



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

ALESSANDRO PLUCHINO HOME PAGE

DIPARTIMENTO DI
FISICA E ASTRONOMIA "ETTORE MAJORANA"



HOME BIO PUBLICATIONS TEACHING BOOKS ET AL

HIGHLIGHTS

The 20th First Annual
Ig Nobel Prize Ceremony
Thursday, September 30, 2010 / 7:30 PM
Sanders Theater, Harvard University
Tickets: \$65, \$30, and \$15. Student tickets: \$34 and \$21.
This year's theme: **Bacteria**

ALESSANDRO PLUCHINO
LA FIRMA DELLA COMPLESSITÀ
UNA PASSEGGIATA AL MARGINE DEL CAOS

Talent vs Luck
The Role of Randomness in Success and Failure
ACS



Welcome to the
Alessandro Pluchino HOME PAGE

Associate Professor of Theoretical Physics
Mathematical Models and Methods

alessandro.pluchino@ct.infn.it
alessandro@pluchino.it

RESEARCH TOPICS

EVENTS

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CATANIA
MARCO GAPPATO
Alessandro Pluchino
**Democrazia a Sorte:
la sorte della democrazia**

More Adventures
IG Nobel TOUR
THIS IS





UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

ALESSANDRO PLUCHINO HOME PAGE

DIPARTIMENTO DI
FISICA E ASTRONOMIA "ETTORE MAJORANA"



HOME BIO PUBLICATIONS TEACHING BOOKS ET AL

LAUREA TRIENNALE IN FISICA (L-30)

CORSO DI SISTEMI DINAMICI, CAOS E COMPLESSITA'

6CFU, Secondo Semestre A.A.2019-2020

Slides delle Lezioni del Prof. A.Pluchino

Programma 2019-2020

LEZIONE 01: Introduzione alla nuova Scienza della Complessità (12/03/2020)

Alessandro Pluchino

**Dipartimento di Fisica e Astronomia
dell'Università di Catania**

Simulare la Complessità

**Punti Critici, Reti e Leggi di Potenza:
Introduzione alla nuova scienza
dei Sistemi Complessi**

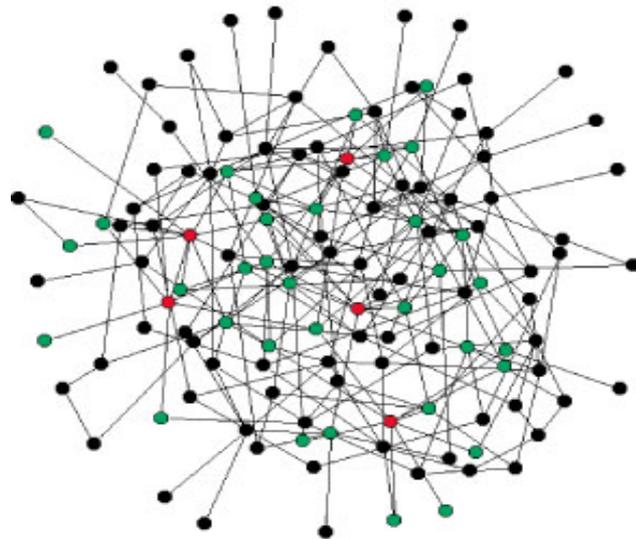


Due possibili descrizioni di un sistema complesso

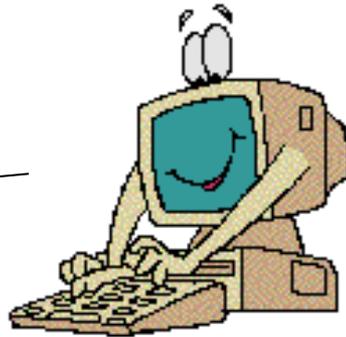
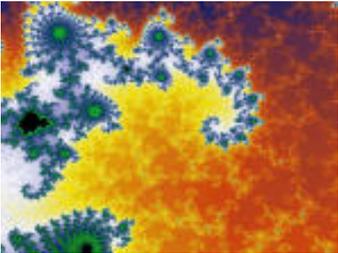
Da un punto di vista dinamico è possibile descrivere un sistema complesso come un insieme costituito da numerosi elementi, detti anche “agenti” (particelle, cellule, piante, animali, individui, opinioni, automobili, etc...), che interagiscono tra loro di solito in maniera non lineare spostandosi all’interno di un certo spazio (reale o virtuale) e secondo certe regole:



Da un punto di vista topologico (cioè se ci interessa invece sapere “chi interagisce con chi”) è anche possibile descrivere un sistema complesso come una rete (network) costituita da un certo numero di nodi (particelle, cellule, piante, animali, individui, opinioni, automobili, etc...) collegati tra loro per mezzo di links che esprimono delle relazioni tra i nodi:



Autosimilarità e Invarianza di Scala



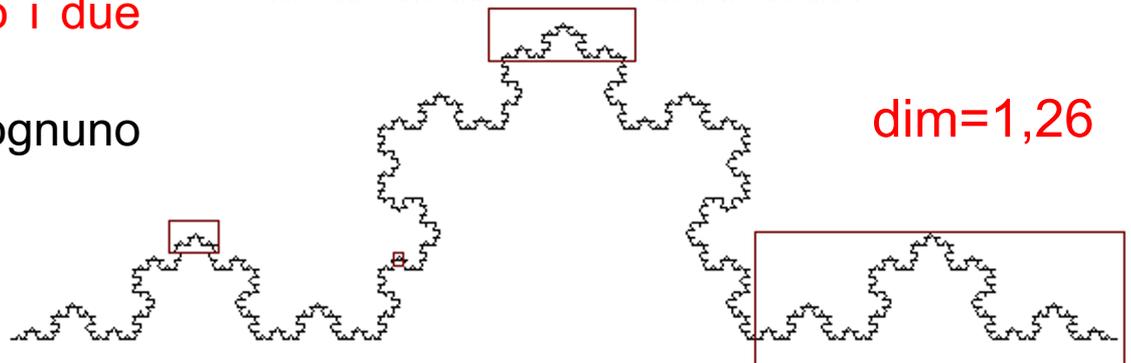
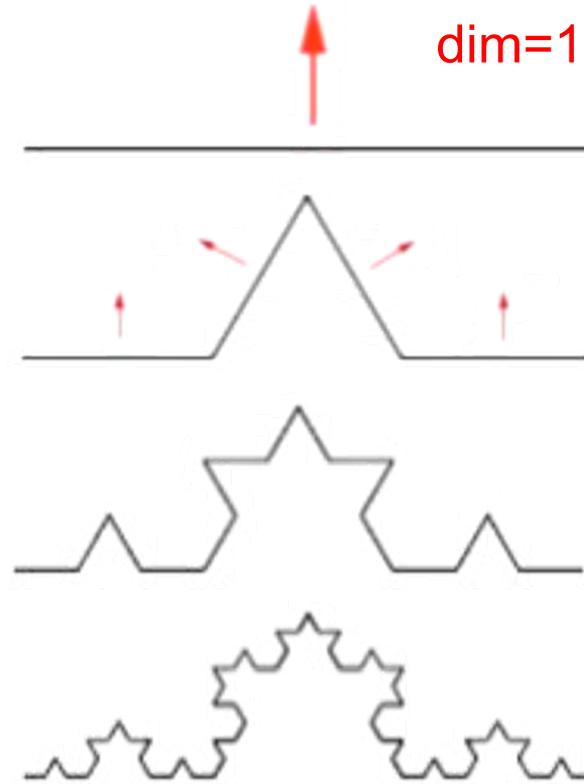
**Proprietà tipiche
dei sistemi complessi**

Autosimilarità negli oggetti frattali

La curva di Koch

Procedura di generazione della curva di Koch a partire da un segmento:

1. dividere il segmento in tre segmenti uguali;
2. cancellare il segmentino centrale, sostituendolo con due segmenti ad esso identici che costituiranno i due lati di un triangolo equilatero;
3. tornare al punto 1 per ognuno degli attuali segmenti.



L'insieme di Mandelbrot

. $P_0 \rightarrow$ successione
divergente

$$P_0 = x + i y$$

$$Z_0 = 0$$

$$Z_1 = Z_0^2 + P_0$$

$$Z_2 = Z_1^2 + P_0$$

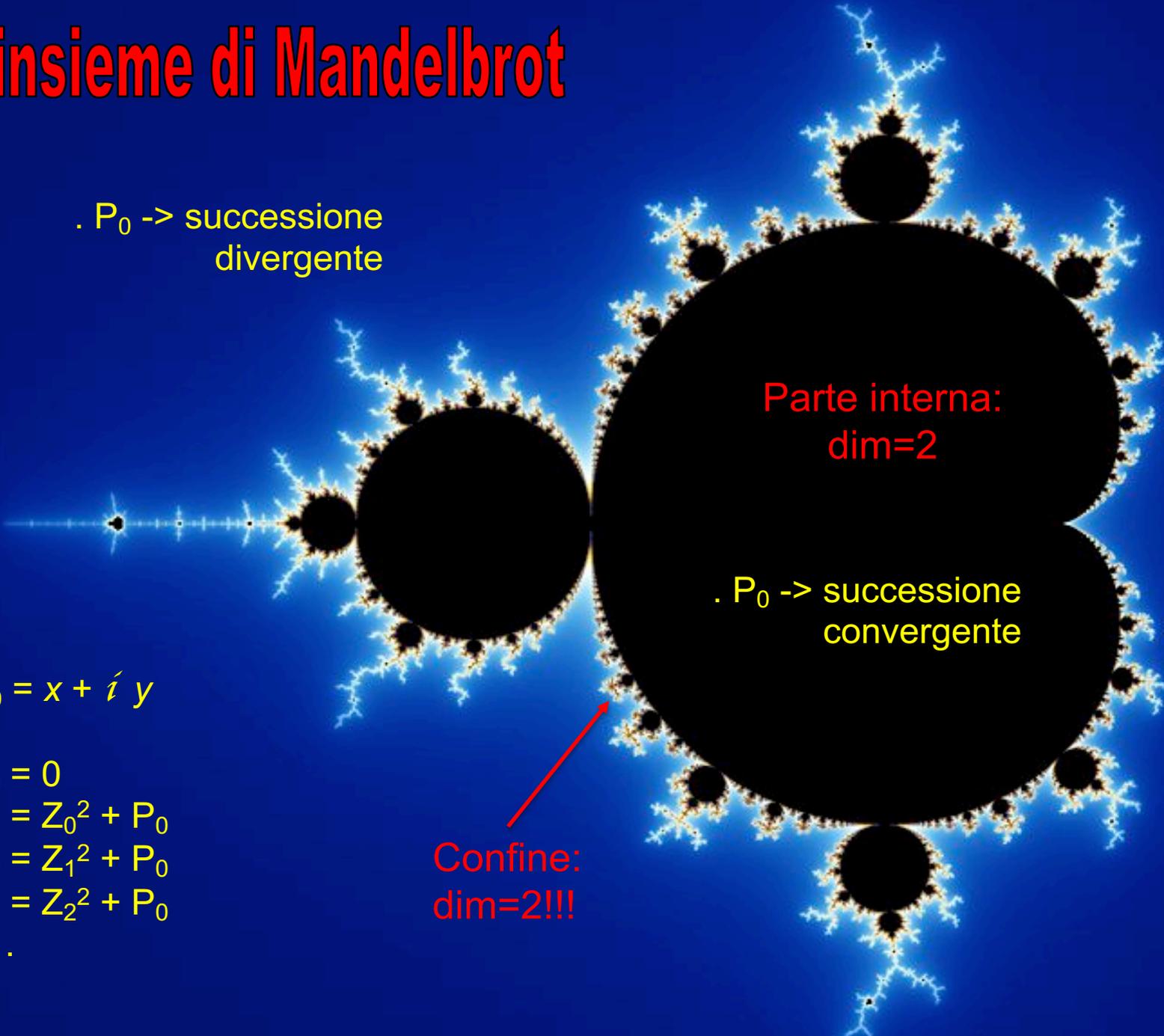
$$Z_3 = Z_2^2 + P_0$$

...

