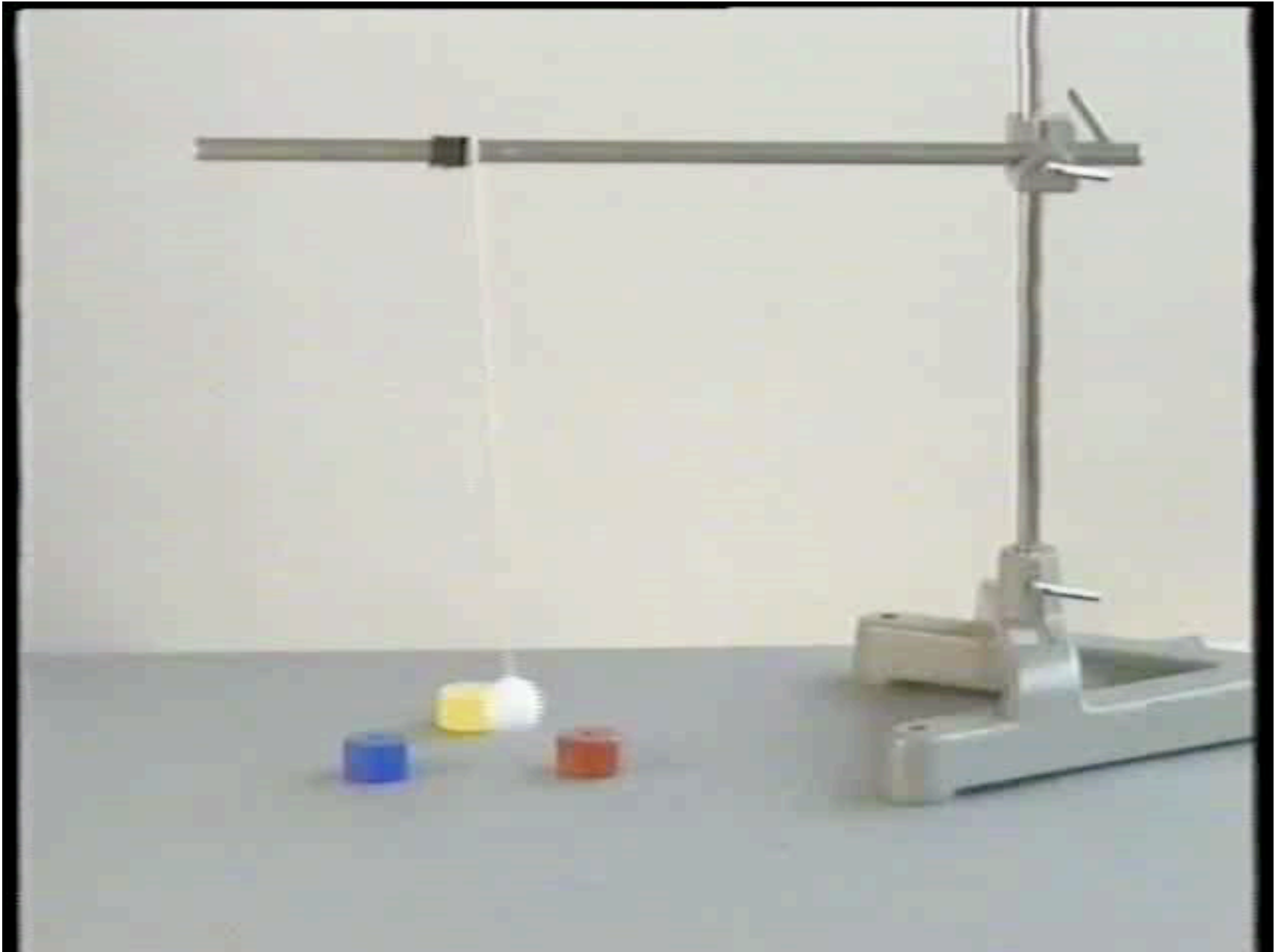
# Autosimilarità e caos in 3 dimensioni: l'Attrattore di Lorenz



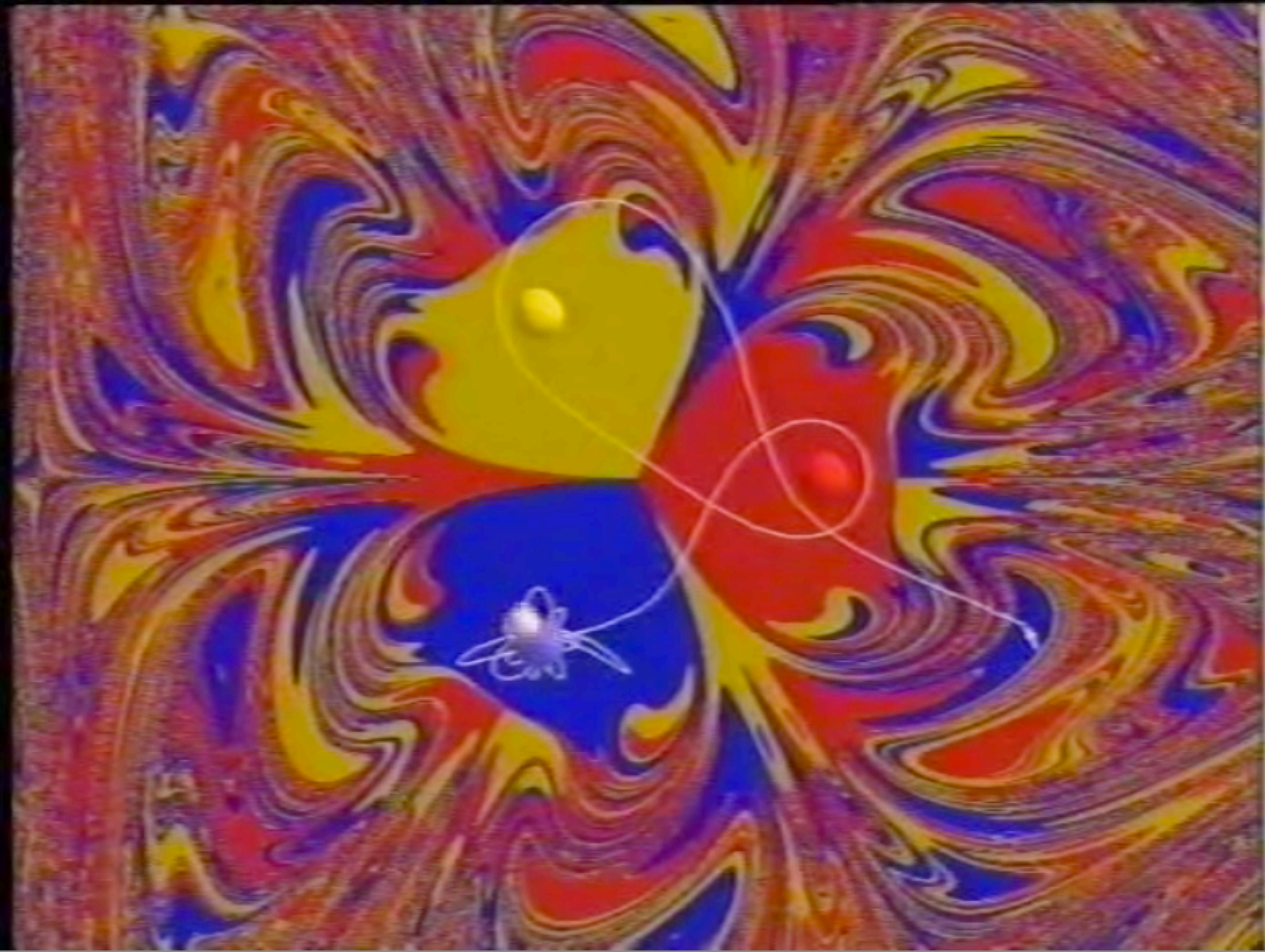
$$\begin{aligned}x' &= 10(y - x) \\y' &= -xz + 13x - y \\z' &= xy - (8/3)z\end{aligned}$$

dim=2,06

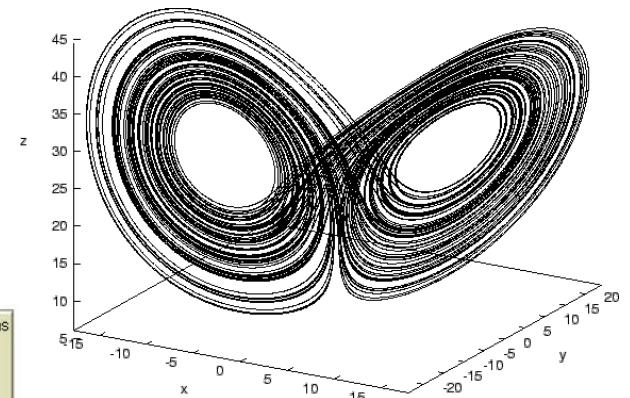
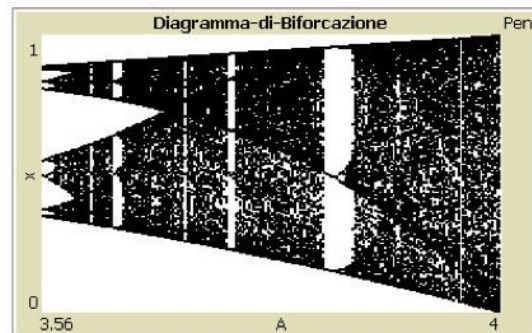
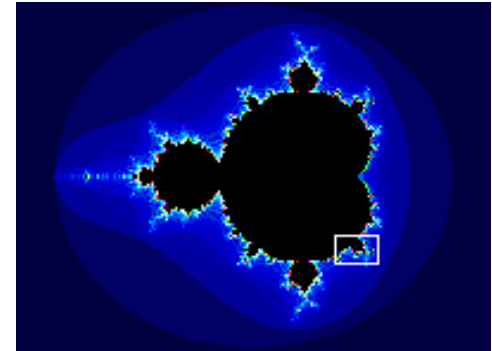
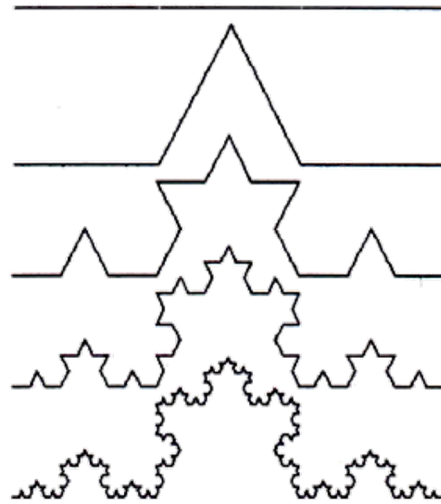
# Autosimilarità e Attrattori : il Pendolo Caotico







