

Alessandro Pluchino

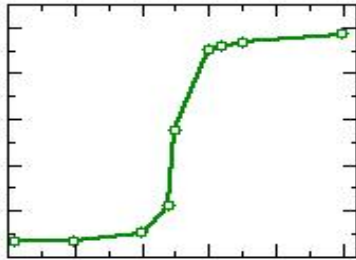
**Dipartimento di Fisica e Astronomia
dell'Università di Catania**

Simulare la Complessità

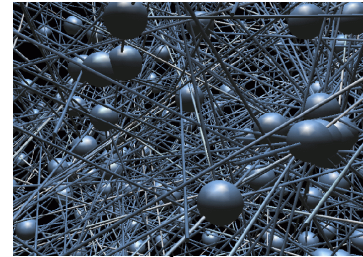
**Punti Critici, Reti e Leggi di Potenza:
Introduzione alla nuova scienza
dei Sistemi Complessi**



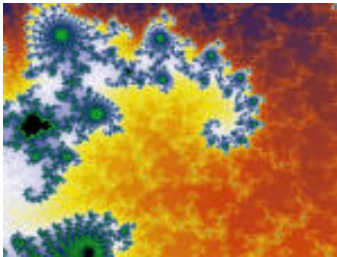
**Non linearità e
Soglie Critiche**



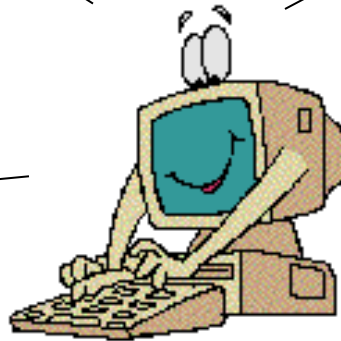
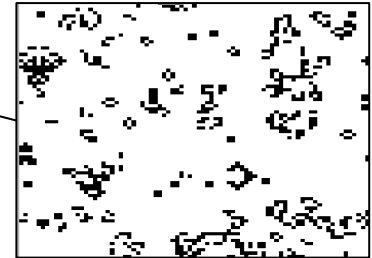
**Reti Small World e
Scale Free**