Parte interna:
dim=2

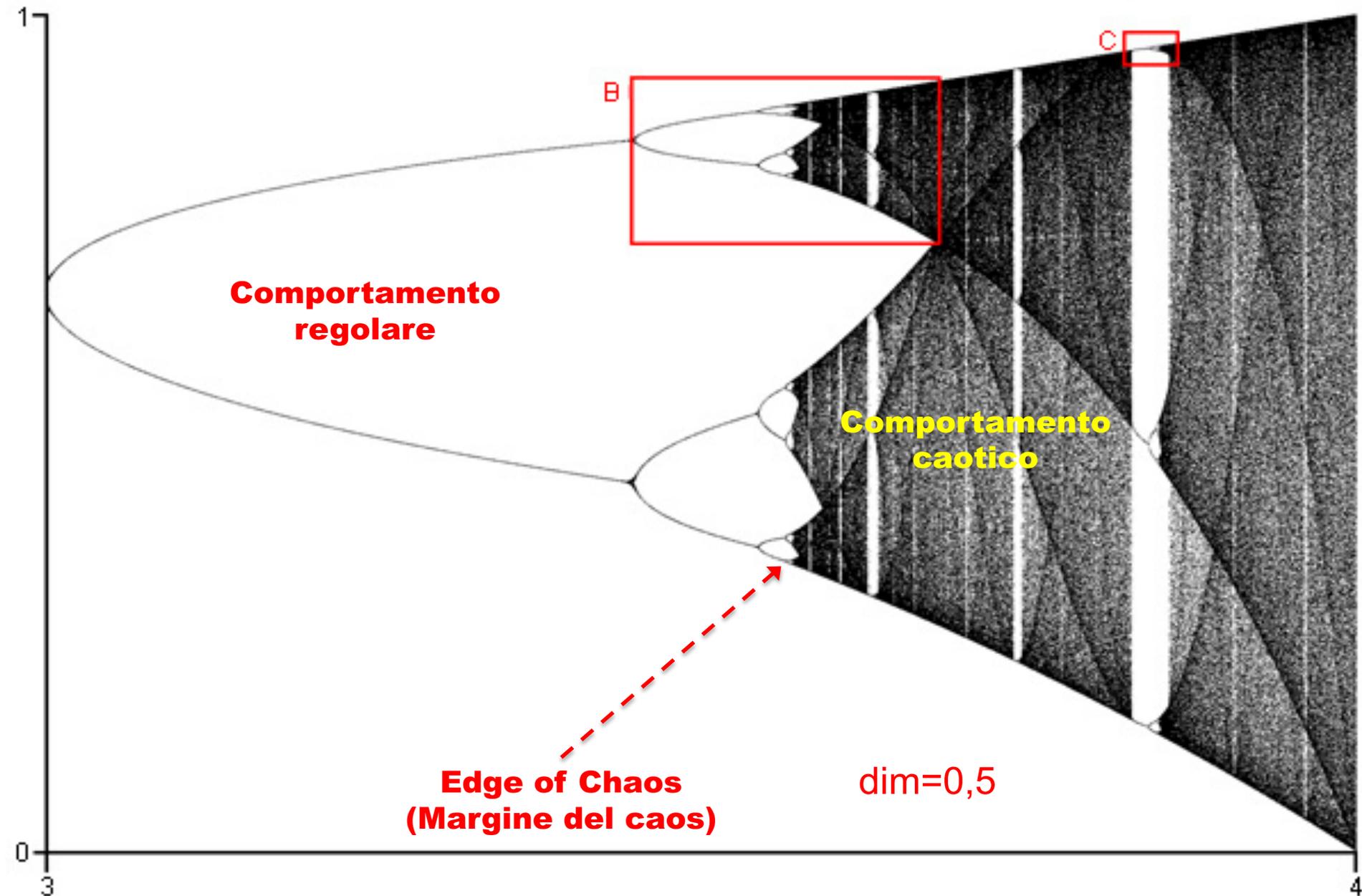
. $P_0 \rightarrow$ successione
convergente

Confine:
dim=2!!!

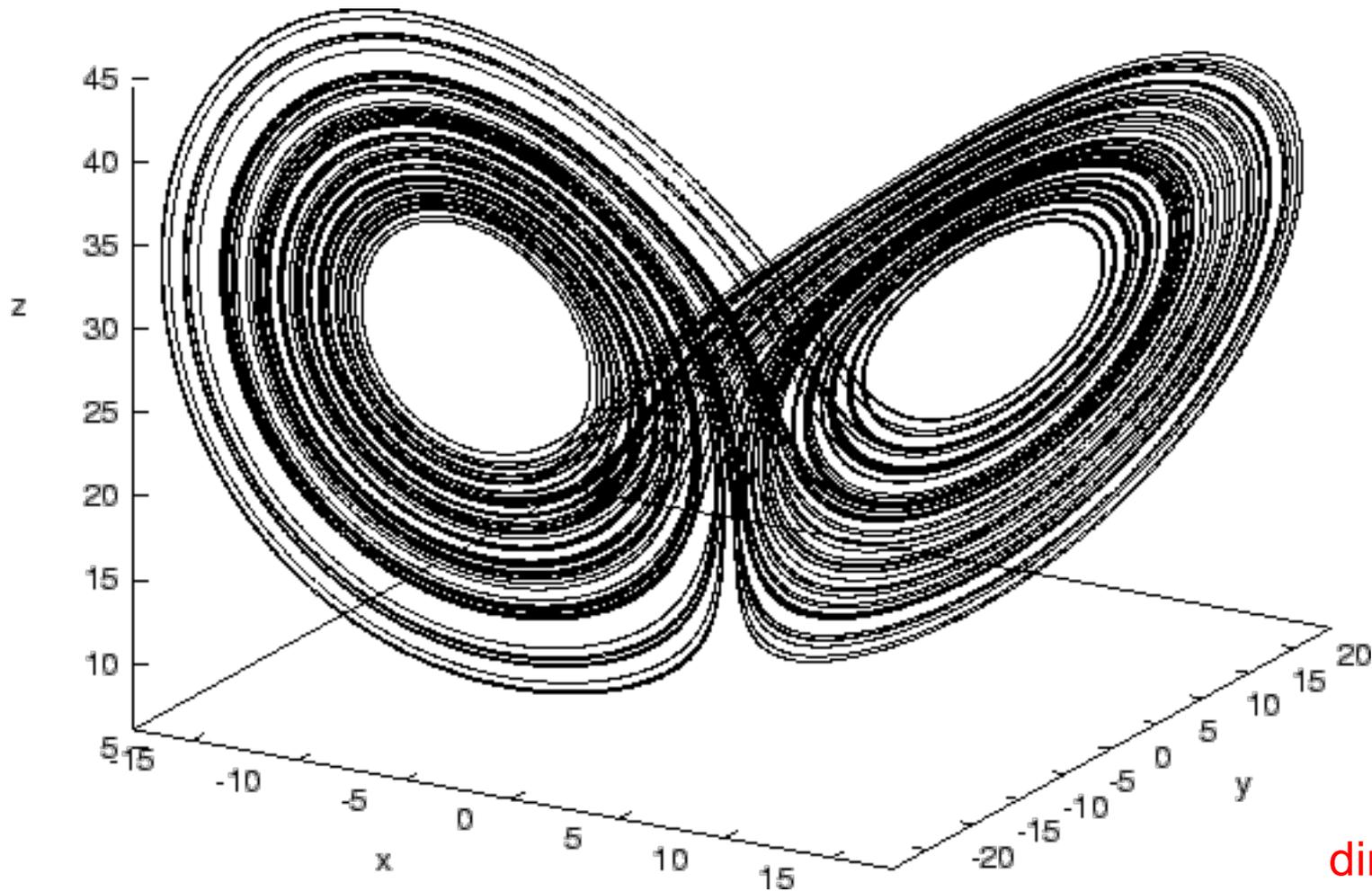
The image shows the Mandelbrot set, a fractal boundary in the complex plane. It consists of a large central black region with a highly intricate, self-similar, and fractal boundary. The boundary is composed of many smaller, similar black regions, each with its own fractal boundary. The background is a bright blue gradient. A red arrow points from the text 'Confine: dim=2!!!' to the fractal boundary of the set.



Autosimilarità e caos in una dimensione: la Mappa Logistica



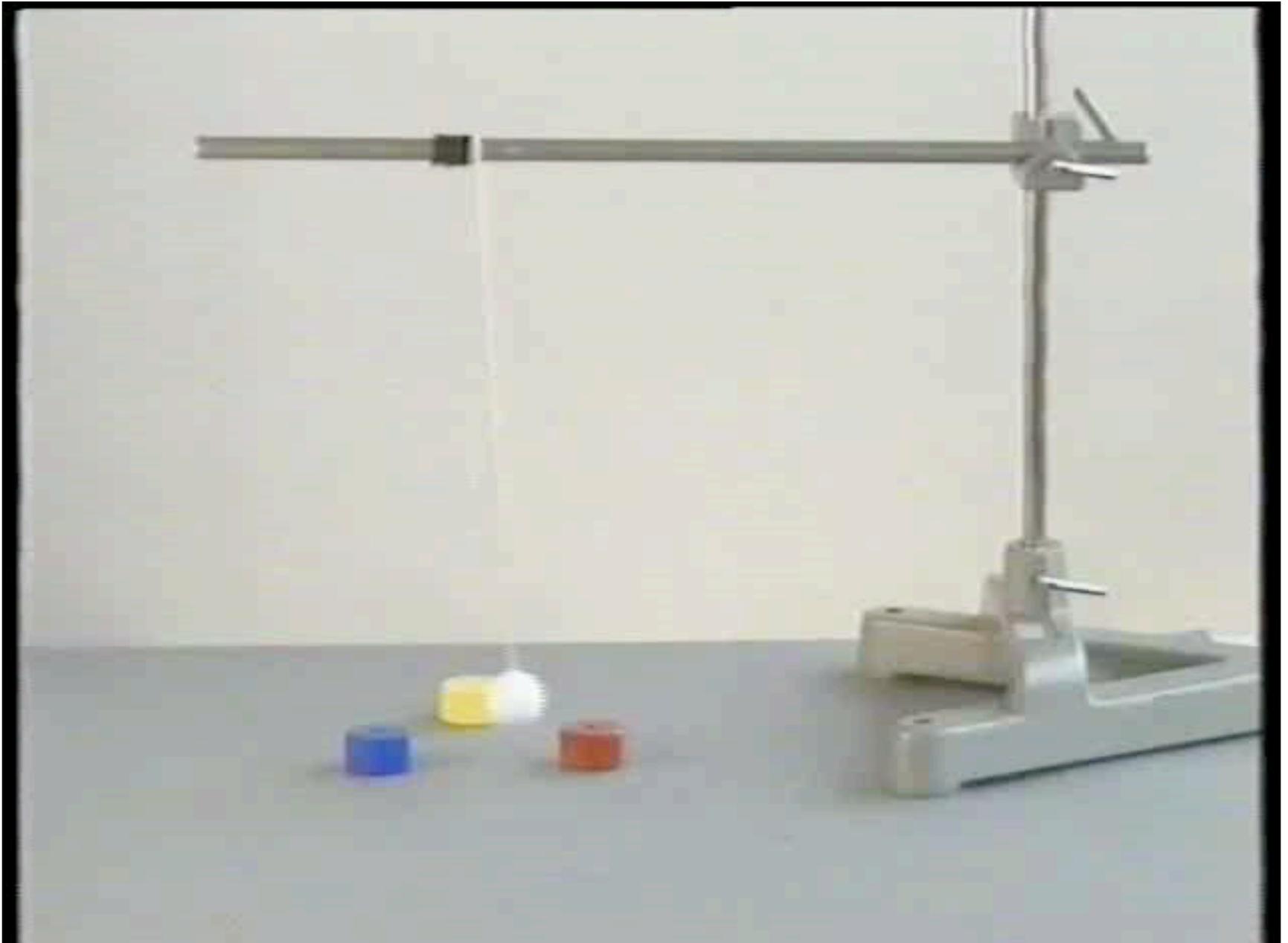
Autosimilarità e caos in 3 dimensioni: l'Attrattore di Lorenz

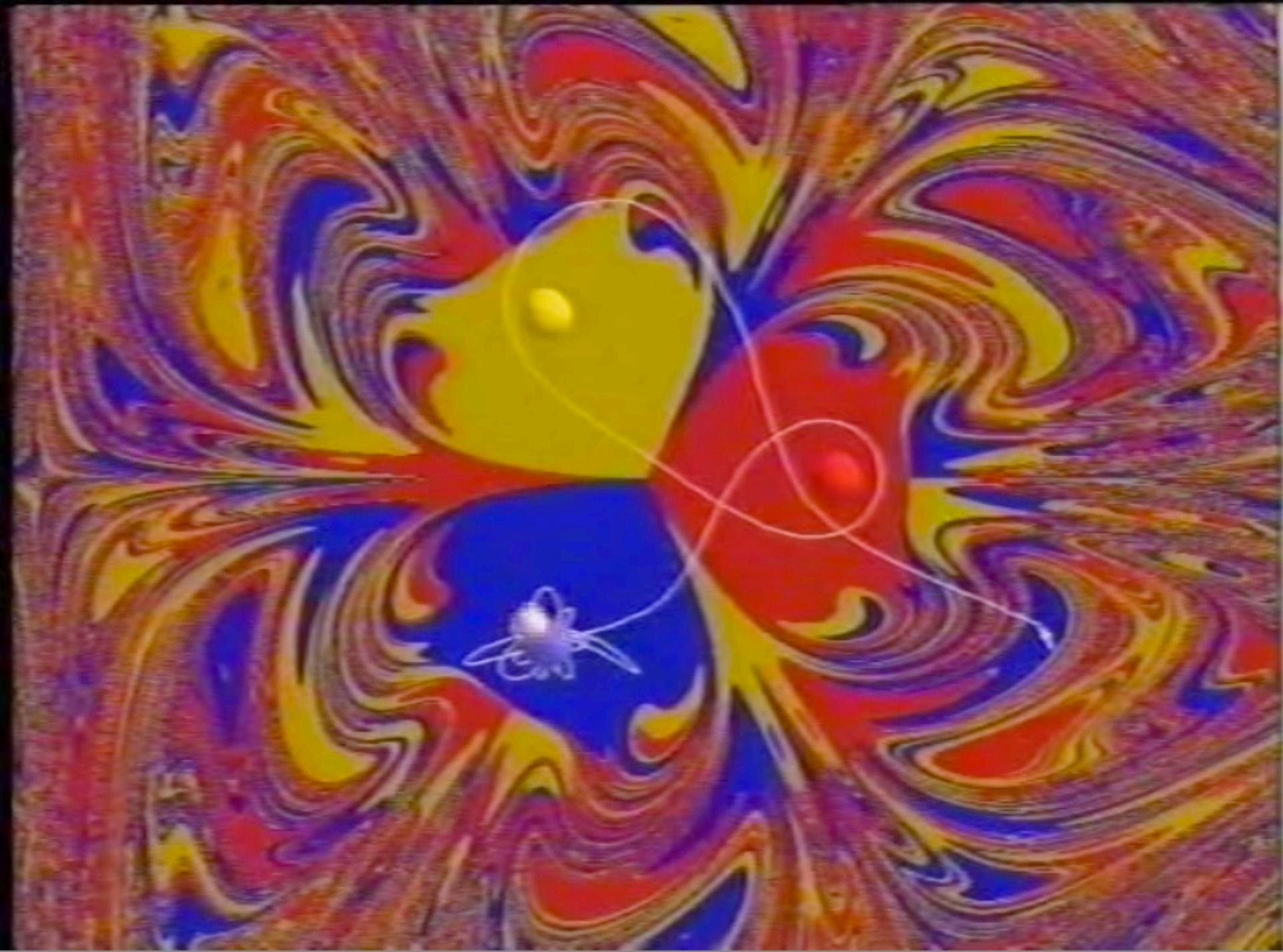


$$\begin{aligned}x' &= 10(y - x) \\y' &= -xz + 13x - y \\z' &= xy - (8/3)z\end{aligned}$$