**Ma esiste  
una 'firma'  
matematica  
dell'autosimilarità  
e dell'invarianza  
di scala?**



# PICCOLA DIGRESSIONE STATISTICA...

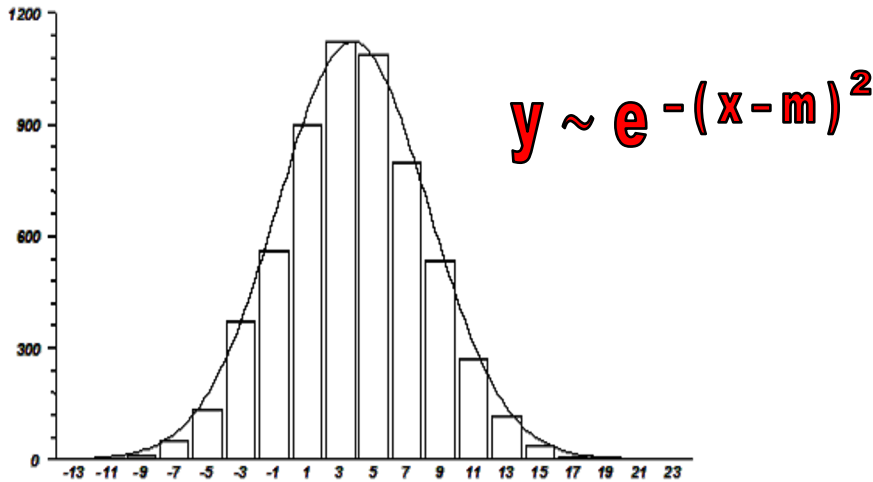
Qual'è la forma della distribuzione dell'altezza o del peso in una popolazione?



Qual'è la forma della distribuzione della ricchezza in una popolazione?

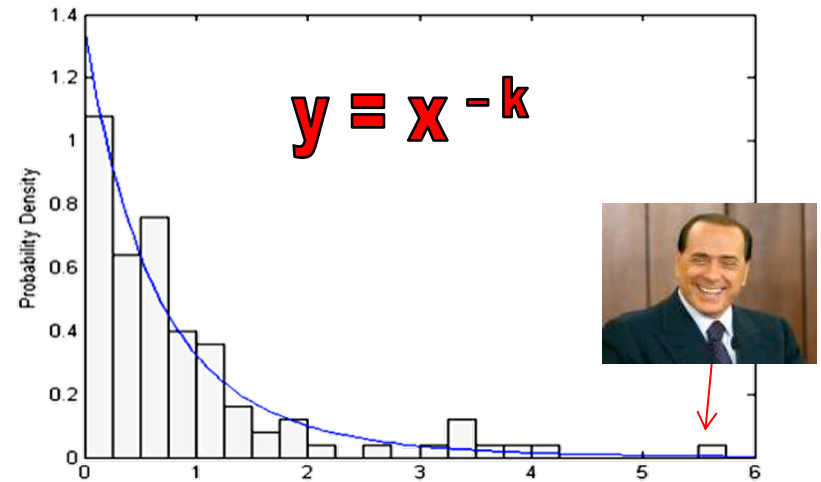


## La curva Gaussiana



**Esiste una dimensione tipica**  
**(la "media")**

## La legge di potenza

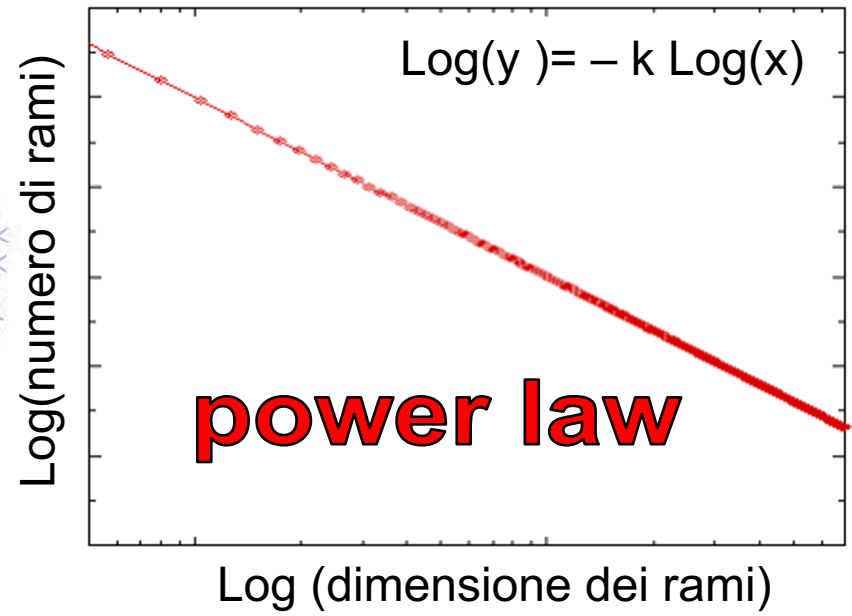
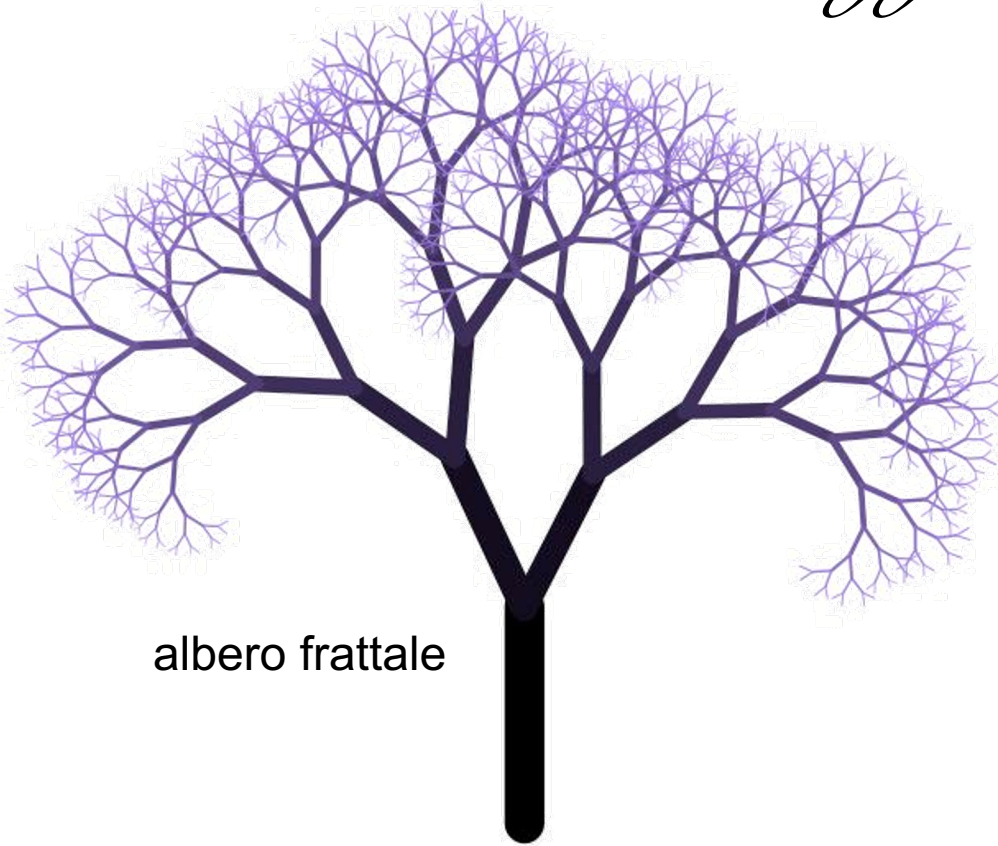


**NON esiste una dimensione tipica**  
**(invarianza di scala)**

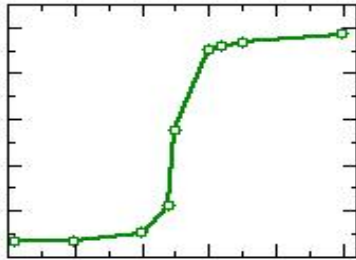


# La 'firma' matematica dell'autosimilarità e della invarianza di scala è la:

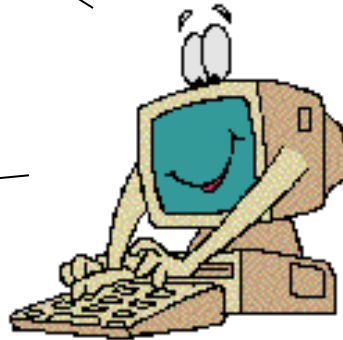
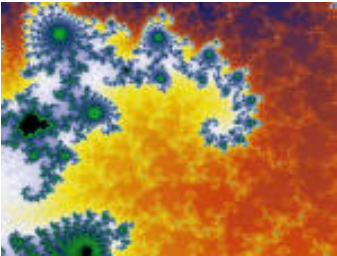
*Legge di Potenza*