**Autosimilarità e
Frattali**



**Fenomeni Emergenti e
Auto-Organizzazione
at the Edge of Chaos**



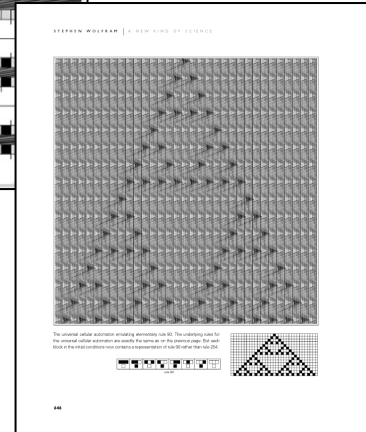
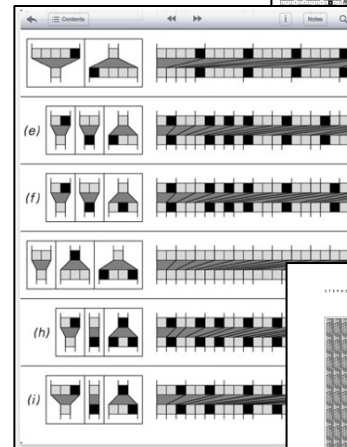
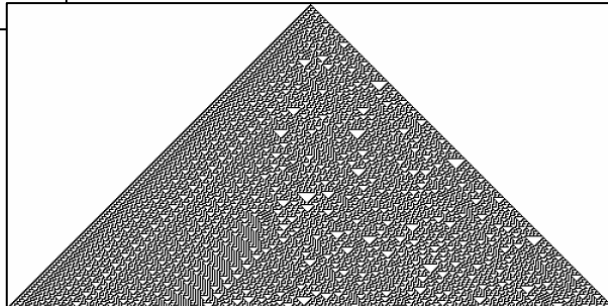
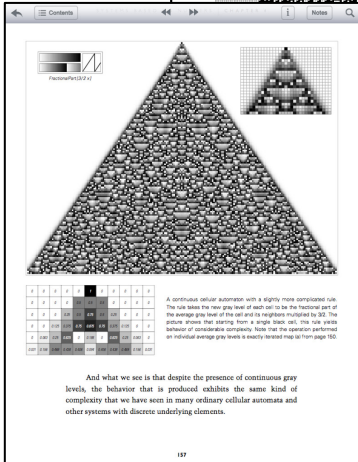
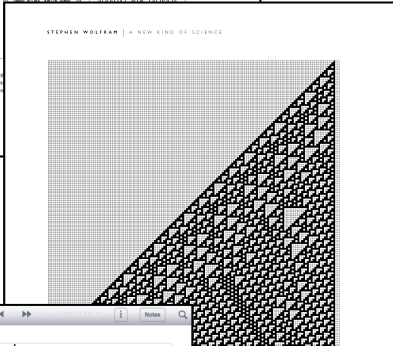
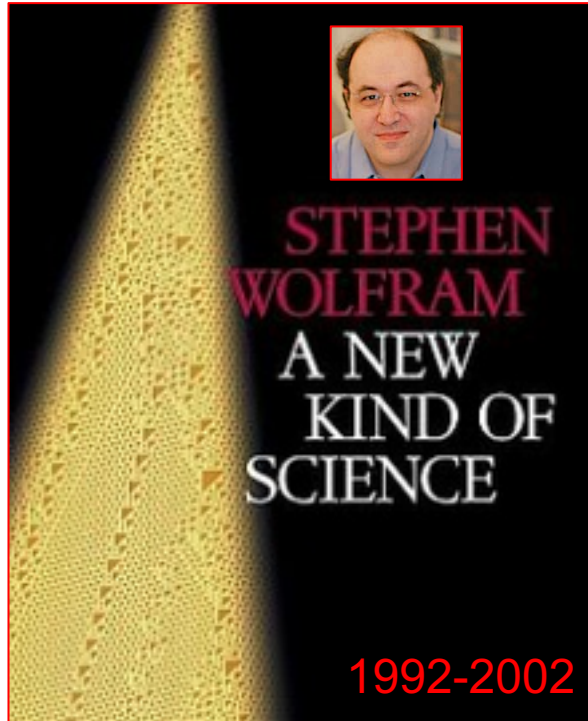
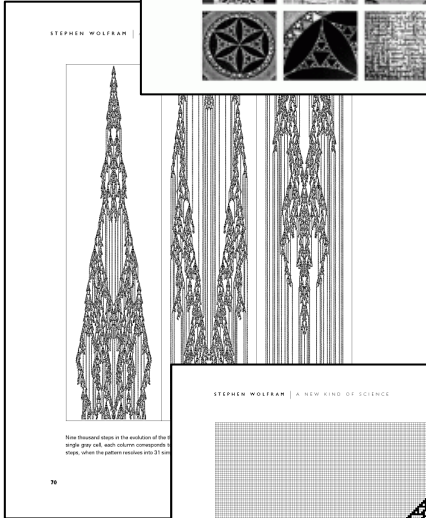
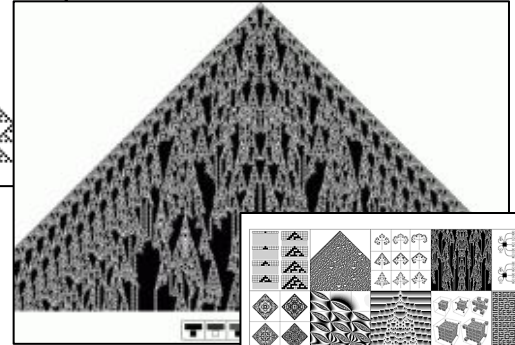
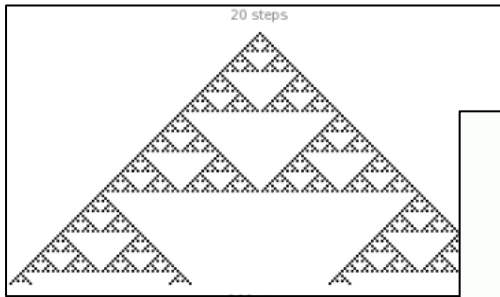
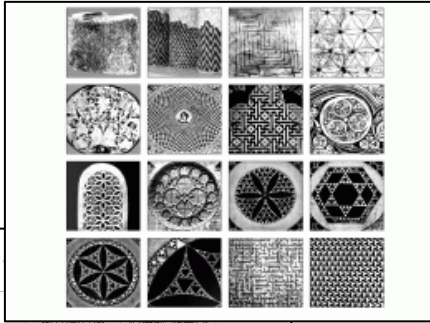
**Proprietà tipiche
dei sistemi complessi**