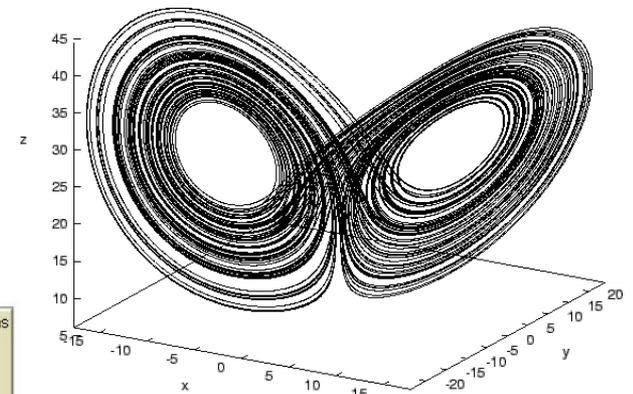
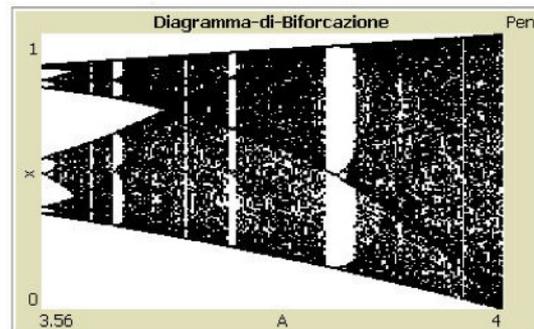
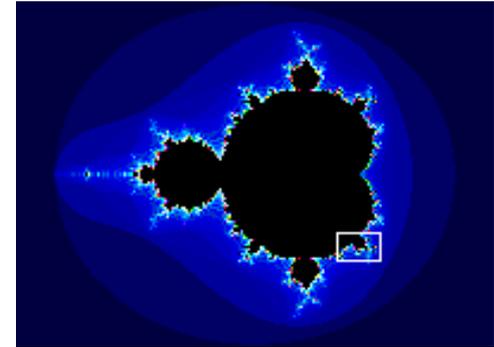
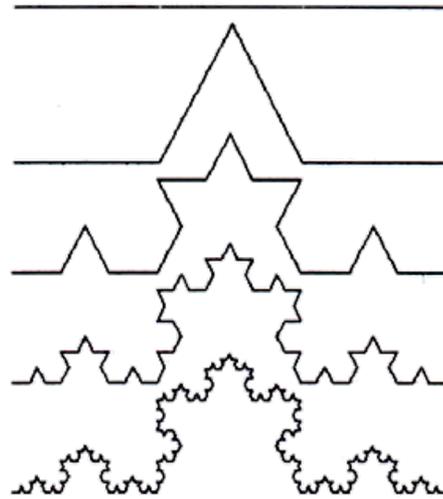
dim=2,06

Autosimilarità e Attrattori : il Pendolo Caotico





**Ma esiste
una 'firma'
matematica
dell'autosimilarità
e dell'invarianza
di scala?**



PICCOLA DIGRESSIONE STATISTICA...

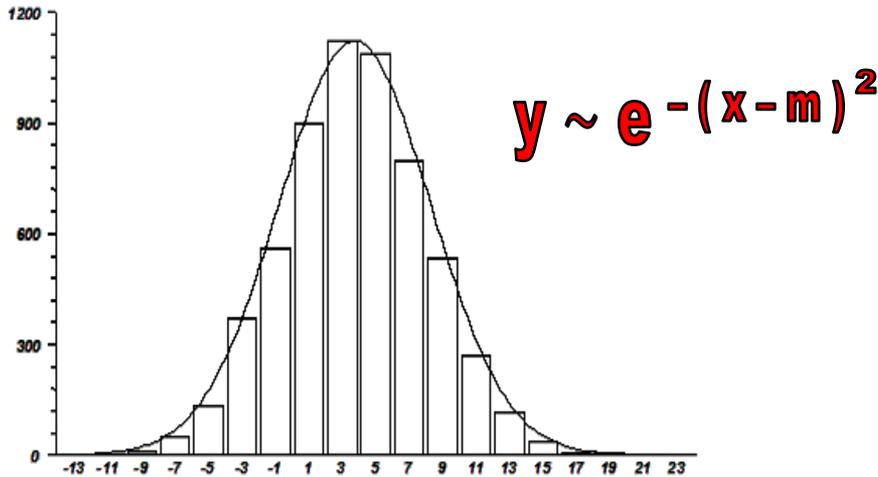
Qual'è la forma della distribuzione dell'altezza o del peso in una popolazione?



Qual'è la forma della distribuzione della ricchezza in una popolazione?

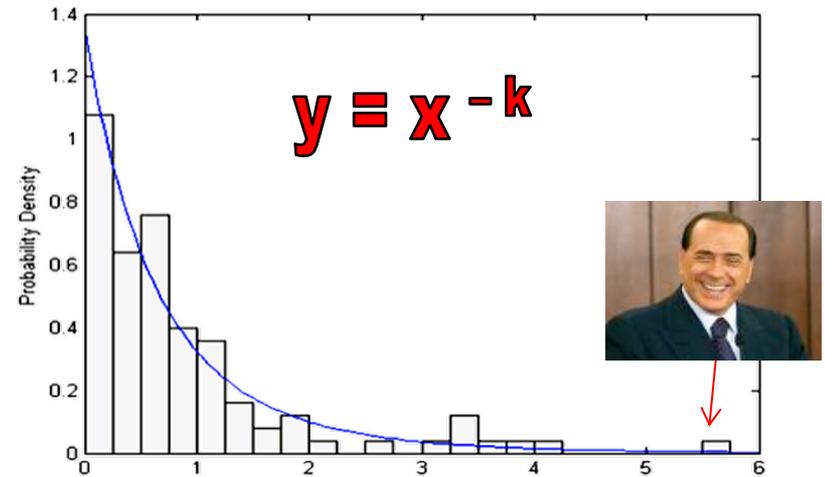


La curva Gaussiana



Esiste una dimensione tipica
(la "media")

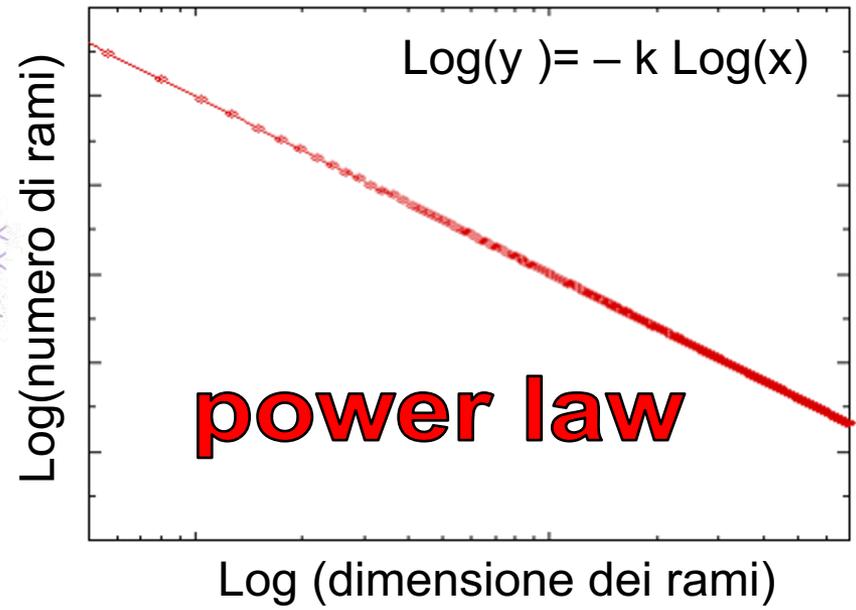
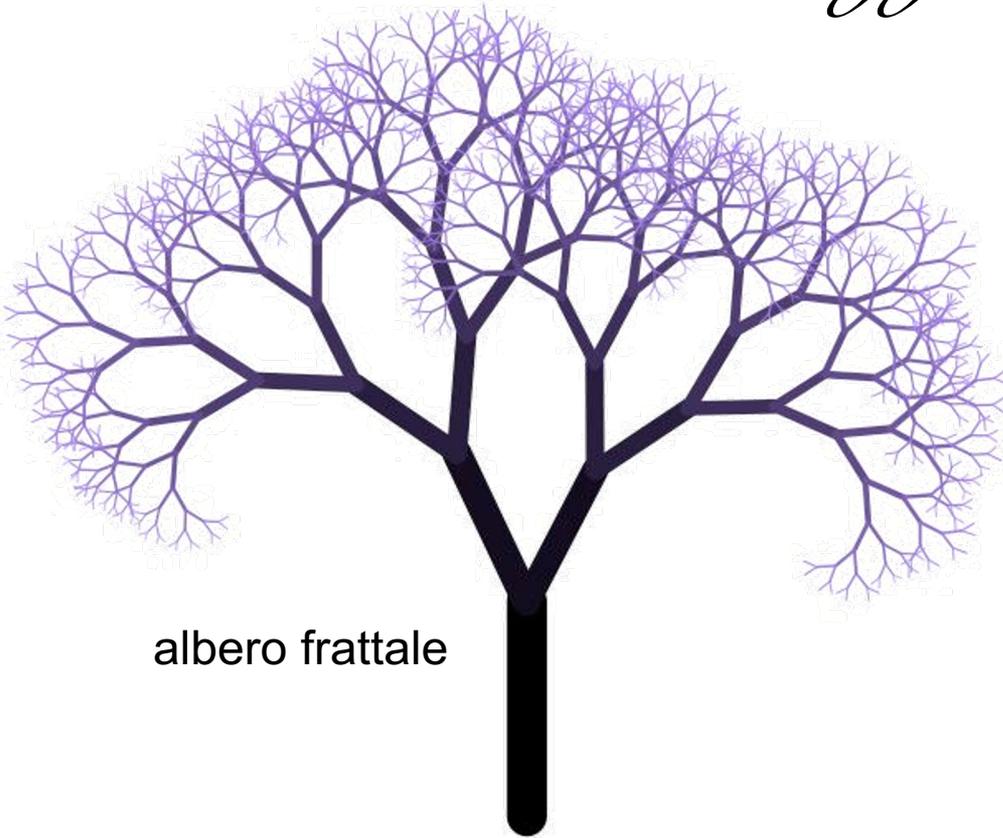
La legge di potenza



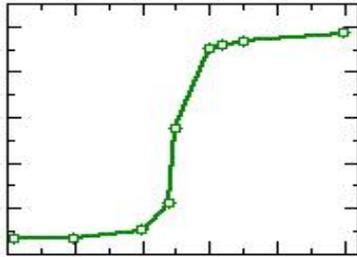
NON esiste una dimensione tipica
(invarianza di scala)

La 'firma' matematica dell'autosimilarità e della invarianza di scala è la:

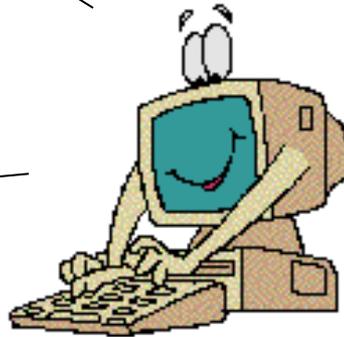
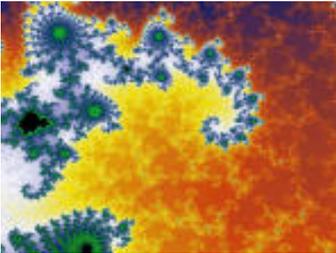
Legge di Potenza