## Non linearità e Soglie Critiche



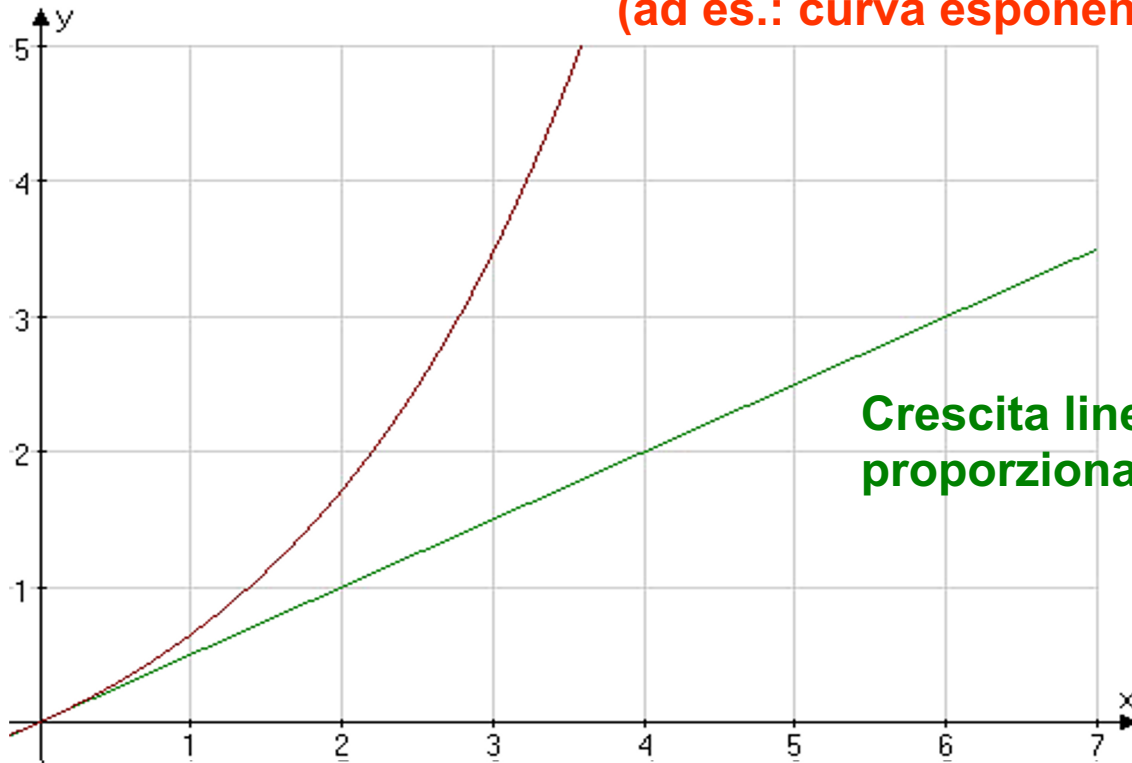
## Autosimilarità e Invarianza di Scala



**Proprietà tipiche  
dei sistemi complessi**

# Non linearità

Crescita non-lineare: l'effetto  $y$  non è più proporzionale alla causa  $x$  (ad es.: curva esponenziale)



Crescita lineare: l'effetto  $y$  è proporzionale alla causa  $x$



# Crescita Esponenziale: esempio 1

**Domanda1:** se si potesse piegare un **normale foglio di carta** (spesso circa 0.15mm) in due, poi di nuovo in due, e così via per **50 volte**, quale sarebbe lo **spessore finale** del foglio?



**Risposta lineare:** lo spessore di un elenco telefonico o al massimo l'altezza di un frigorifero

**Risposta non-lineare:** più della distanza tra la Terra e il Sole!!!

Infatti:  $(0.15\text{mm}) \times 2 \times 2 \times 2 \dots \times 2$  (50 volte)  
 $= 0.15\text{mm} \times 2^{50} = 169.000.000 \text{ Km}$



# Crescita Esponenziale: esempio 2

$t = 0$



$t = 1 \text{ ora}$



**Domanda2:** al tempo  $t=0$  in un barattolo ci sono solo **due pulci** che però **raddoppiano** di numero ogni secondo; se le pulci impiegano 1 ora esatta per riempire completamente il barattolo, quanto tempo impiegheranno a **riempirlo per metà?**



Risposta lineare:

**mezz'ora**

Risposta non-lineare:

**59 minuti e 59 secondi!**

# Crescita Esponenziale: esempio 3

**CORRIERE DELLA SERA** / LAVORO

I MODELLI SULL'EPIDEMIA

## Coronavirus a 12.462 contagi, l'analisi del fisico: «Crescita esponenziale che non si ferma»

Secondo il fisico Daniele Teresi dell'Università di Pisa, dal 1 marzo dai dati emerge una crescita esponenziale dei contagiati. Per questo servono misure drastiche. Se il «fattore di crescita» di 1,25 continuasse, lunedì i contagiati saliranno a circa 40 mila

## Coronavirus, crescita esponenziale in Spagna: 7.753 casi e 288 decessi, è il secondo Paese più colpito d'Europa

La Spagna ha registrato circa 2 mila nuovi casi di Covid-19 e oltre 100 morti nelle ultime 24 ore: è il secondo Paese con più alti contagi d'Europa

A cura di Antonella Petris | 15 Marzo 2020 17:05



Virus, la velocità del contagio in Francia e Germania è la stessa dell'Italia





# Crescita Esponenziale: esempio 3

## Coronavirus, la situazione in Italia

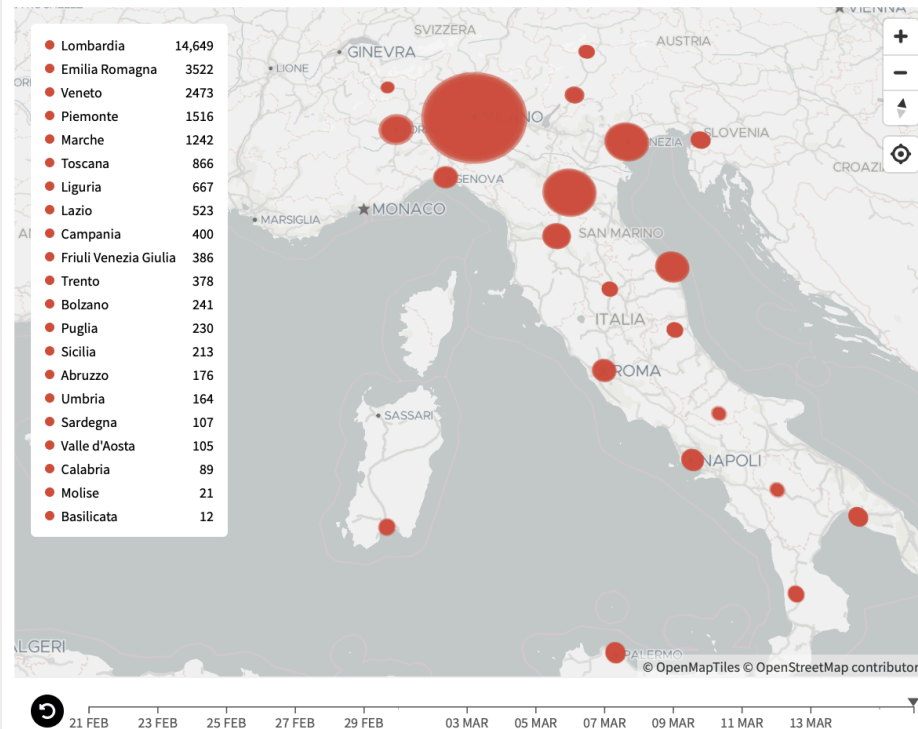
Aggiornato al 16 marzo 2020 alle ore 18.15 con le variazioni rispetto al giorno precedente