Modelli discreti

di

Fenomeni emergenti

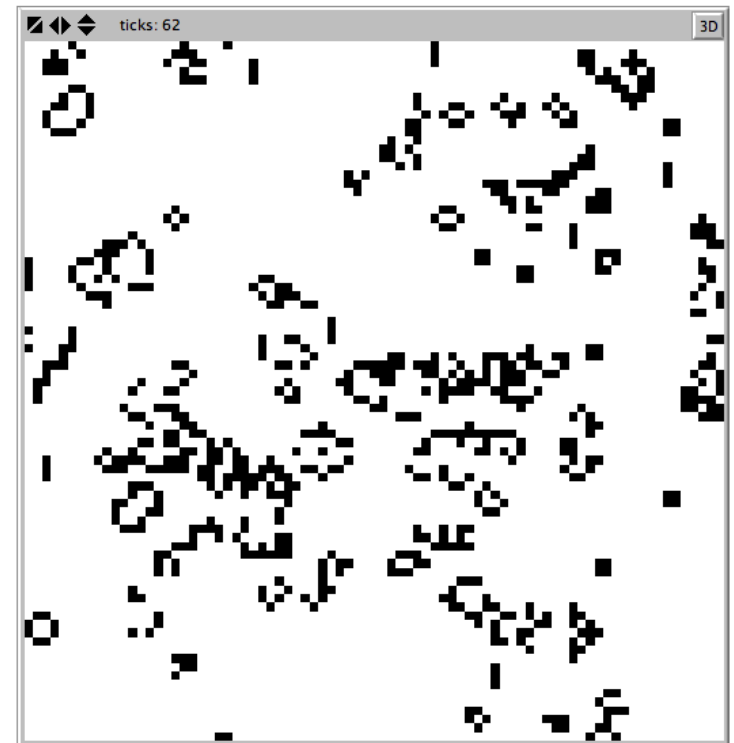


Automi Cellulari 2D: il Gioco “Life”



Il **Gioco della Vita** (*Game of Life*) è un automa cellulare bidimensionale sviluppato dal matematico inglese **John Conway** sul finire degli anni sessanta ed è probabilmente **l'esempio più famoso di automa cellulare**: il suo scopo è quello di mostrare come *comportamenti estremamente complessi* (come sono quelli mostrati dai sistemi biologici) possano **emergere** da semplici regole e *interazioni locali deterministiche*.

Come vedremo tra poco, nel mondo bidimensionale del gioco “Life”, partendo da una distribuzione casuale di celle vive e morte, compaiono configurazioni di diverso tipo, tra cui **configurazioni statiche**, **configurazioni periodiche** (*oscillatori*), e **configurazioni dinamiche** di crescente complessità, alcune delle quali addirittura si spostano sulla griglia come se fossero delle entità indipendenti, dei veri e propri organismi viventi...





Chris Langton (Santa Fè Institute)

“Il segreto della Vita non è in ciò che essa è ma in ciò che essa fa”

Per chi volesse giocare a fare il Progettista Cosmico...



Interface Info Code

Edit Delete Add abc Button normal speed view updates on ticks Settings...