Non linearità e Soglie Critiche



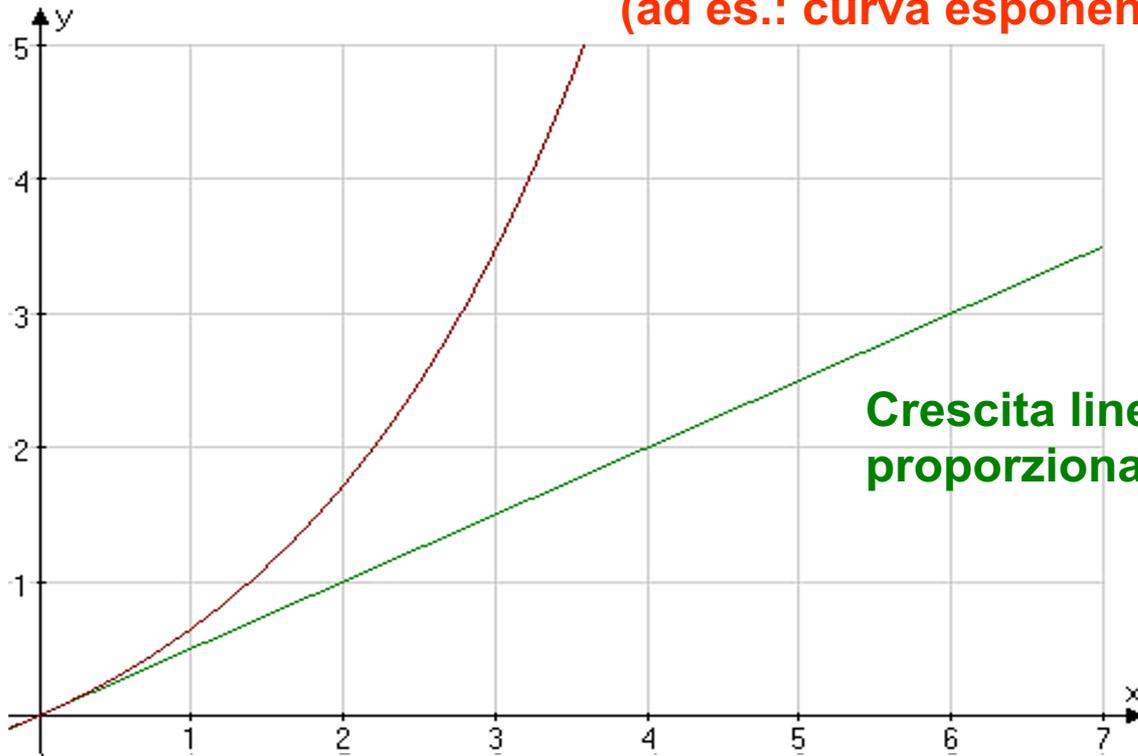
Autosimilarità e Invarianza di Scala



**Proprietà tipiche
dei sistemi complessi**

Non linearità

Crescita non-lineare: l'effetto y non è più proporzionale alla causa x (ad es.: curva esponenziale)



Crescita lineare: l'effetto y è proporzionale alla causa x

Crescita Esponenziale: esempio 1

Domanda1: se si potesse piegare un **normale foglio di carta** (spesso circa 0.15mm) in due, poi di nuovo in due, e così via per **50 volte**, quale sarebbe lo **spessore finale** del foglio?



Risposta lineare: lo spessore di un elenco telefonico o al massimo l'altezza di un frigorifero

Risposta non-lineare: più della distanza tra la Terra e il Sole!!!

Infatti: $(0.15\text{mm}) \times 2 \times 2 \times 2 \dots \times 2 (50 \text{ volte})$
 $= 0.15\text{mm} \times 2^{50} = 169.000.000 \text{ Km}$



Crescita Esponenziale: esempio 2

$t = 0$



$t = 1 \text{ ora}$



Domanda2: al tempo $t=0$ in un barattolo ci sono solo **due pulci** che però **raddoppiano** di numero ogni secondo; se le pulci impiegano 1 ora esatta per riempire completamente il barattolo, quanto tempo impiegheranno a **riempirlo per metà?**



Risposta lineare:

mezz'ora

Risposta non-lineare:

59 minuti e 59 secondi!

Crescita Esponenziale: esempio 3

CORRIERE DELLA SERA / LAVORO

I MODELLI SULL'EPIDEMIA

Coronavirus a 12.462 contagi, l'analisi del fisico: «Crescita esponenziale che non si ferma»

Secondo il fisico Daniele Teresi dell'Università di Pisa, dal 1 marzo dai dati emerge una crescita esponenziale dei contagiati. Per questo servono misure drastiche. Se il «fattore di crescita» di 1,25 continuasse, lunedì i contagiati saliranno a circa 40 mila

Coronavirus, crescita esponenziale in Spagna: 7.753 casi e 288 decessi, è il secondo Paese più colpito d'Europa

La Spagna ha registrato circa 2 mila nuovi casi di Covid-19 e oltre 100 morti nelle ultime 24 ore: è il secondo Paese con più alti contagi d'Europa

A cura di Antonella Petris | 15 Marzo 2020 17:05



Virus, la velocità del contagio in Francia e Germania è la stessa dell'Italia



Crescita Esponenziale: esempio 3

Coronavirus, la situazione in Italia

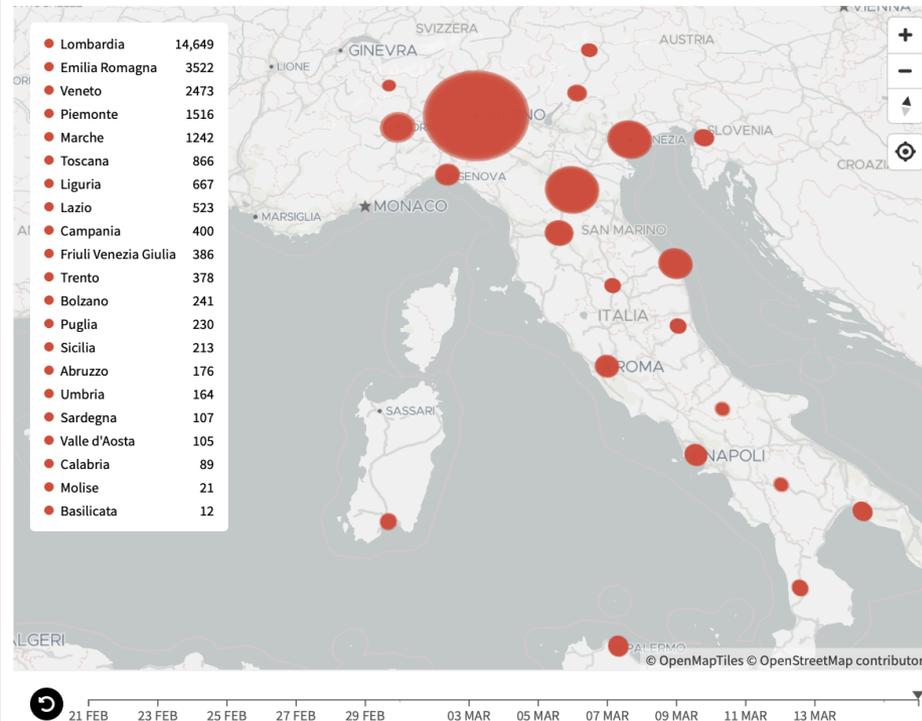
Aggiornato al 16 marzo 2020 alle ore 18.15 con le variazioni rispetto al giorno precedente