Dati del ministero della Salute

### I contagi in Italia per regione

Dati del ministero della Salute, aggiornati alle 18.40 del 16 marzo 2020



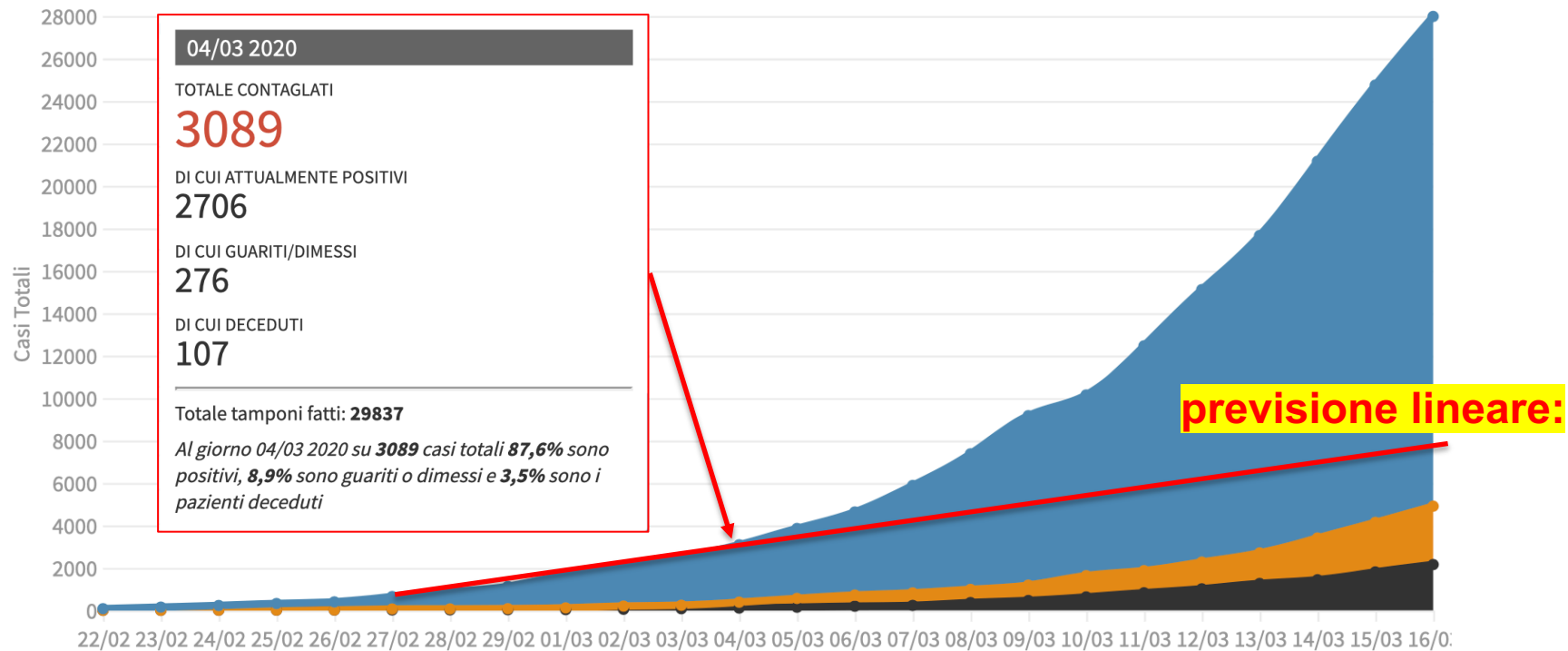
# Crescita Esponenziale: esempio 3

## I numeri complessivi

Dati del ministero della Salute, aggiornati alle 18.20 del 16 marzo 2020

Seleziona un dato solo

Deceduti    Guariti/Dimessi    Attualmente positivi



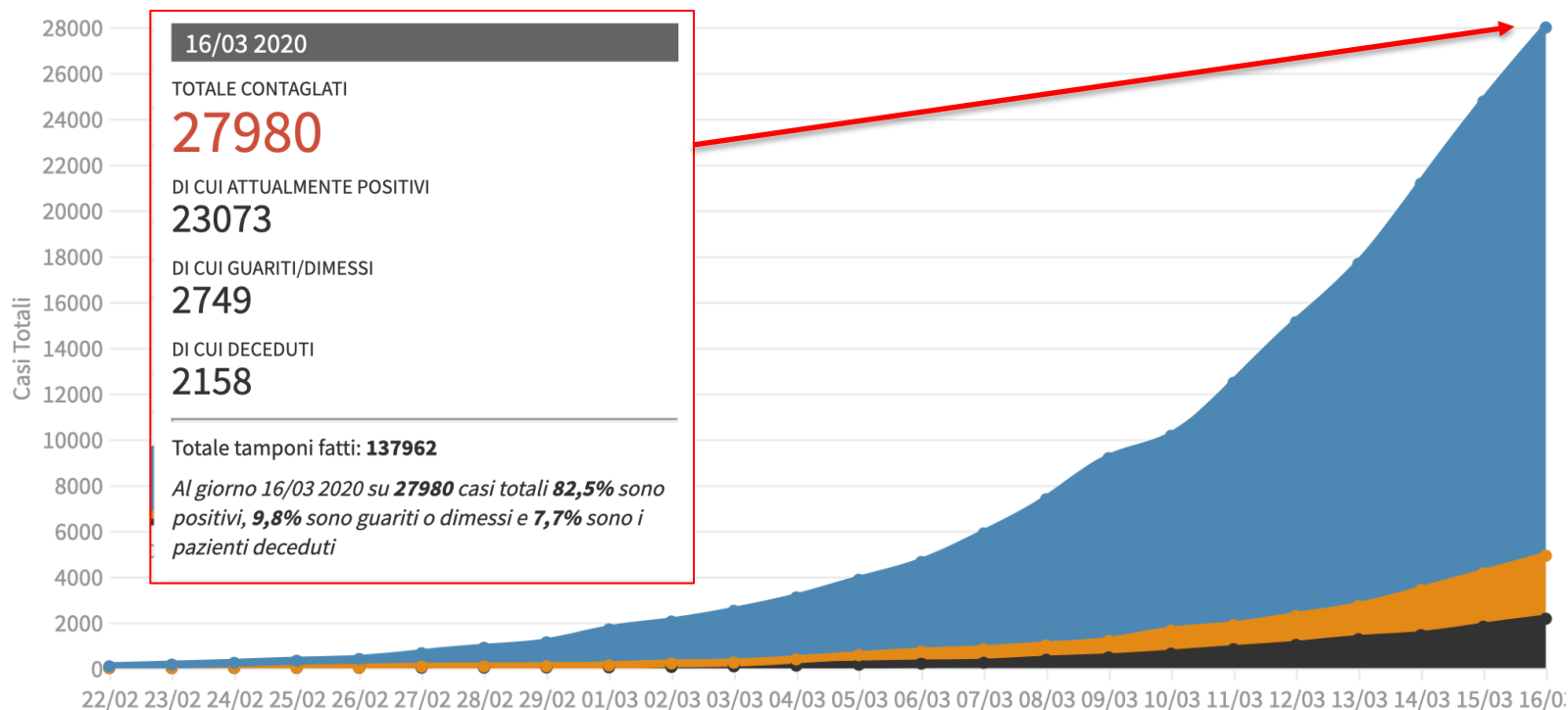
# Crescita Esponenziale: esempio 3

## I numeri complessivi

Dati del ministero della Salute, aggiornati alle 18.20 del 16 marzo 2020

Seleziona un dato solo

Deceduti    Guariti/Dimessi    Attualmente positivi





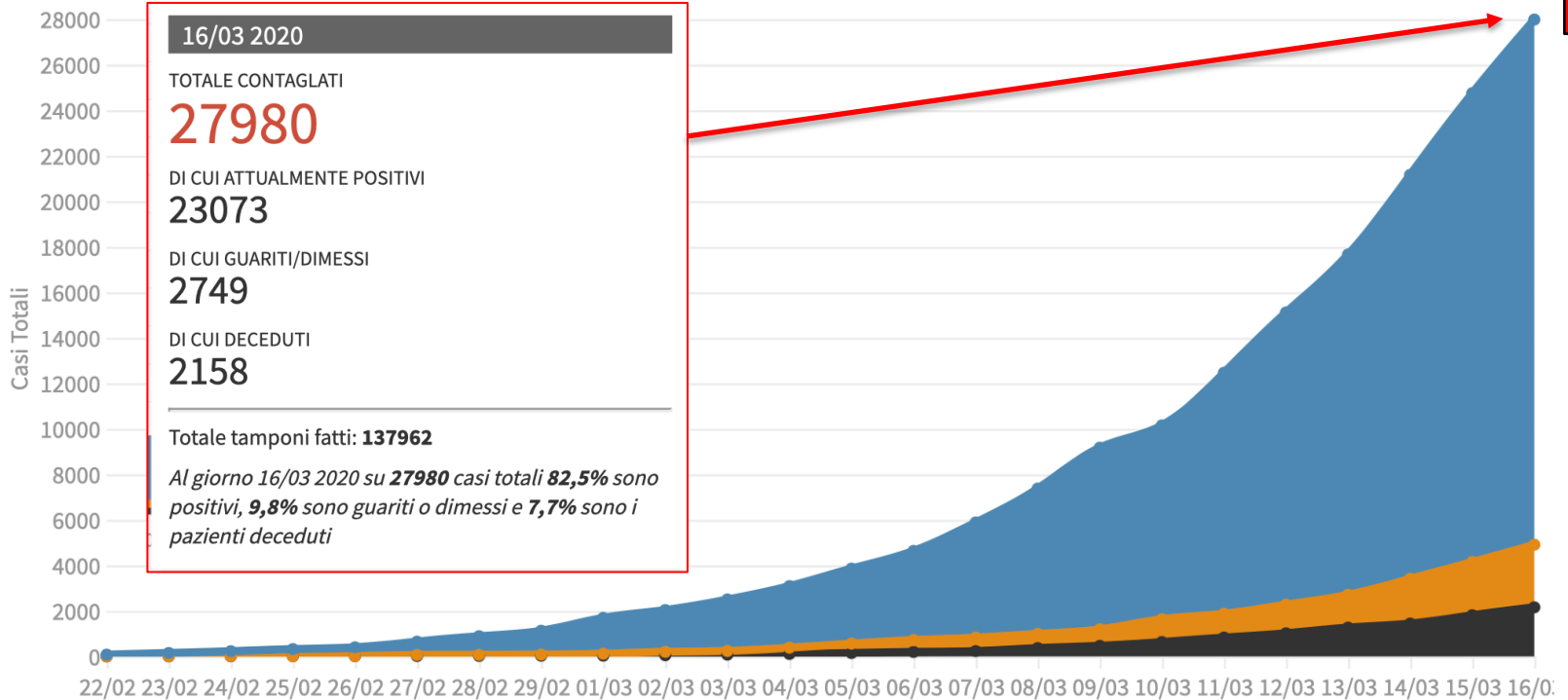
# La Crescita Esponenziale può proseguire illimitatamente?

## I numeri complessivi

Dati del ministero della Salute, aggiornati alle 18.20 del 16 marzo 2020

Seleziona un dato solo

■ Deceduti ■ Guariti/Dimessi ■ Attualmente positivi



# Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)

Modello di crescita [\[modifica\]](#)

Avendo supposto che il numero di individui di una popolazione sia una funzione continua del tempo  $N(t)$  che ammette derivata continua, si ha che l'incremento della popolazione al variare del tempo può essere rappresentato dalla derivata di  $N(t)$ , che in un modello elementare si può supporre direttamente proporzionale al numero di individui della popolazione stessa.

Si ha pertanto la seguente equazione differenziale:

$$\frac{d}{dt}N = rN(t)$$

con  $r$ : parametro di crescita malthusiana (tasso massimo di crescita della popolazione).

Pertanto se  $r$  è una costante la popolazione cresce in maniera esponenziale con pendenza dipendente da  $r$ .

Invece in un ambiente la cui disponibilità di risorse è limitata si può descrivere l'evoluzione della popolazione utilizzando un coefficiente  $r$  che decresce all'aumentare della popolazione: il modello più semplice è  $r(t) = a - bN(t)$  con  $a$  e  $b$  costanti. Sostituendo tale funzione nella precedente equazione differenziale si ottiene:

$$\frac{dN}{dt} = aN(t) - bN^2(t)$$

che può essere posta nella forma:

$$\frac{dN}{dt} = aN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

con  $K = \frac{a}{b}$  che è la cosiddetta popolazione massima sostenibile ed è uguale al parametro di crescita malthusiana.

Questa è l'equazione logistica di Verhulst.

Separando le variabili si ottiene:

$$\frac{1}{a} \int \left( \frac{1}{N} + \frac{b}{a - bN} \right) dN(t) = \int dt$$

risolvendo gli integrali, scegliendo come primitive quelle tali che  $N(t_0) = N_0$  e utilizzando le proprietà dei logaritmi si ottiene la soluzione:

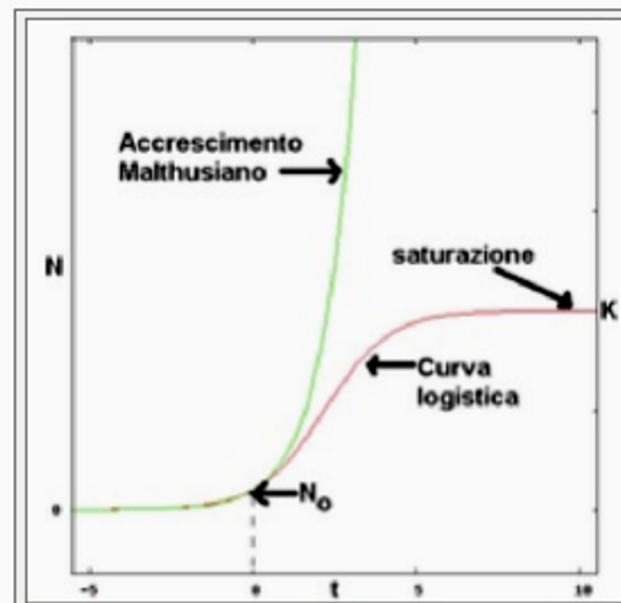
$$N(t) = \frac{k}{1 + \left(\frac{k}{N_0} - 1\right)e^{-a(t-t_0)}}$$

Si nota che a causa del sovraffollamento la popolazione non cresce più in maniera esponenziale ma converge al valore asintotico  $k$  indipendentemente da  $N_0$ .