Dati del ministero della Salute

I contagi in Italia per regione

Dati del ministero della Salute, aggiornati alle 18.40 del 16 marzo 2020



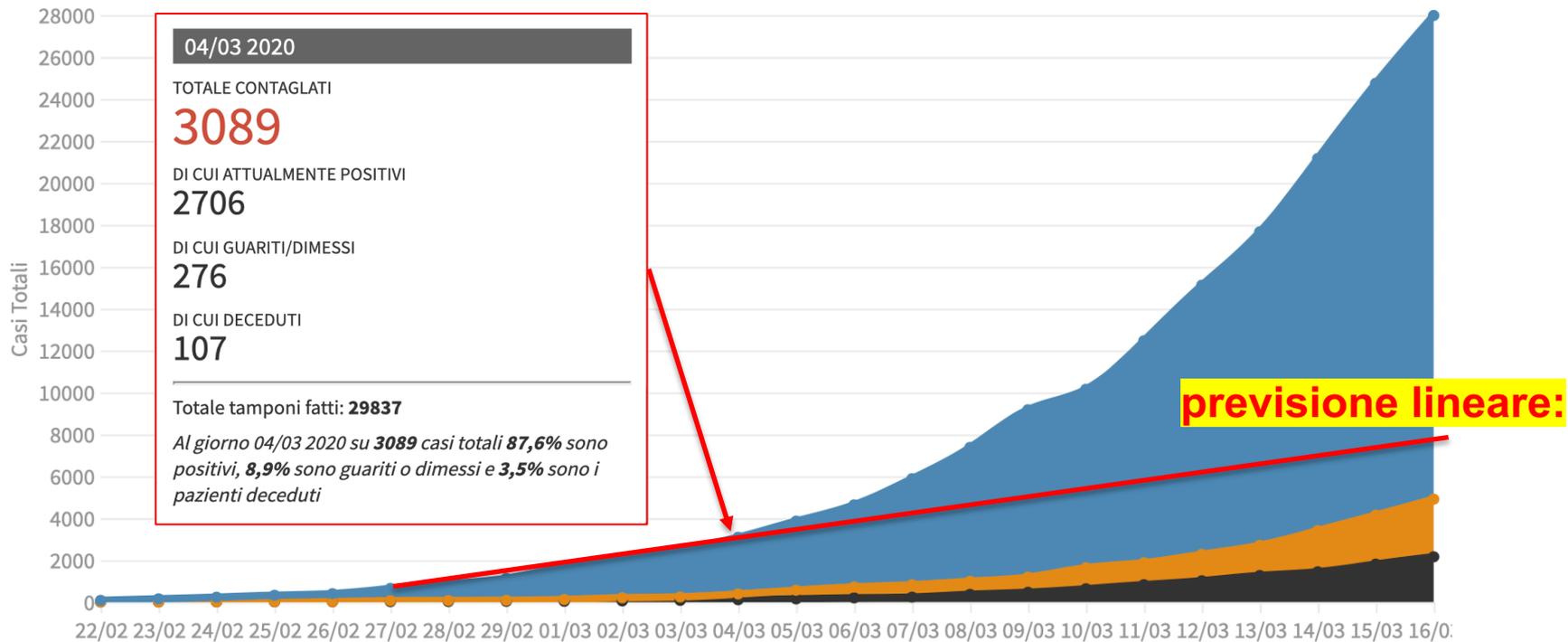
Crescita Esponenziale: esempio 3

I numeri complessivi

Dati del ministero della Salute, aggiornati alle 18.20 del 16 marzo 2020

Seleziona un dato solo

Deceduti Guariti/Dimessi Attualmente positivi



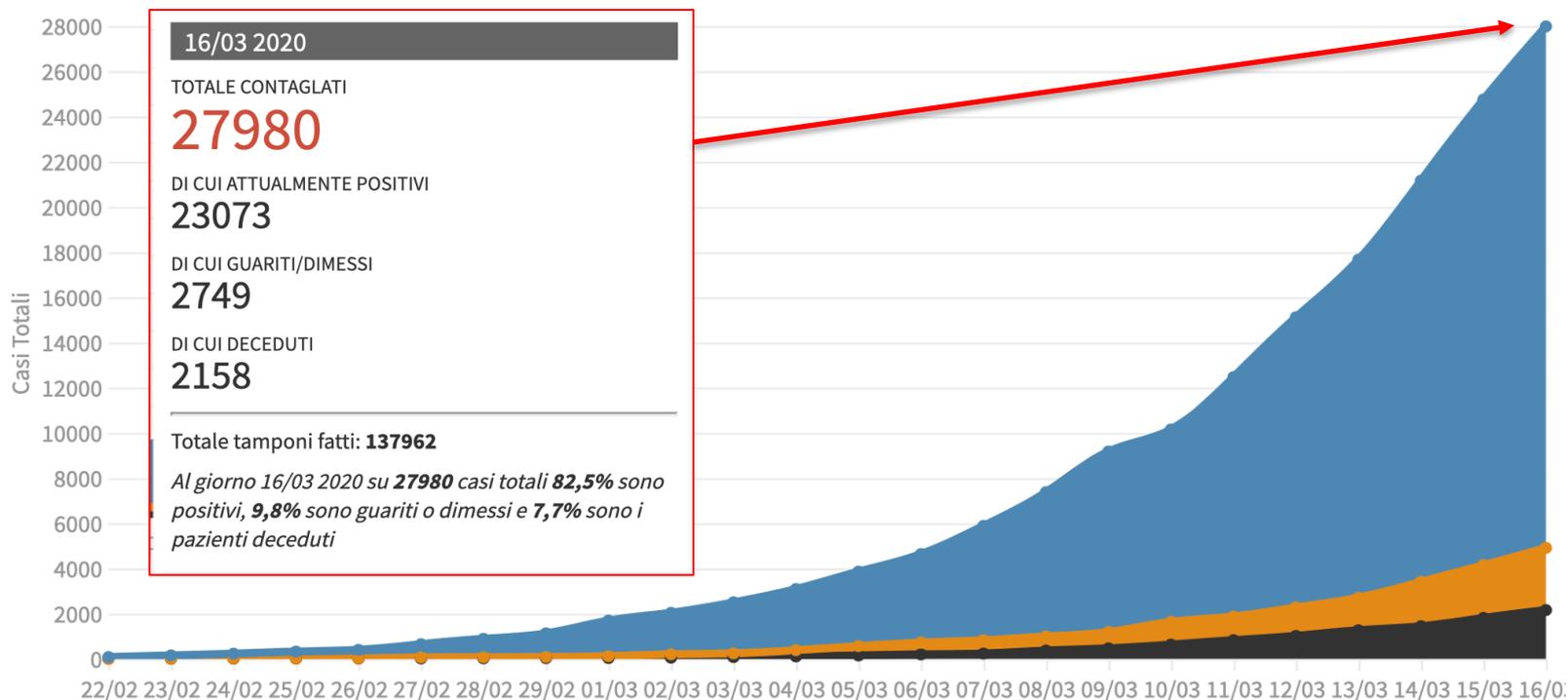
Crescita Esponenziale: esempio 3

I numeri complessivi

Dati del ministero della Salute, aggiornati alle 18.20 del 16 marzo 2020

Seleziona un dato solo

■ Deceduti ■ Guariti/Dimessi ■ Attualmente positivi



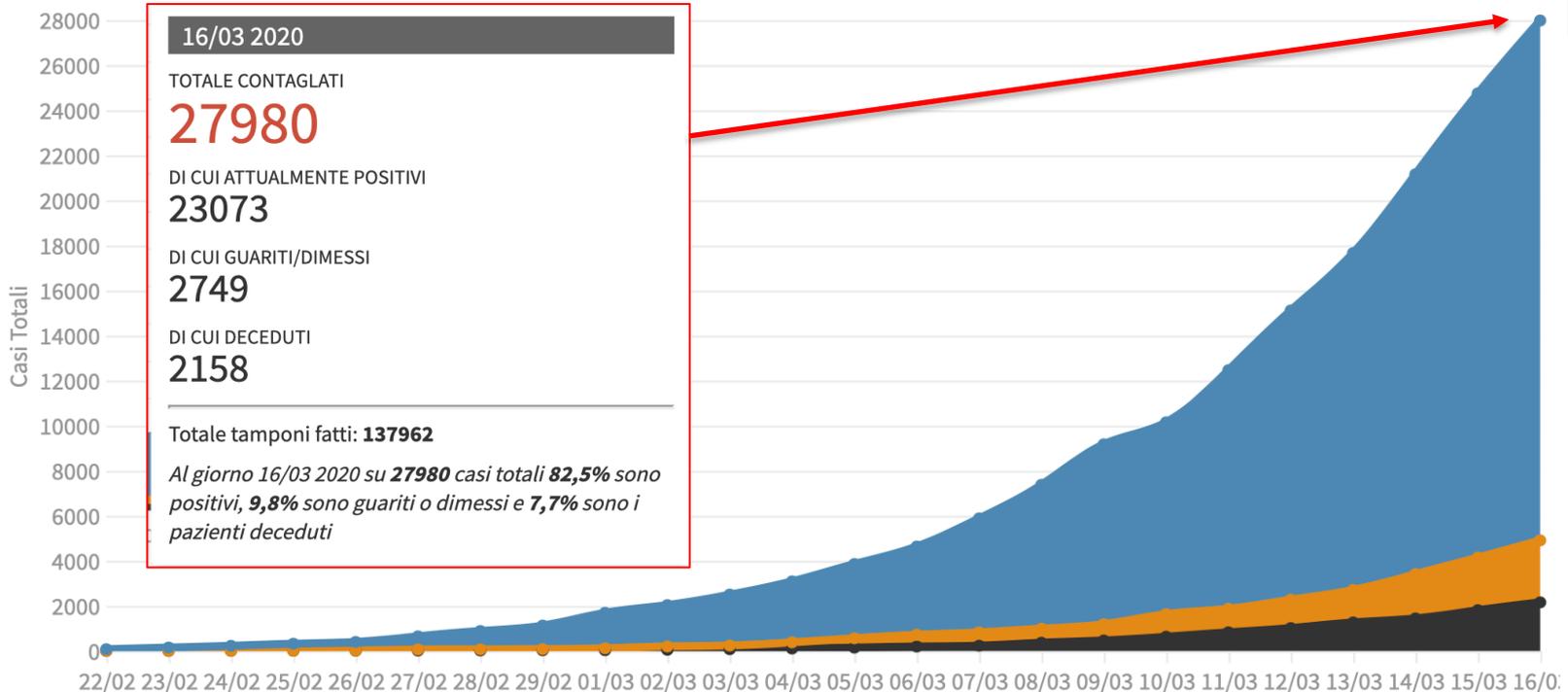
La Crescita Esponenziale può proseguire illimitatamente?

I numeri complessivi

Dati del ministero della Salute, aggiornati alle 18.20 del 16 marzo 2020

Seleziona un dato solo

■ Deceduti ■ Guariti/Dimessi ■ Attualmente positivi



Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)

Modello di crescita [\[modifica\]](#)

Avendo supposto che il numero di individui di una popolazione sia una funzione continua del tempo $N(t)$ che ammette derivata continua, si ha che l'incremento della popolazione al variare del tempo può essere rappresentato dalla derivata di $N(t)$, che in un modello elementare si può supporre direttamente proporzionale al numero di individui della popolazione stessa.

Si ha pertanto la seguente equazione differenziale:

$$\frac{d}{dt}N = rN(t)$$

con r : parametro di crescita malthusiana (tasso massimo di crescita della popolazione).

Pertanto se r è una costante la popolazione cresce in maniera esponenziale con pendenza dipendente da r .

Invece in un ambiente la cui disponibilità di risorse è limitata si può descrivere l'evoluzione della popolazione utilizzando un coefficiente r che decresce all'aumentare della popolazione: il modello più semplice è $r(t) = a - bN(t)$ con a e b costanti. Sostituendo tale funzione nella precedente equazione differenziale si ottiene:

$$\frac{dN}{dt} = aN(t) - bN^2(t)$$

che può essere posta nella forma:

$$\frac{dN}{dt} = aN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

con $K = \frac{a}{b}$ che è la cosiddetta popolazione massima sostenibile ed è uguale al parametro di crescita malthusiana.

Questa è l'equazione logistica di Verhulst.

Separando le variabili si ottiene:

$$\frac{1}{a} \int \left(\frac{1}{N} + \frac{b}{a - bN} \right) dN(t) = \int dt$$

risolvendo gli integrali, scegliendo come primitive quelle tali che $N(t_0) = N_0$ e utilizzando le proprietà dei logaritmi si ottiene la soluzione:

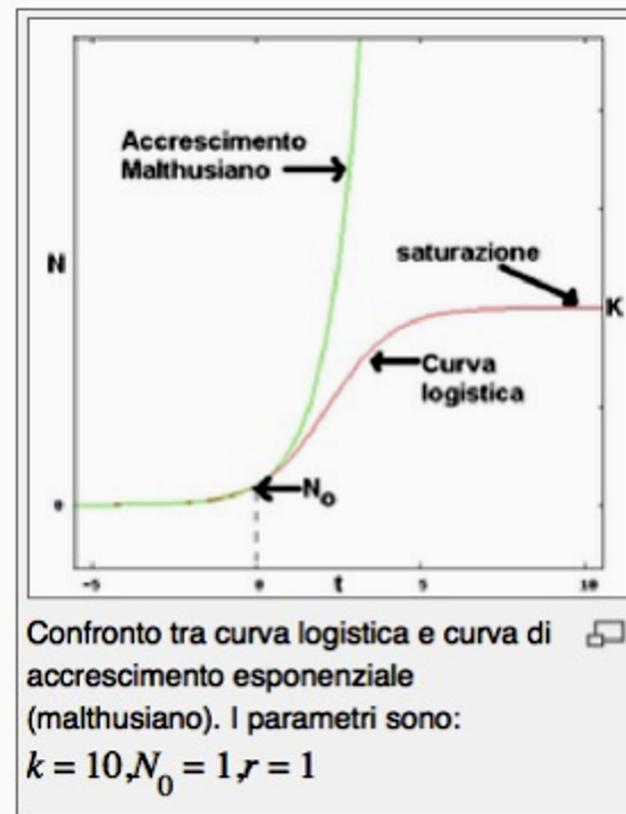
$$N(t) = \frac{k}{1 + \left(\frac{k}{N_0} - 1\right)e^{-a(t-t_0)}}$$

Si nota che a causa del sovraffollamento la popolazione non cresce più in maniera esponenziale ma converge al valore asintotico k indipendentemente da N_0 .

Mappa Logistica!

$$x_{n+1} = Ax_n(1 - x_n)$$

K = capacità di carico

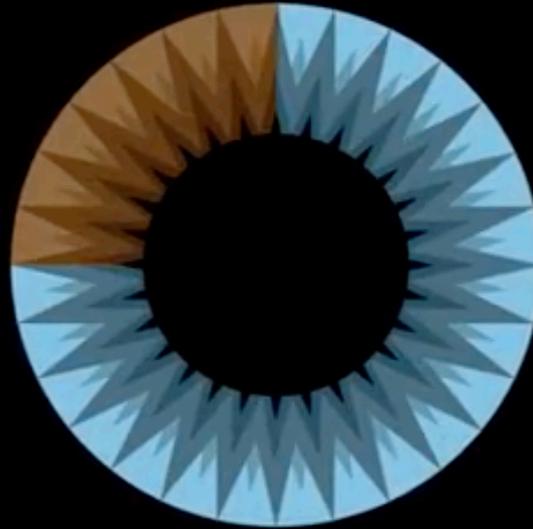


Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)



YouTube™

Cerca



3Blue1Brown



▶ ⏩ 🔊 0:02 / 8:56



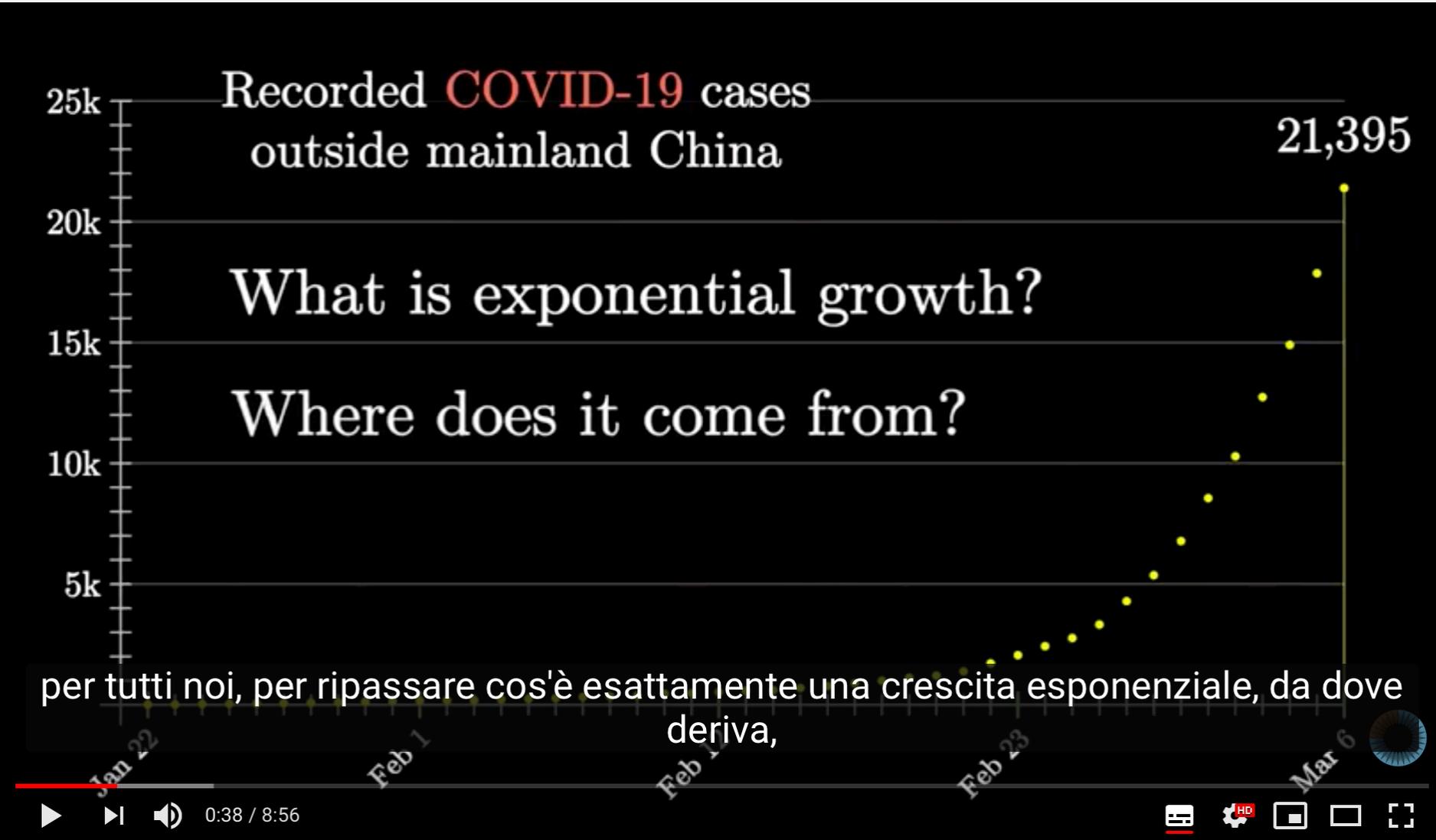
<https://www.youtube.com/watch?v=Kas0tIxDvrg>

Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)



YouTube

Cerca



Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)



YouTube^{IT}

Cerca

N cases

Logistic curve

$$\frac{dN}{dt} = c \left(1 - \frac{N}{\text{pop.}} \right) N$$

Time

all'avvicinarsi al numero totale della popolazione rallenta, come ci aspettiamo.