## Mappa Logistica!

$$x_{n+1} = Ax_n(1 - x_n)$$

**$K$  = capacità di carico**



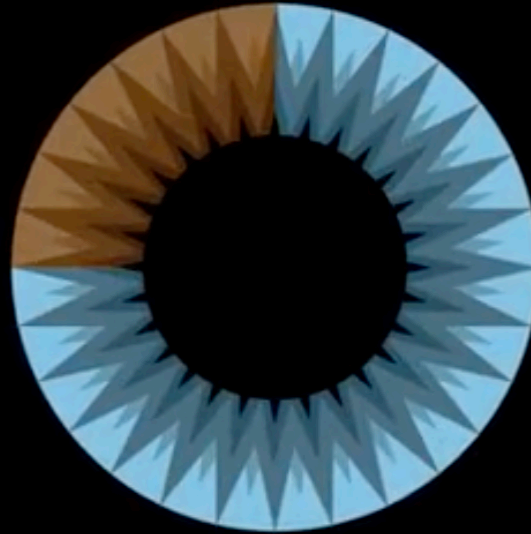
Confronto tra curva logistica e curva di accrescimento esponenziale (malthusiano). I parametri sono:  $k = 10, N_0 = 1, r = 1$

# Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)



YouTube<sup>IT</sup>

Cerca



3Blue1Brown



0:02 / 8:56



<https://www.youtube.com/watch?v=Kas0tIxDvrg>



# Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)



YouTube

Cerca



0:38 / 8:56



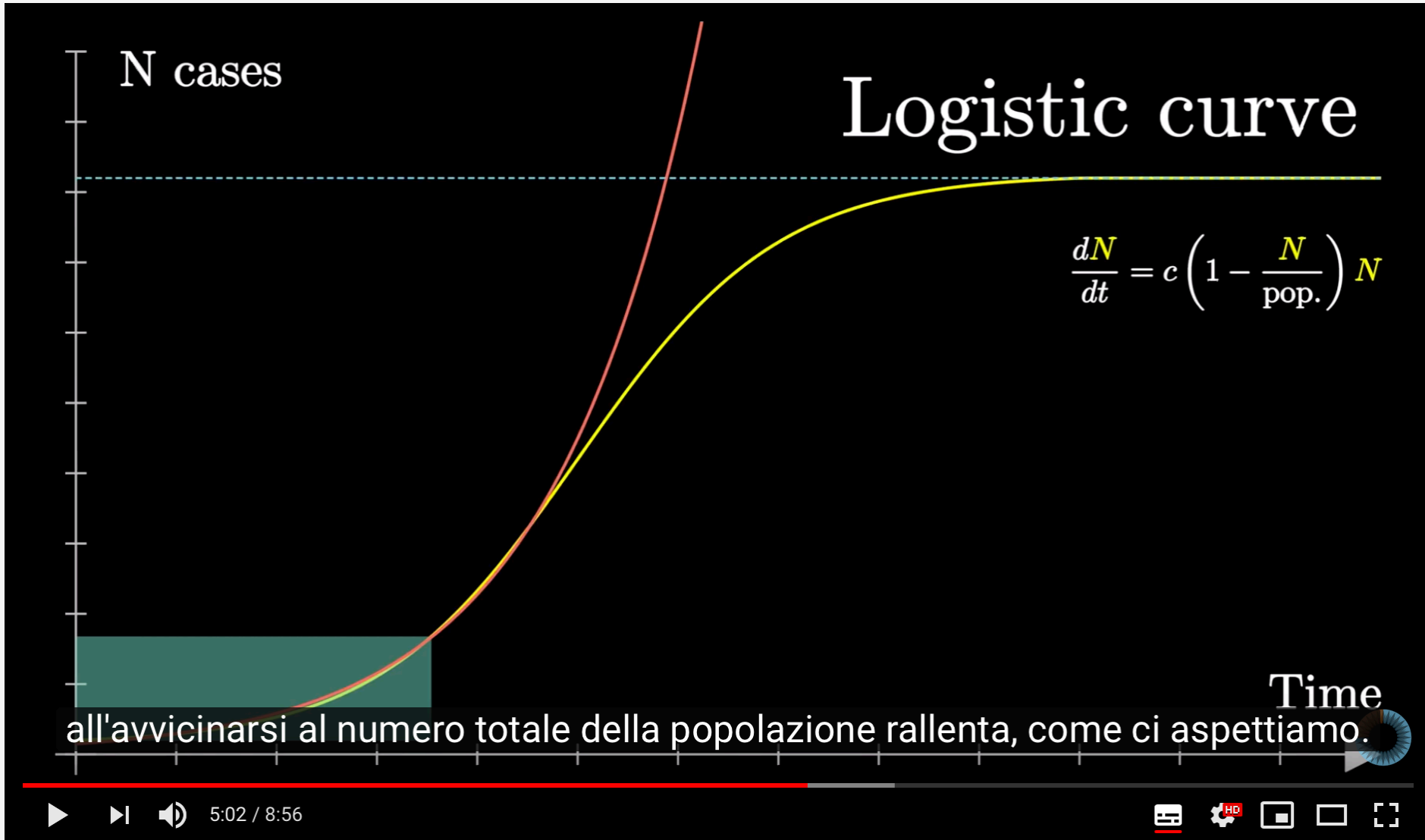
<https://www.youtube.com/watch?v=Kas0tIxDvrg>

# Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)



YouTube IT

Cerca



# Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)

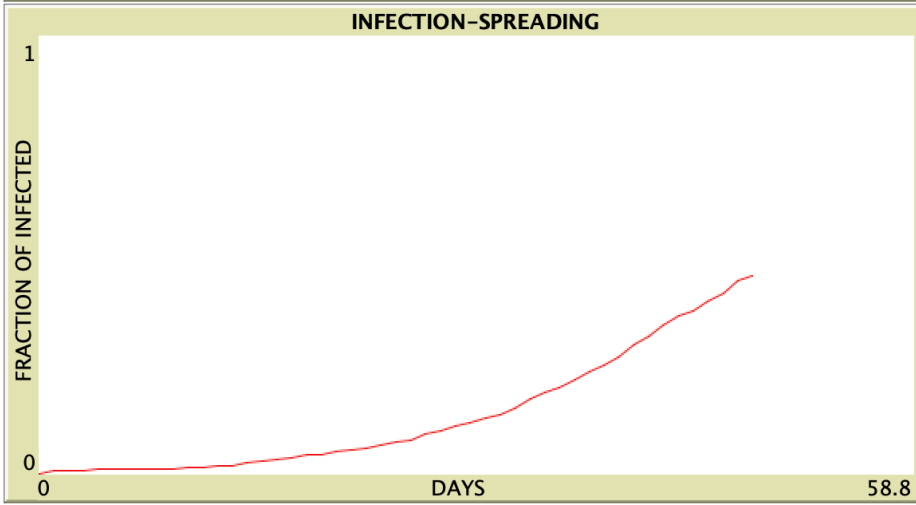
# NetLogo

<https://ccl.northwestern.edu/netlogo/>



SETUP	SETUP-NEW	<input type="range"/>	tot-population	500
		<input type="range"/>	infection-probability	0.20
START SIMULATION		<input type="range"/>	%isolated-individuals	0 %
		<input type="range"/>	fraction-long-range-travels	1.0
START EPIDEMICS IN A REGION		<input type="range"/>	treshold-travels-intensity-paz0	0.10

DAY N. 42	Infected individuals = 169
DAY N. 43	Infected individuals = 180
DAY N. 44	Infected individuals = 186
DAY N. 45	Infected individuals = 197
DAY N. 46	Infected individuals = 207
DAY N. 47	Infected individuals = 220
DAY N. 48	Infected individuals = 227

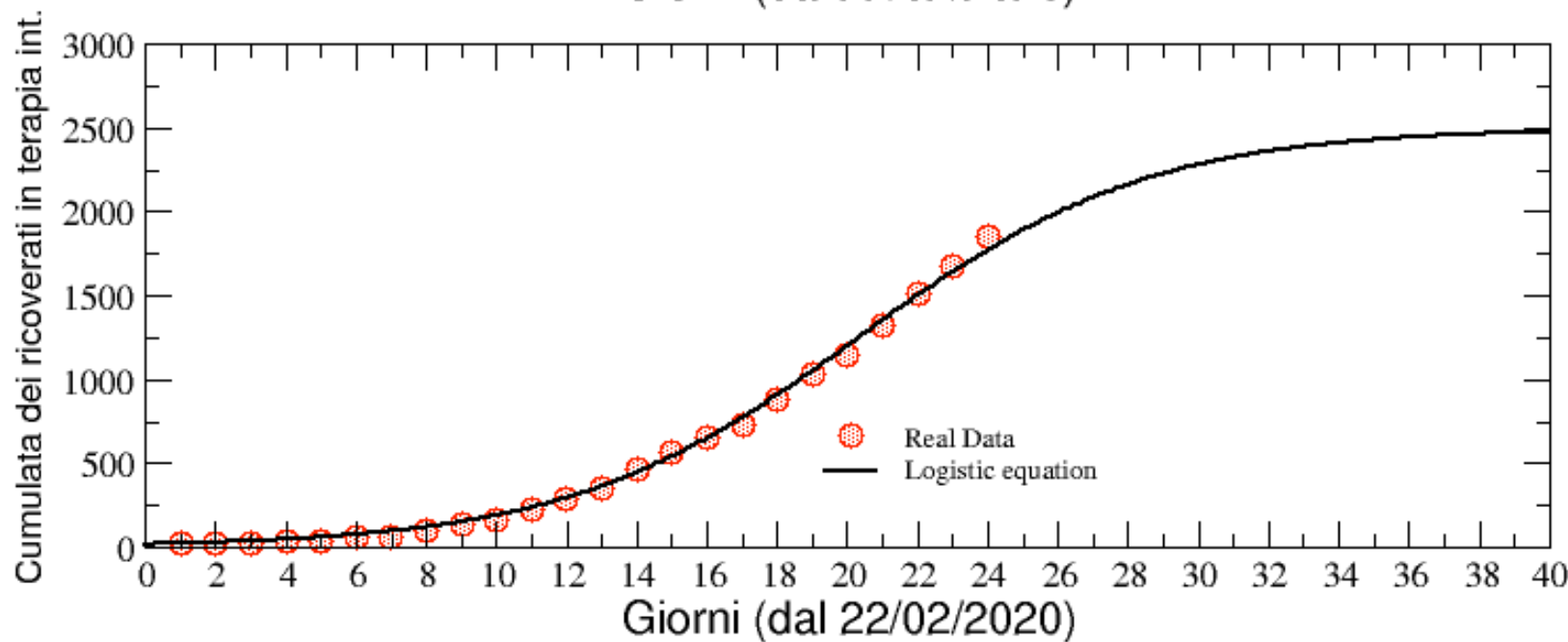
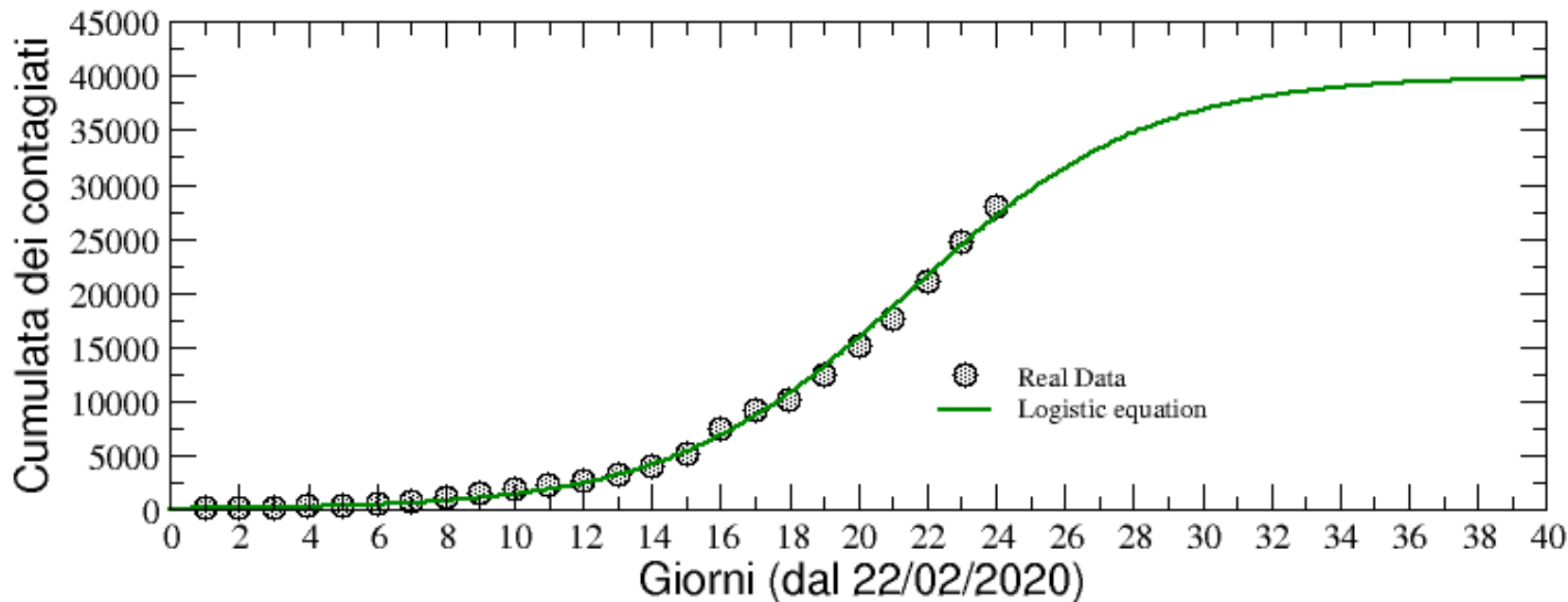


HIDE/SHOW MAP	
ISOLATE A REGION	
ISOLATE INDIVIDUALS	
hours	days
8	48
tot-fraction-infected	
0.458	

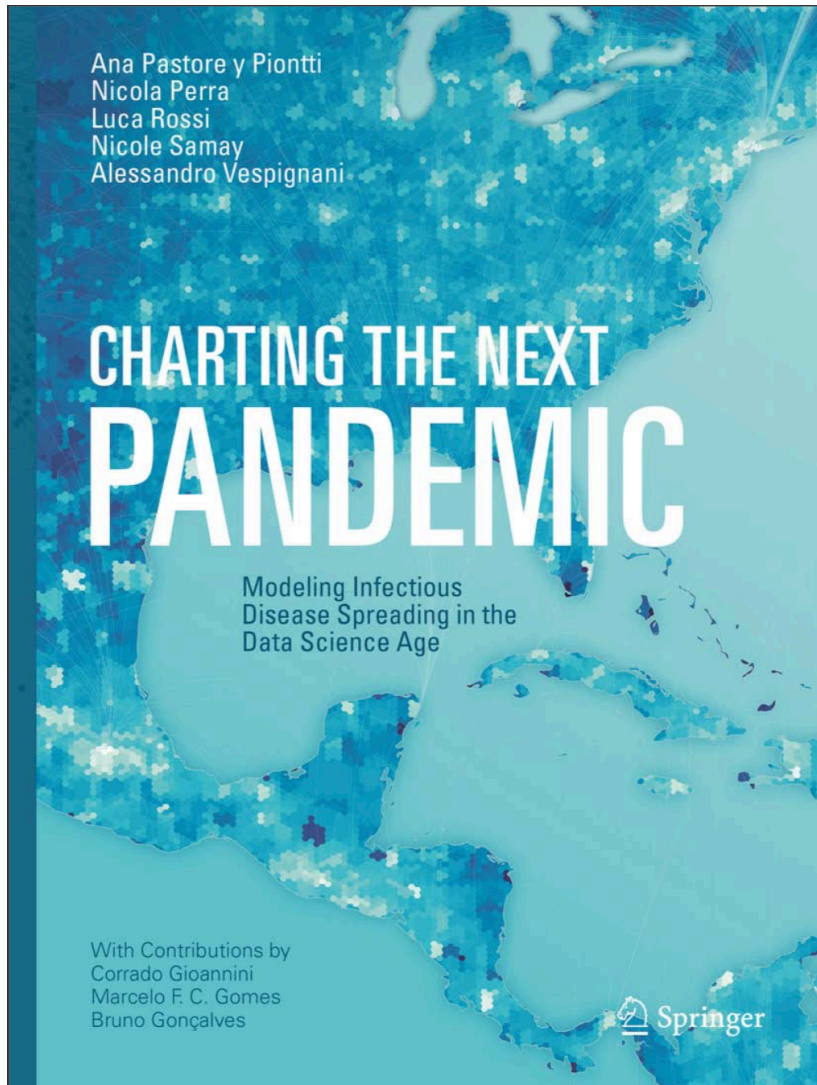
<input type="range"/>	individuals-size	10
<input type="range"/>	individual-velocity	2.0

# Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)





# Letture consigliate sulla diffusione delle epidemie....



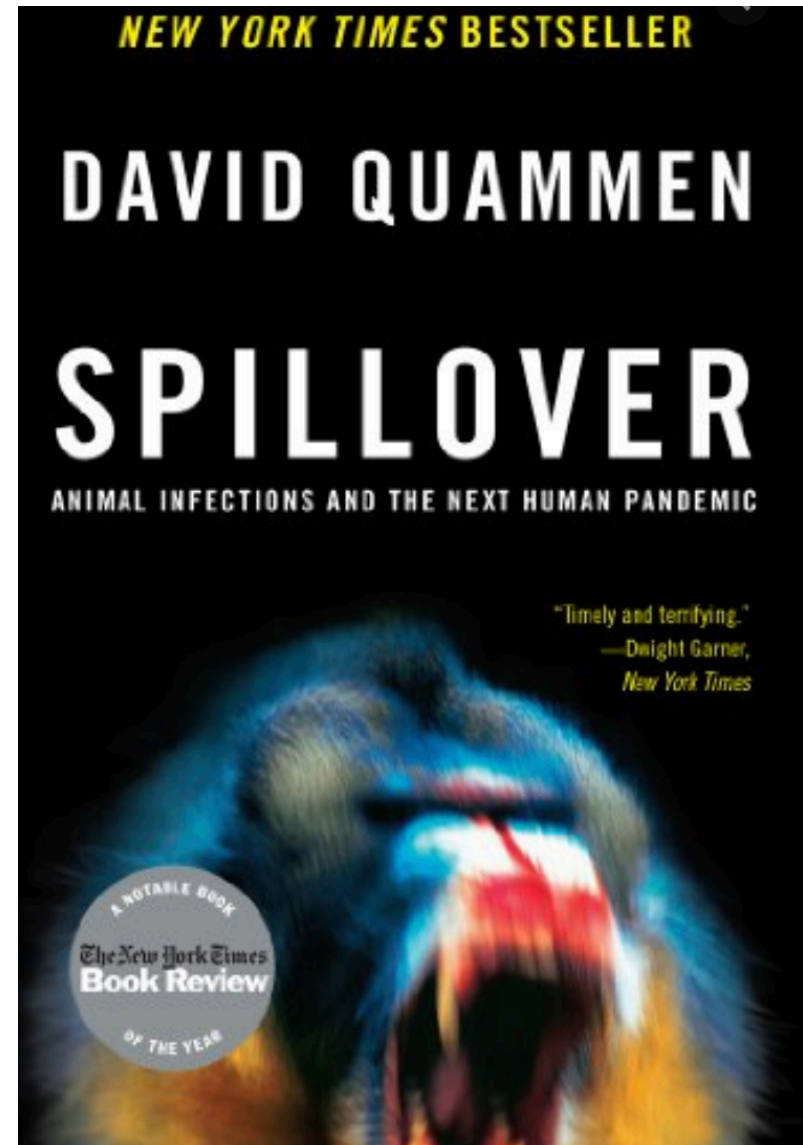
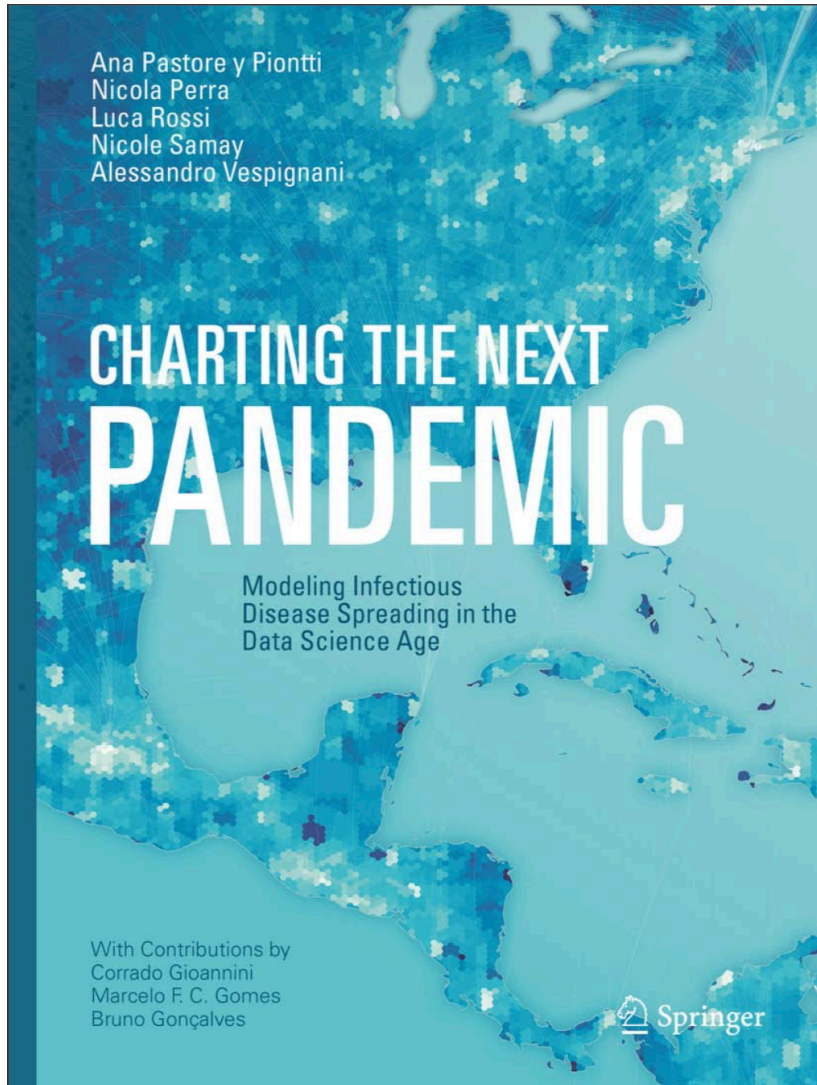
TOP NEWS / PRIMO PIANO