5:02 / 8:56



<https://www.youtube.com/watch?v=Kas0tIxDvrg>

Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)

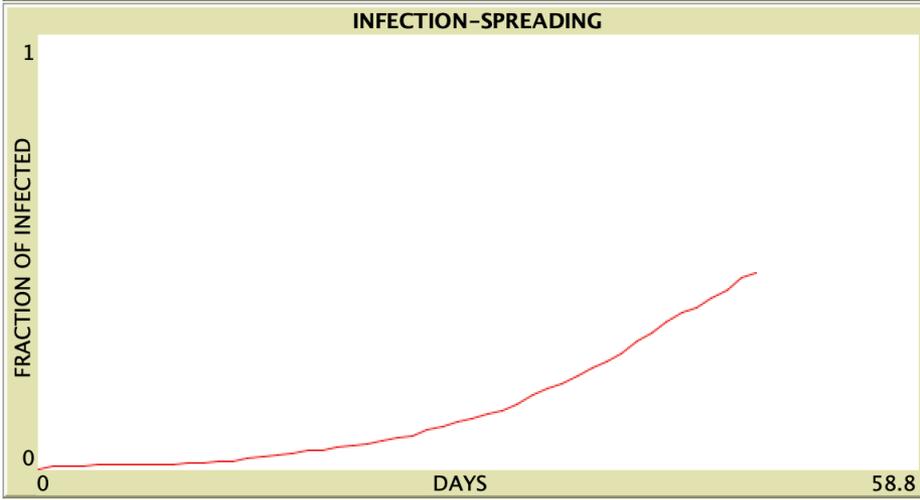
NetLogo

<https://ccl.northwestern.edu/netlogo/>



SETUP	SETUP-NEW	<input type="range" value="500"/>	tot-population	500
		<input type="range" value="0.20"/>	infection-probability	0.20
		<input type="range" value="0%"/>	%isolated-individuals	0 %
		<input type="range" value="1.0"/>	fraction-long-range-travels	1.0
		<input type="range" value="0.10"/>	treshold-travels-intensity-paz0	0.10

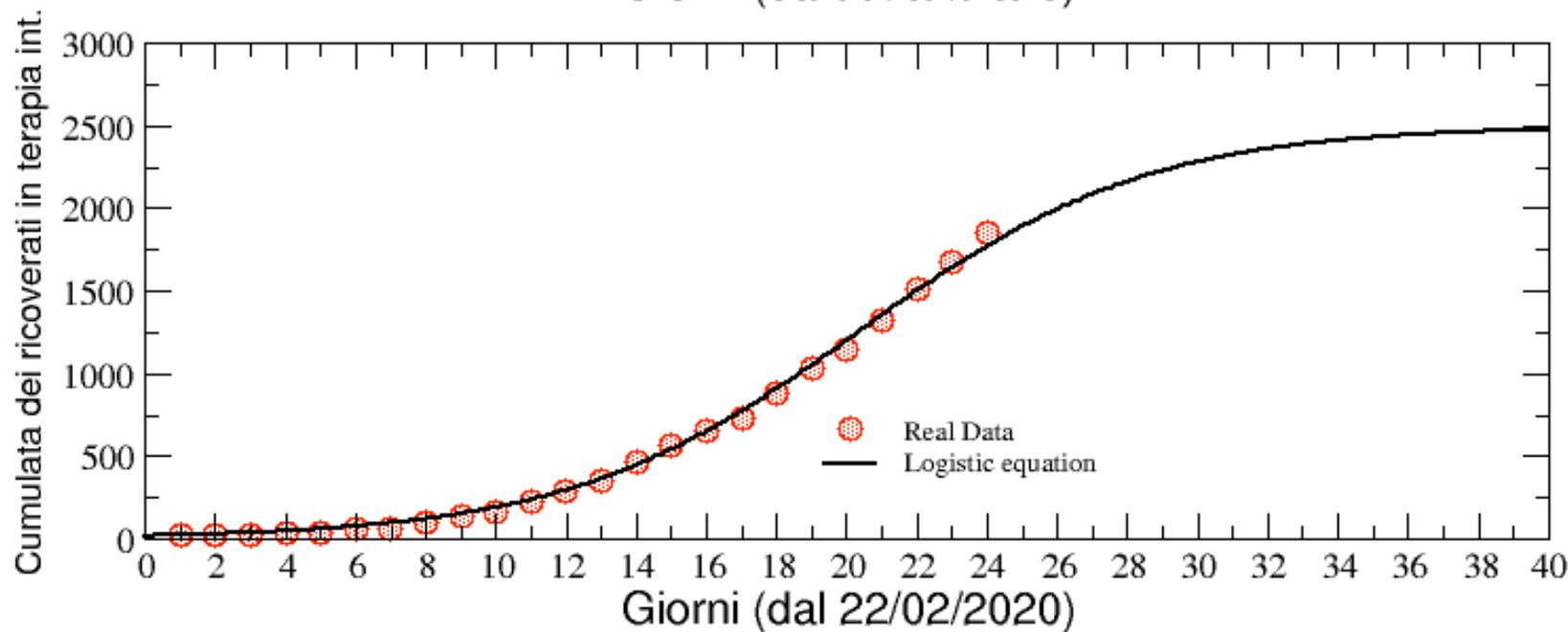
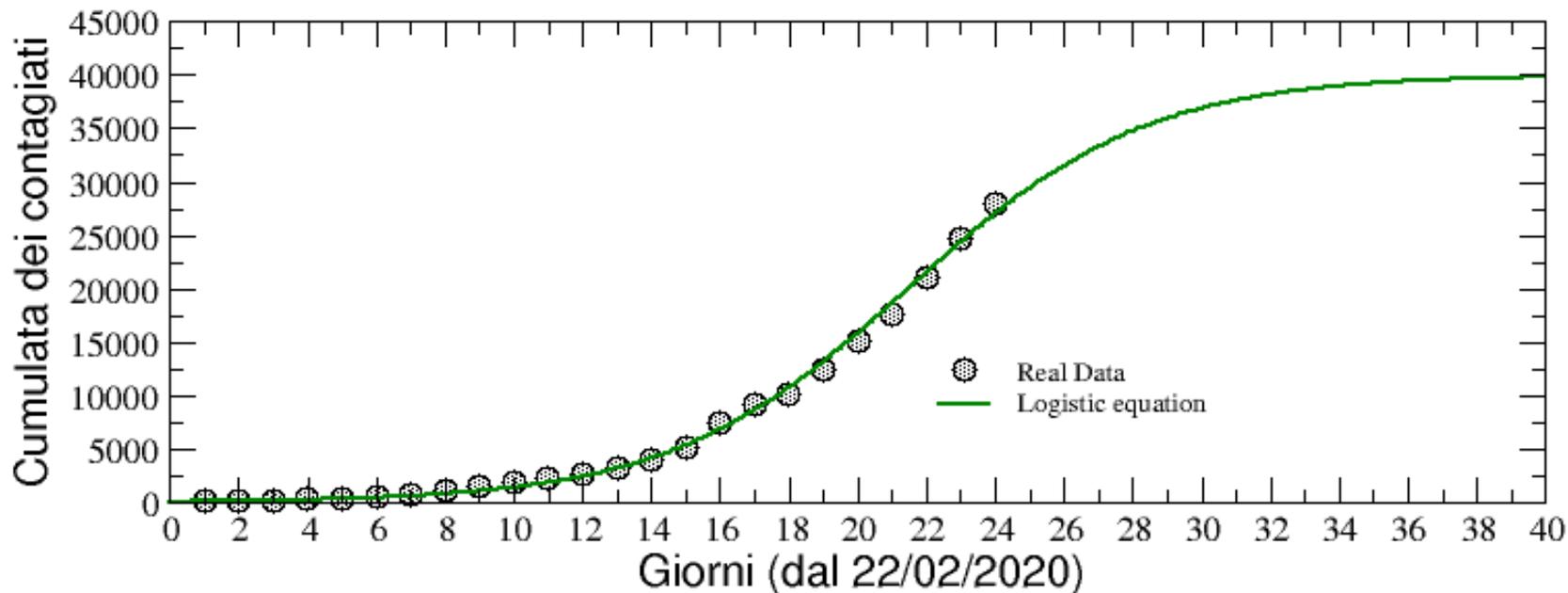
DAY N. 42	Infected individuals = 169
DAY N. 43	Infected individuals = 180
DAY N. 44	Infected individuals = 186
DAY N. 45	Infected individuals = 197
DAY N. 46	Infected individuals = 207
DAY N. 47	Infected individuals = 220
DAY N. 48	Infected individuals = 227



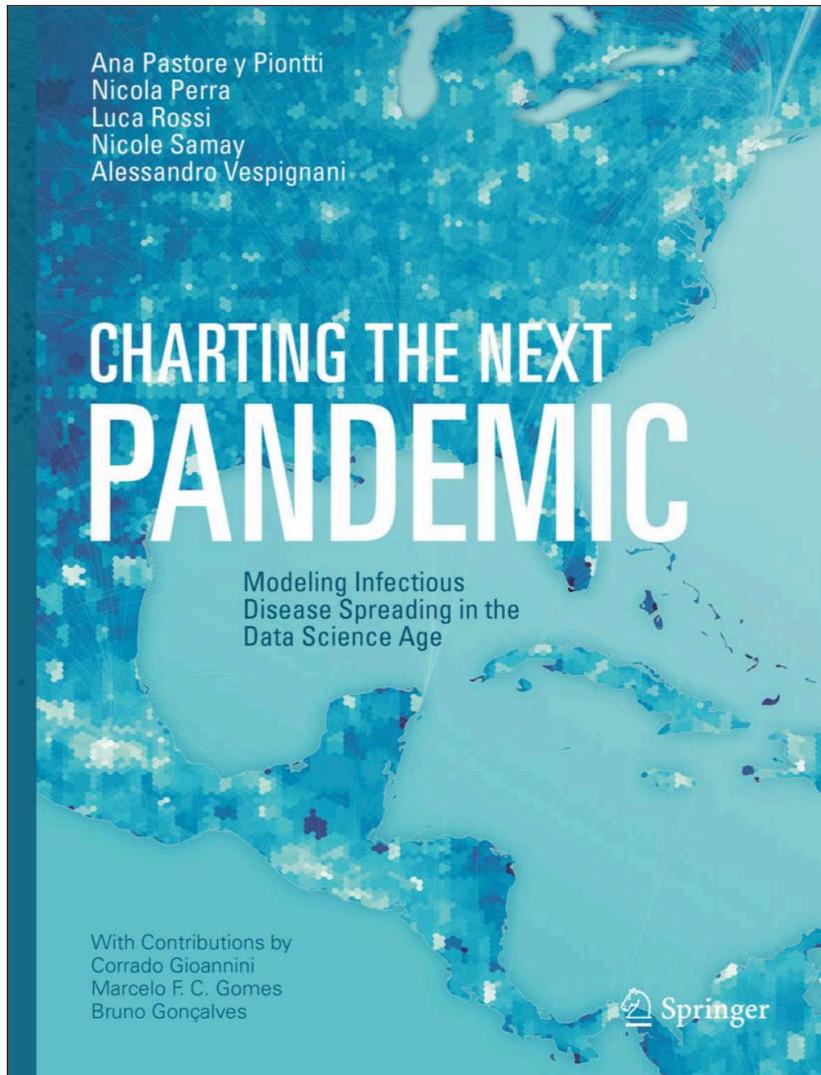
HIDE/SHOW MAP	
ISOLATE A REGION	
ISOLATE INDIVIDUALS	
hours	days
8	48
tot-fraction-infected	
0.458	

<input type="range" value="10"/>	individuals-size	10
<input type="range" value="2.0"/>	individual-velocity	2.0

Da Malthus all'Equazione Logistica (o di Verhulst)



Letture consigliate sulla diffusione delle epidemie....