## Matematica contro il virus: il lavoro della task force di Boston guidata da Vespignani

Un nuovo approccio basato sulle relazioni tra le persone e la loro tracciabilità online, uno scienziato italiano che coordina il gruppo di lavoro. E un team internazionale

<https://www.lastampa.it/topnews/primo-piano/2020/03/15/news/matematica-contro-il-virus-il-lavoro-della-task-force-di-boston-guidata-da-vespignani-1.38596407>

# Letture consigliate sulla diffusione delle epidemie....

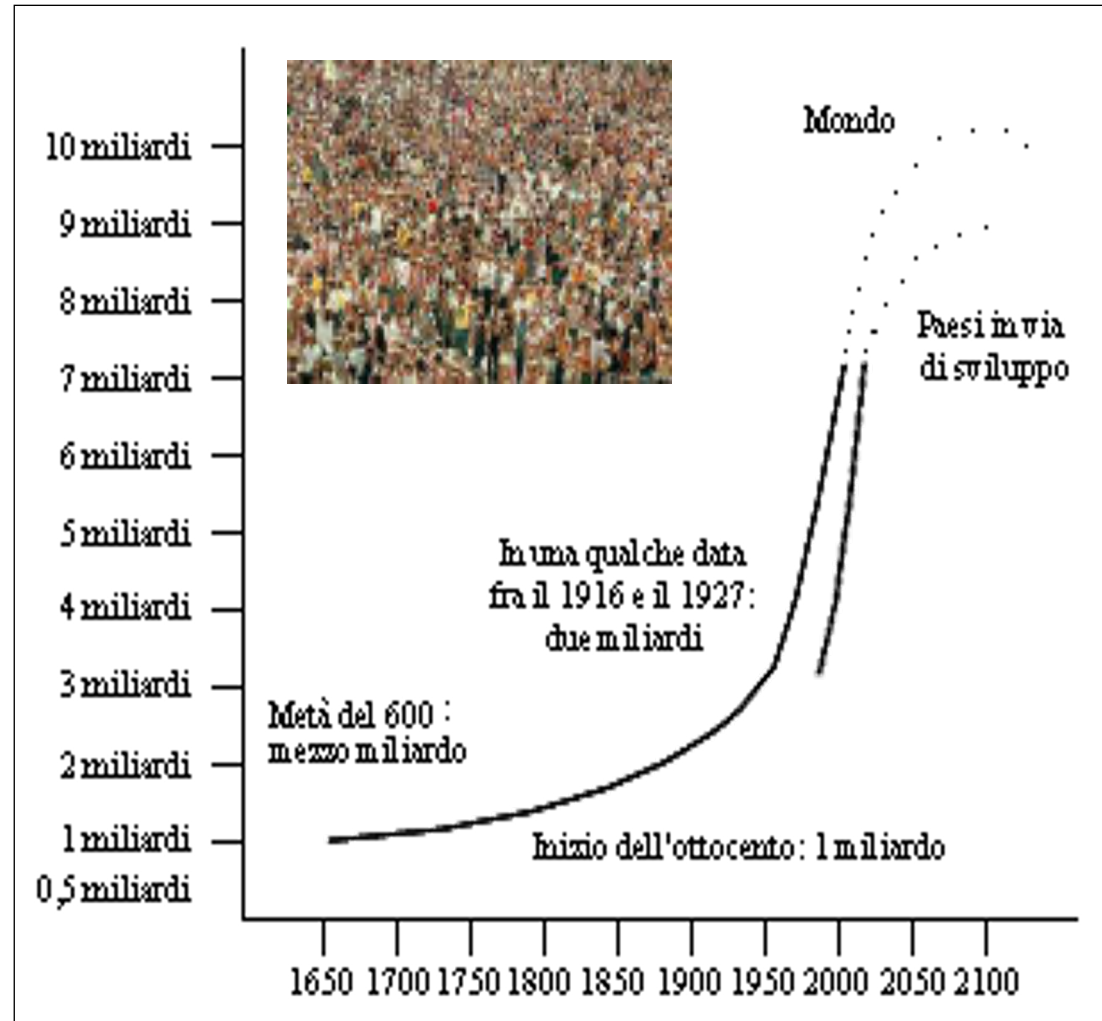




# Non linearità dinamiche: crescita della popolazione terrestre

## Esponenziale o Logistica?

Se non l'abbiamo già superata, ci stiamo sicuramente avvicinando alla capacità di carico del pianeta...



# Oltre i limiti dello sviluppo: ci avviciniamo ad un punto critico?



Quattro possibili modi di avvicinamento della popolazione mondiale alla capacità di carico del pianeta

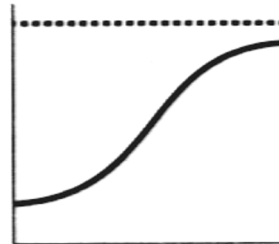
(simulazioni "Mondo 3" - MIT e Club di Roma)



## MALTHUS

*Si ha crescita continua se*

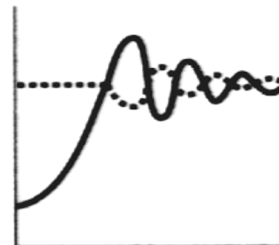
- i limiti fisici sono molto lontani; *oppure*
- i limiti fisici crescono anch'essi con andamento esponenziale.



## VERHULST

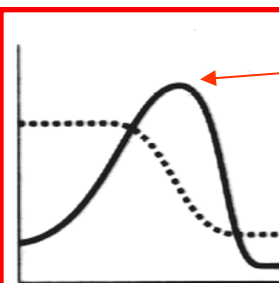
*Si ha crescita sigmoide se*

- i segnali provenienti dai limiti fisici sono precisi, istantanei e hanno risposte immediate; *oppure*
- la popolazione o l'economia si limitano senza bisogno di segnali dall'esterno.



*Si ha superamento e oscillazioni se*

- i segnali o le risposte sono ritardati; *oppure*
- i limiti non possono essere erosi o sono in grado di recuperare presto gli effetti dell'erosione.



*Si ha superamento e collasso se*

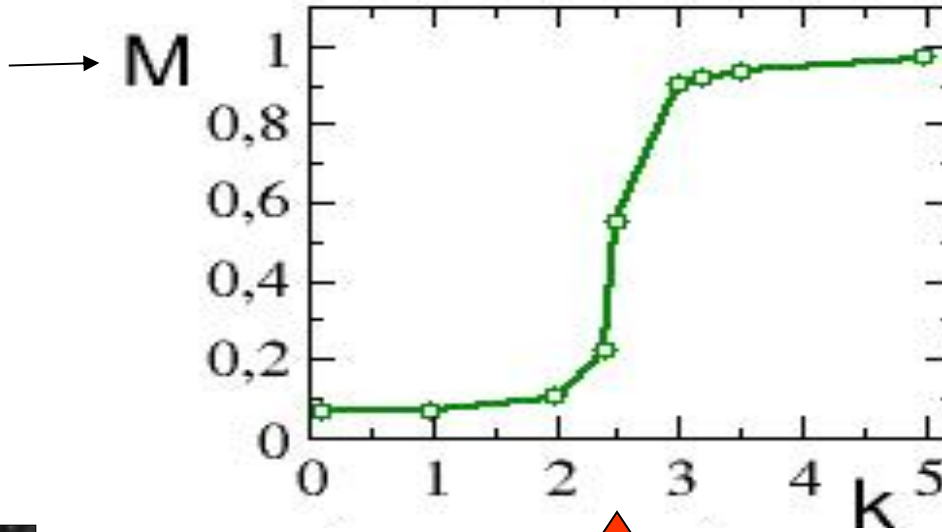
- i segnali o le risposte sono ritardati; *oppure*
- i limiti possono essere erosi (subire una degradazione irreversibile quando vengono superati)



# Non linearità e Soglie critiche

I sistemi non lineari di solito non cambiano gradualmente ma attraversano delle **SOGLIE CRITICHE** dopo le quali la loro **struttura** (nello spazio) e/o il loro **comportamento** (nel tempo) cambia drasticamente...

parametro  
d'ordine



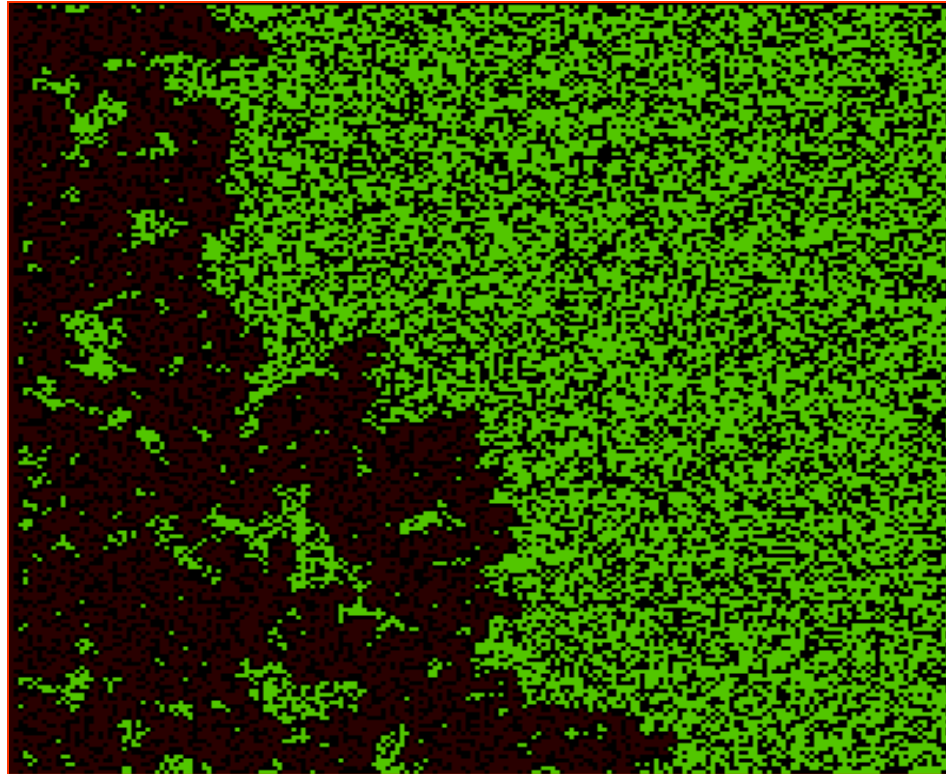
parametro di  
controllo



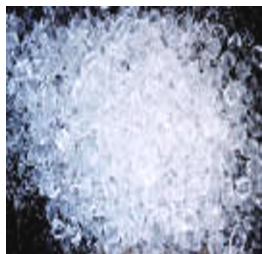
La teoria delle  
Catastrofi

Punto Critico

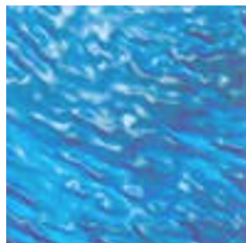
# Soglie critiche nella propagazione degli incendi



# Soglie critiche in Fisica

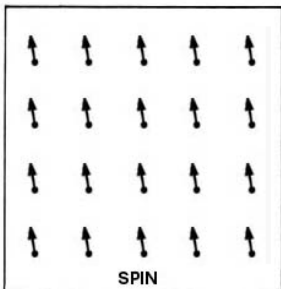


Ghiaccio

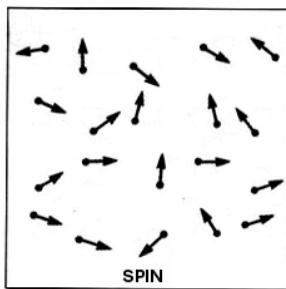


Acqua

TEMPERATURA CRITICA

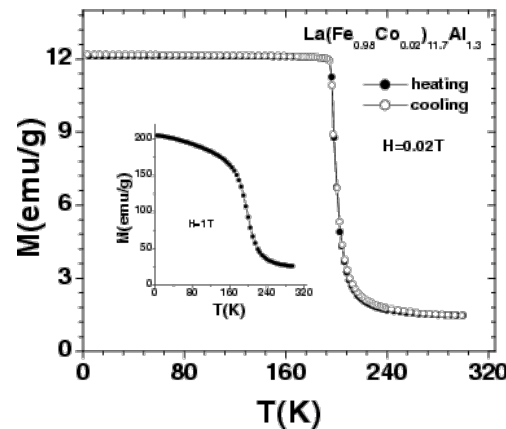
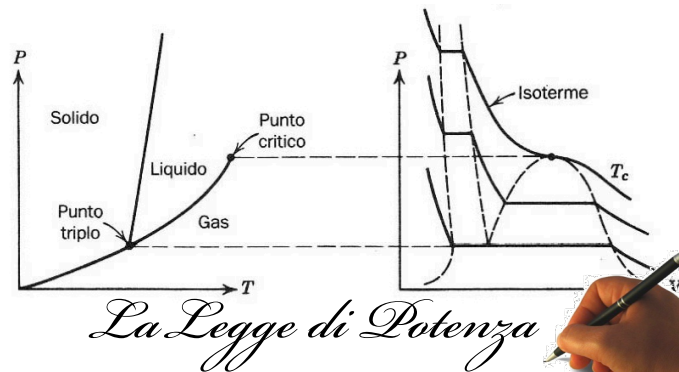
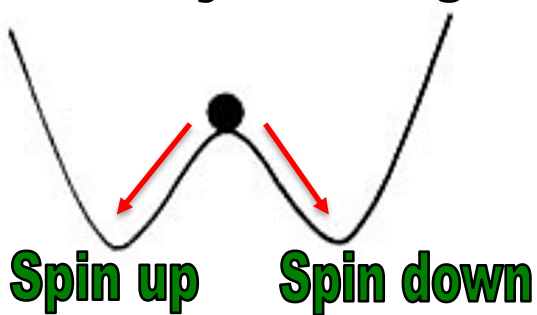


Magnete ordinato



Magnete disordinato

Simmetry breaking

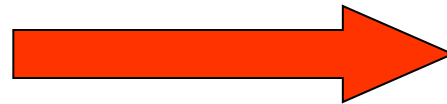
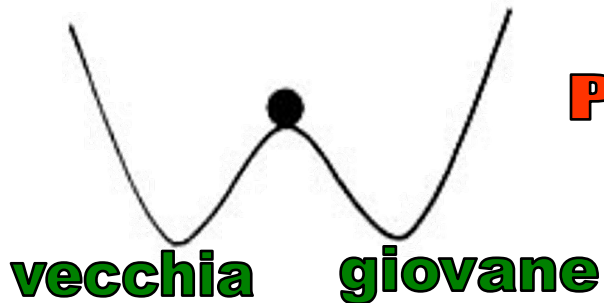


# Soglie critiche nella Percezione



giovane o vecchia?

indecisione...



Punto Critico

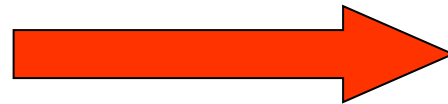




# Soglie critiche nella risoluzione di problemi

Come prosegue questa sequenza?

**U, D, T, Q, C, S, S ... ?**  
**1 2 3 4 5 6 7**



**Punto Critico**

**LETTERE**

**PENSIERO VERTICALE**

# Soglie critiche nella risoluzione di problemi

Come prosegue questa sequenza?

**U, D, T, Q, C, S, S, O**  
**1 2 3 4 5 6 7 8**



**LETTERE**



**NUMERI**

**PENSIERO VERTICALE**

# Soglie critiche nella risoluzione di problemi

Come prosegue questa sequenza?

**U, D, T, Q, C, S, S, O**  
**1 2 3 4 5 6 7 8**

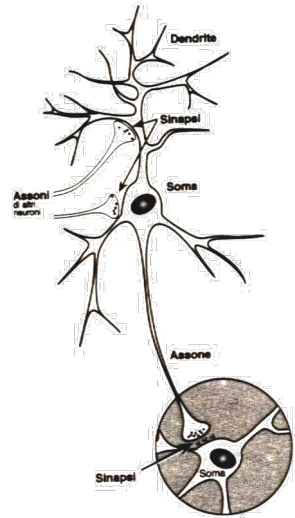


**NUMERI**

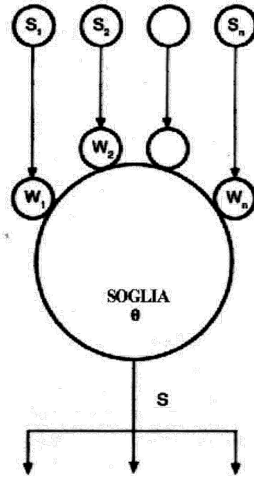
**PENSIERO LATERALE**

# Reti Neuronali e Vetri di Spin

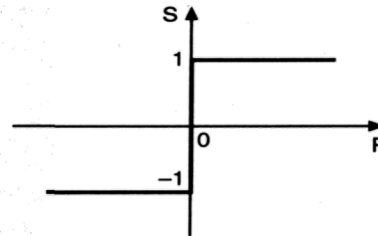
Neurone reale



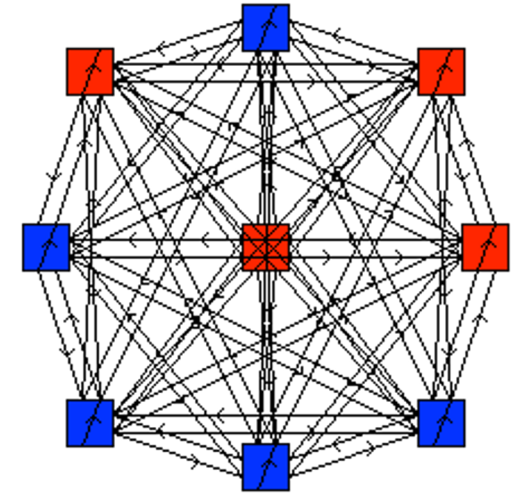
Neurone artificiale



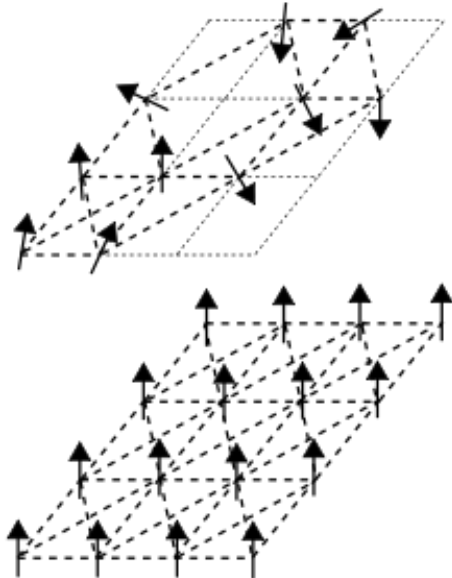
Soglia di attivazione non-lineare



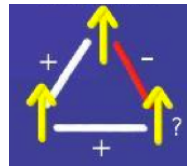
Rete neurale di Hopfield



Vetro di Spin (Spin Glass)



“frustrazione”



Landscape Energetico: un modello di Memoria Associativa