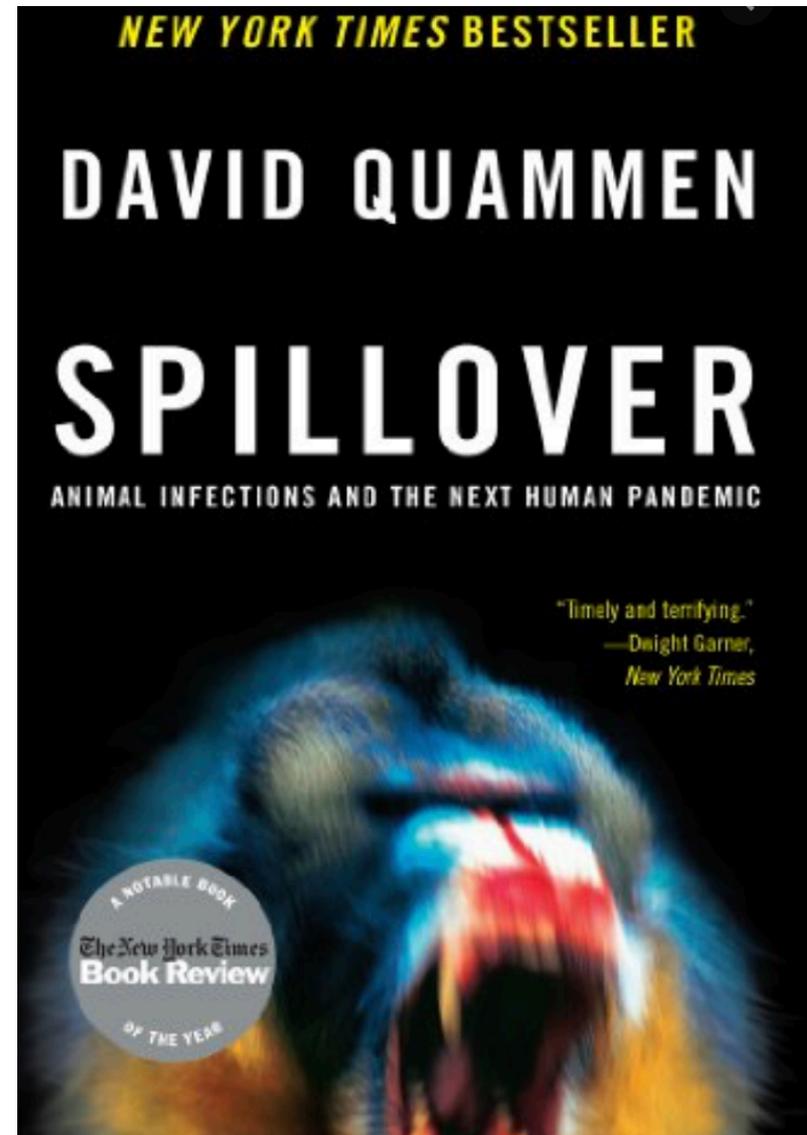
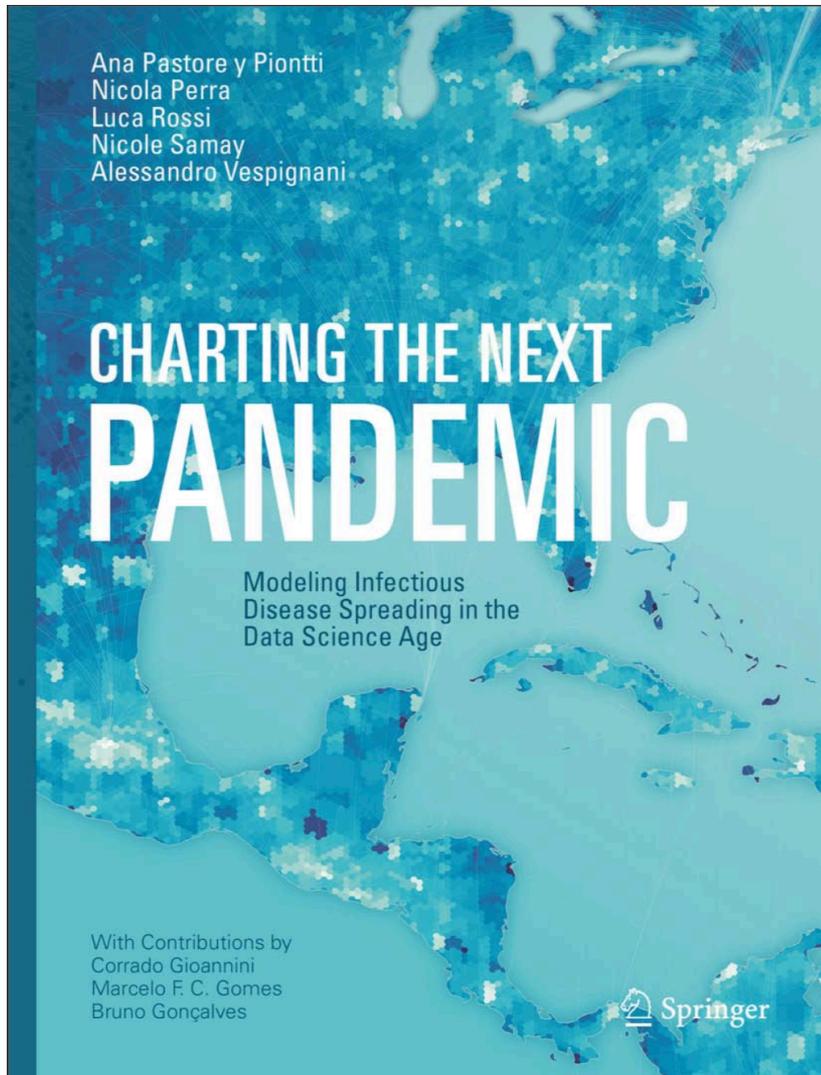
TOP NEWS / PRIMO PIANO

Matematica contro il virus: il lavoro della task force di Boston guidata da Vespignani

Un nuovo approccio basato sulle relazioni tra le persone e la loro tracciabilità online, uno scienziato italiano che coordina il gruppo di lavoro. E un team internazionale

<https://www.lastampa.it/topnews/primo-piano/2020/03/15/news/matematica-contro-il-virus-il-lavoro-della-task-force-di-boston-guidata-da-vespignani-1.38596407>

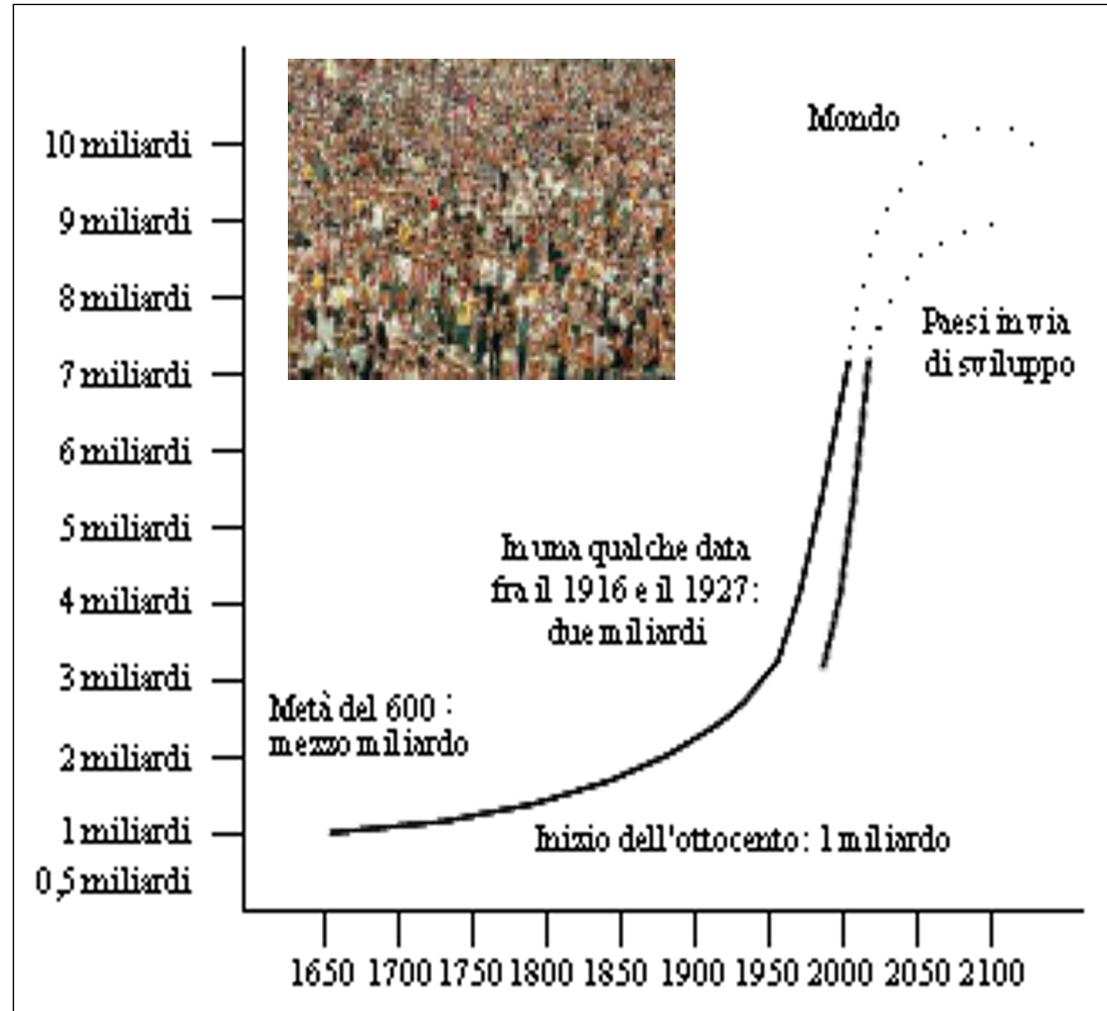
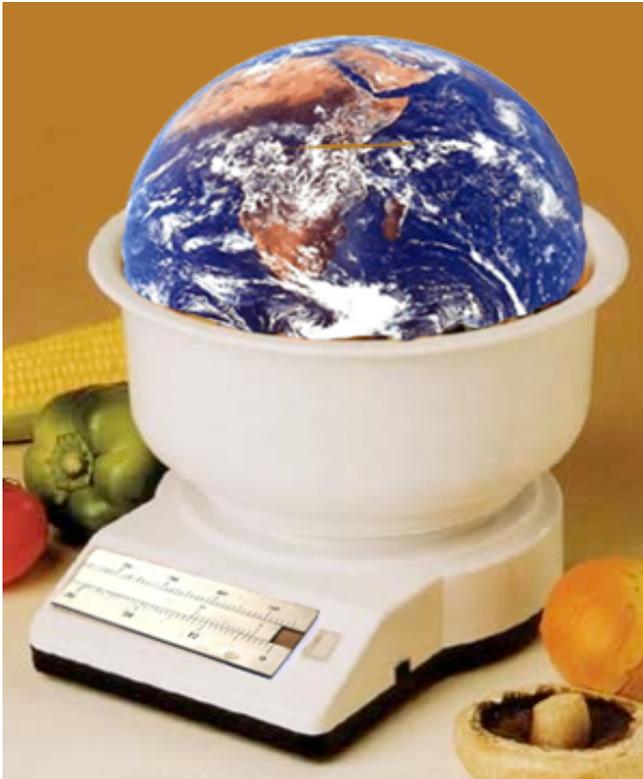
Letture consigliate sulla diffusione delle epidemie....



Non linearità dinamiche: crescita della popolazione terrestre

Esponenziale o Logistica?

Se non l'abbiamo già superata, ci stiamo sicuramente avvicinando alla capacità di carico del pianeta...



Oltre i limiti dello sviluppo: ci avviciniamo ad un punto critico?



Quattro possibili modi di avvicinamento della popolazione mondiale alla capacità di carico del pianeta

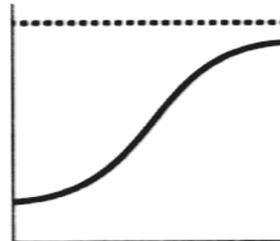
(simulazioni "Mondo 3" - MIT e Club di Roma)



MALTHUS

Si ha crescita continua se

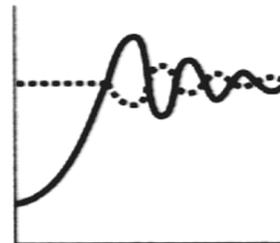
- i limiti fisici sono molto lontani; *oppure*
- i limiti fisici crescono anch'essi con andamento esponenziale.



VERHULST

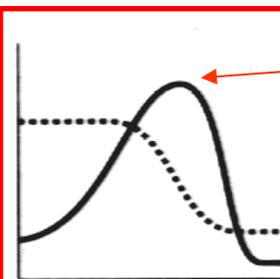
Si ha crescita sigmoide se

- i segnali provenienti dai limiti fisici sono precisi, istantanei e hanno risposte immediate; *oppure*
- la popolazione o l'economia si limitano senza bisogno di segnali dall'esterno.



Si ha superamento e oscillazioni se

- i segnali o le risposte sono ritardati; *oppure*
- i limiti non possono essere erosi o sono in grado di recuperare presto gli effetti dell'erosione.



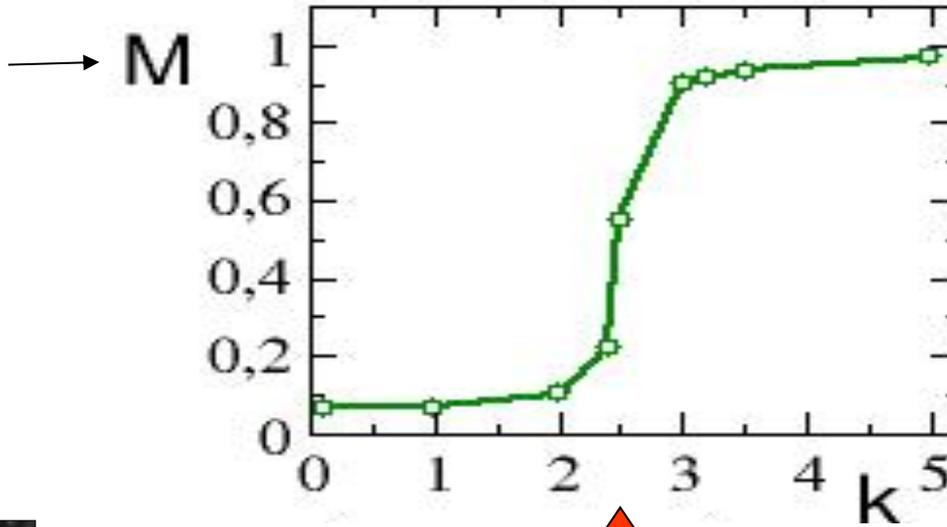
Si ha superamento e collasso se

- i segnali o le risposte sono ritardati; *oppure*
- i limiti possono essere erosi (subire una degradazione irreversibile quando vengono superati)

Non linearità e Soglie critiche

I sistemi non lineari di solito non cambiano gradualmente ma attraversano delle **SOGLIE CRITICHE** dopo le quali la loro **struttura** (nello spazio) e/o il loro **comportamento** (nel tempo) cambia drasticamente...

parametro
d'ordine



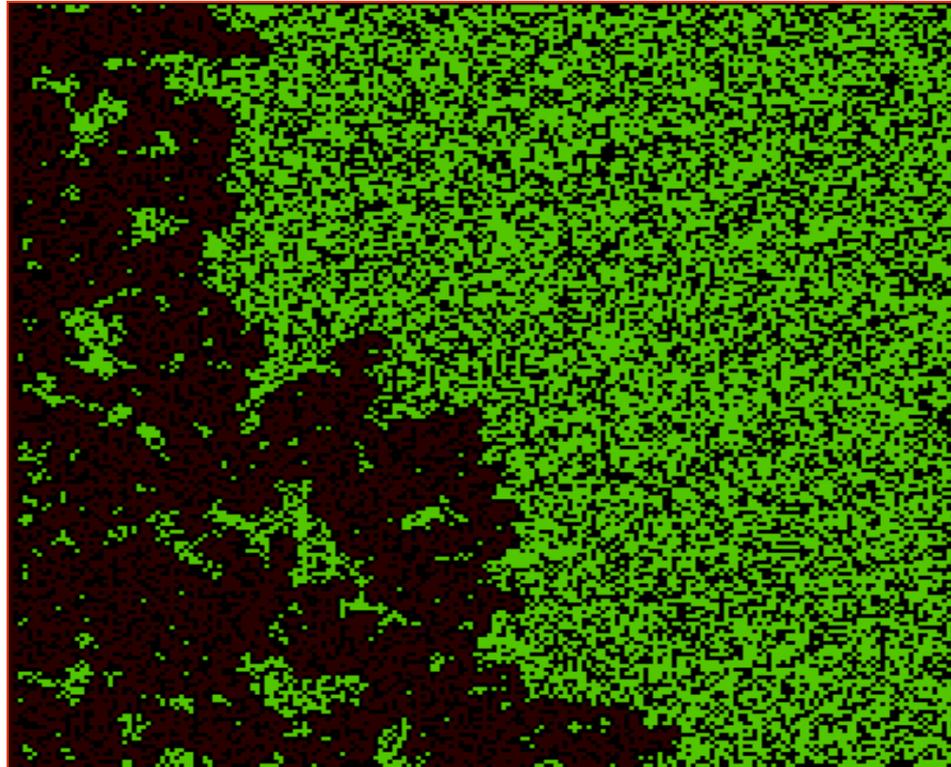
parametro di
controllo



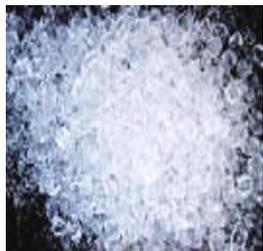
La teoria delle
Catastrofi

Punto Critico

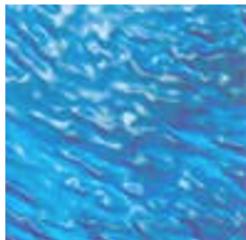
Soglie critiche nella propagazione degli incendi



Soglie critiche in Fisica

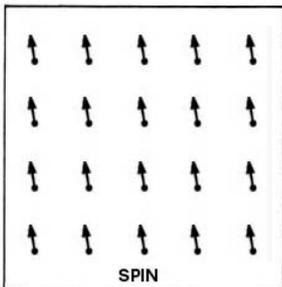


Ghiaccio

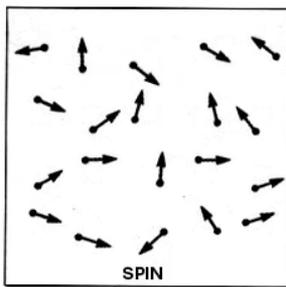


Acqua

TEMPERATURA CRITICA

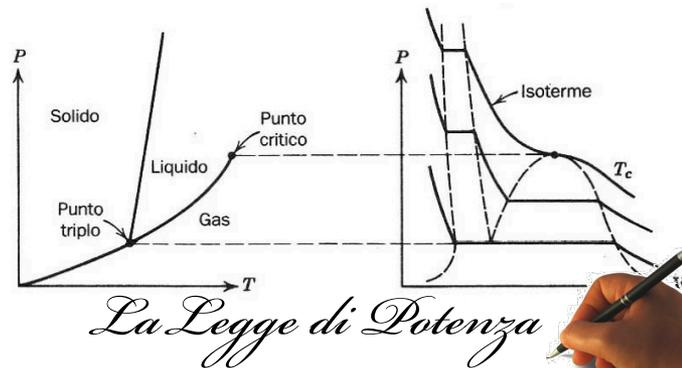
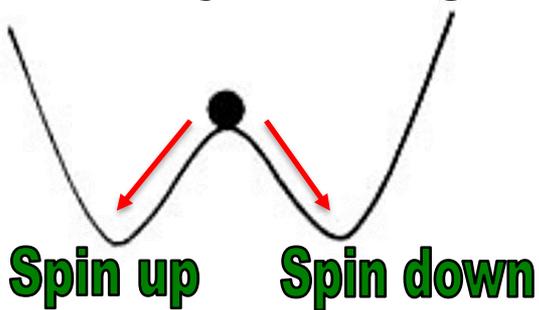


Magnete ordinato

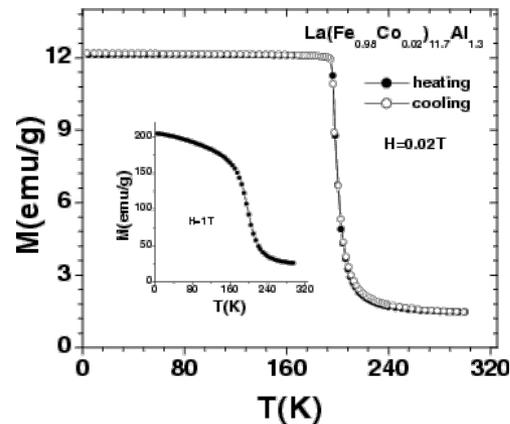


Magnete disordinato

Simmetry breaking



La Legge di Potenza

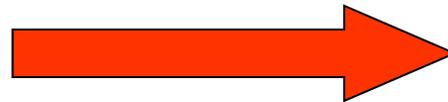
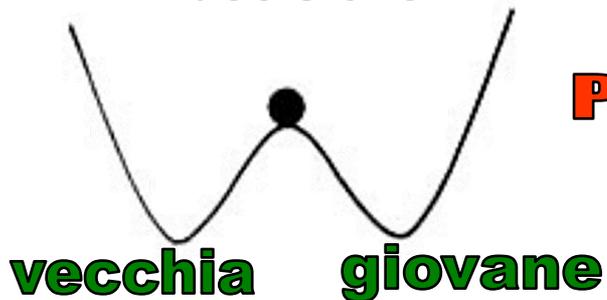


Soglie critiche nella Percezione



giovane o vecchia?

indecisione...



Punto Critico



giovane

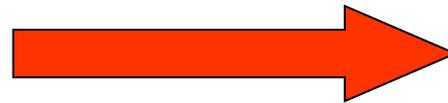


vecchia

Soglie critiche nella risoluzione di problemi

Come prosegue questa sequenza?

U, D, T, Q, C, S, S ... ?
1 2 3 4 5 6 7



Punto Critico

LETTERE

PENSIERO VERTICALE

Soglie critiche nella risoluzione di problemi

Come prosegue questa sequenza?

U, D, T, Q, C, S, S, O
1 2 3 4 5 6 7 8



LETTERE



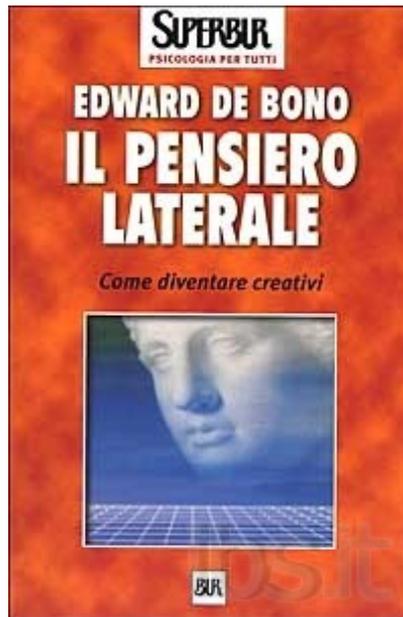
NUMERI

PENSIERO VERTICALE

Soglie critiche nella risoluzione di problemi

Come prosegue questa sequenza?

U, D, T, Q, C, S, S, O
1 2 3 4 5 6 7 8

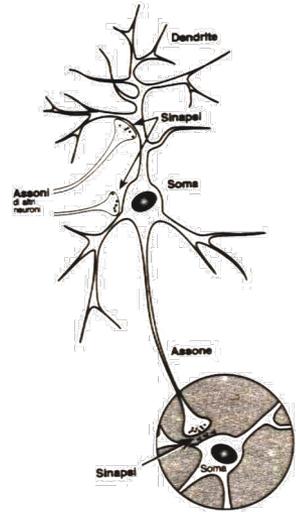


NUMERI

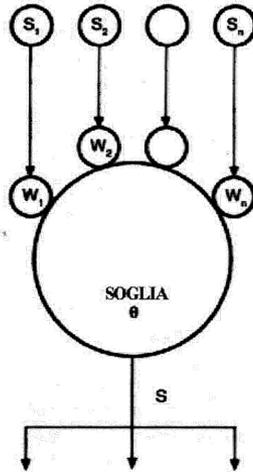
PENSIERO LATERALE

Reti Neuronali e Vetri di Spin

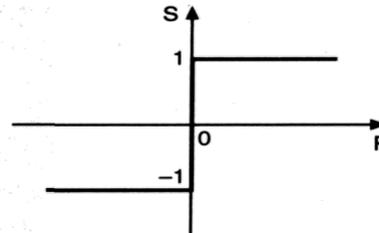
Neurone reale



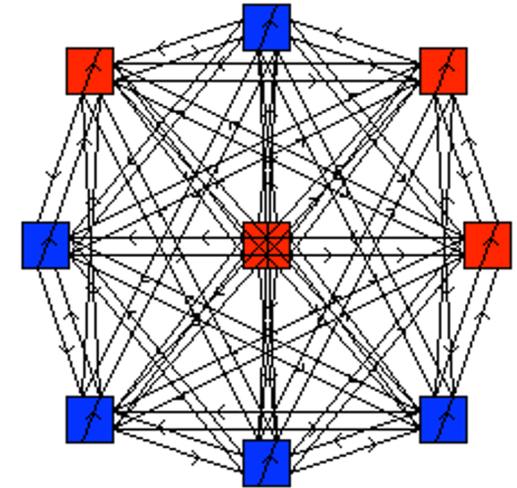
Neurone artificiale



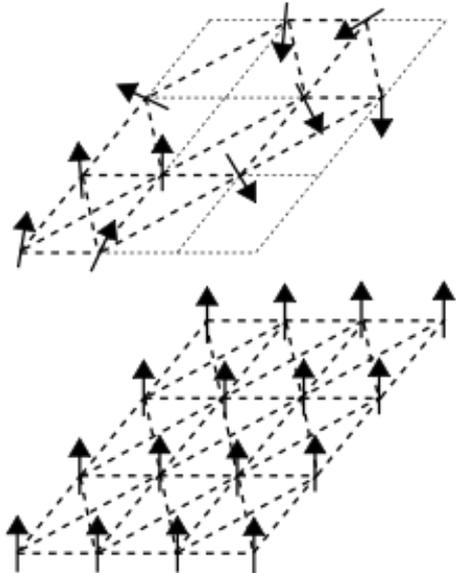
Soglia di attivazione non-lineare



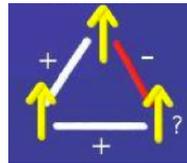
Rete neurale di Hopfield



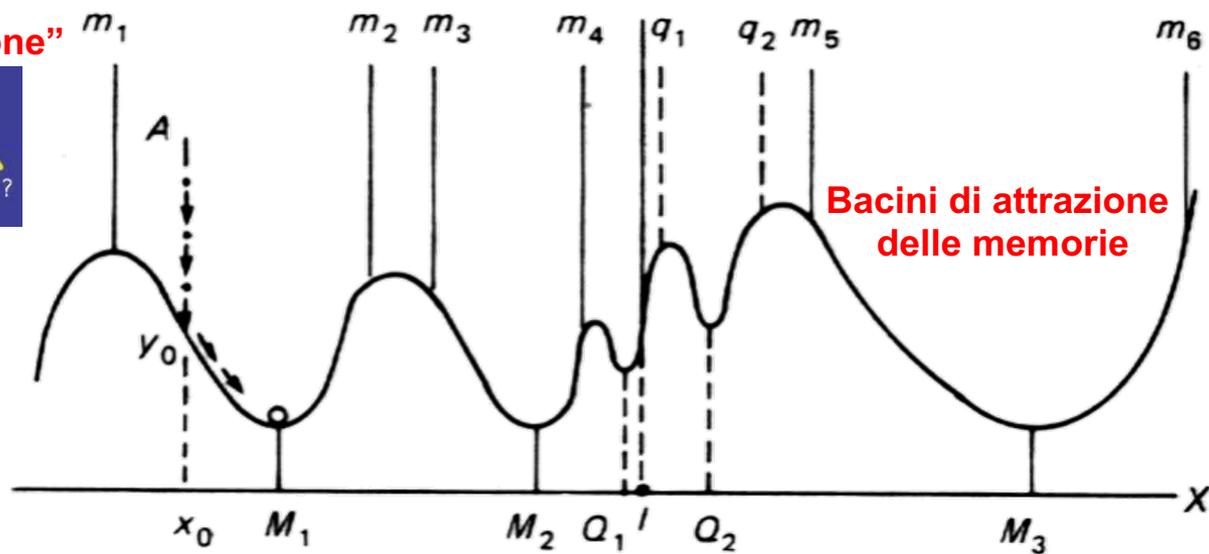
Vetro di Spin (Spin Glass)



“frustrazione”



Landscape Energetico: un modello di Memoria Associativa



Bacini di attrazione delle memorie