SETUP-BLANK SETUP-RANDOM

initial-density 35.0 %

draw-cells current density 0.12

BIRTH-RULE: a cell becomes alive if has a number of living neighbors equal to

n-of-living-neighbors 3

DEATH-RULE: a cell dies if has a number of living neighbors different from

n1	n2	n3	n4	n5
2	3	10	10	10

GO-ONCE GO-FOREVER

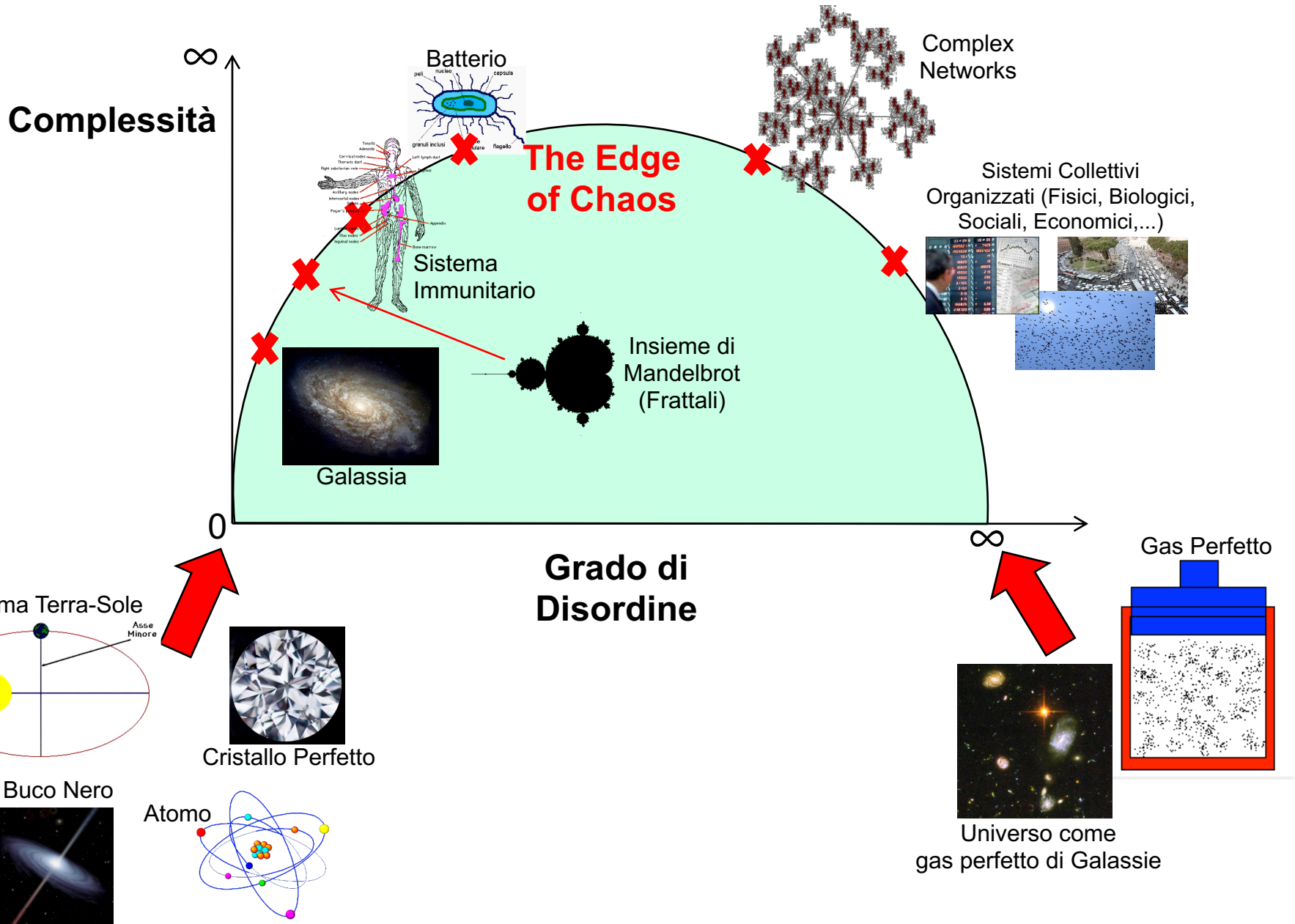
noise-level 0.0000 waiting-time 0.20

ESEMPI:

ROSPO	ASTRONAVE
ALIANTE	CANNONE di GOSPER


ticks: 47 3D

Complessità "at the edge of chaos"



Complessità "at the edge of chaos"





Modelli continui
di
Fenomeni emergenti

La Sincronizzazione spontanea



Steven Strogatz,

da "Sincronia. I ritmi della natura, i nostri ritmi" (2003)

"Ogni notte, lungo le sponde dei fiumi del sud-est asiatico, migliaia di **luciole** si radunano sugli alberi e lampeggiano per ore all'unisono, spegnendosi e accendendosi tutte insieme. In un **raggio laser**, miliardi e miliardi di fotoni identici marciano perfettamente al passo, dando luogo a un fascio sottile e intenso di luce monocromatica. Nel nostro **cuore**, l'attività elettrica coordinata di un gruppo di cellule "pacemaker" garantisce che le contrazioni ritmate di quella sofisticatissima pompa naturale ci mantengano in vita. Ciò che accomuna questi aggregati di unità elementari - insetti, fotoni, cellule - è l'incredibile fenomeno della **sincronizzazione spontanea**. Come enormi orchestre in grado di eseguire alla perfezione brani complessi pur senza la guida di un direttore, questi e altri sistemi naturali sembrano avere la facoltà magica di armonizzarsi da sé. Ma non c'è nulla di magico nelle loro performance: **oggi la scienza della complessità ha cominciato a svelare le leggi fisiche e matematiche che sono alla base dell'emergere spontaneo della sincronia**".



Come nasce la sincronizzazione?

Metronomi

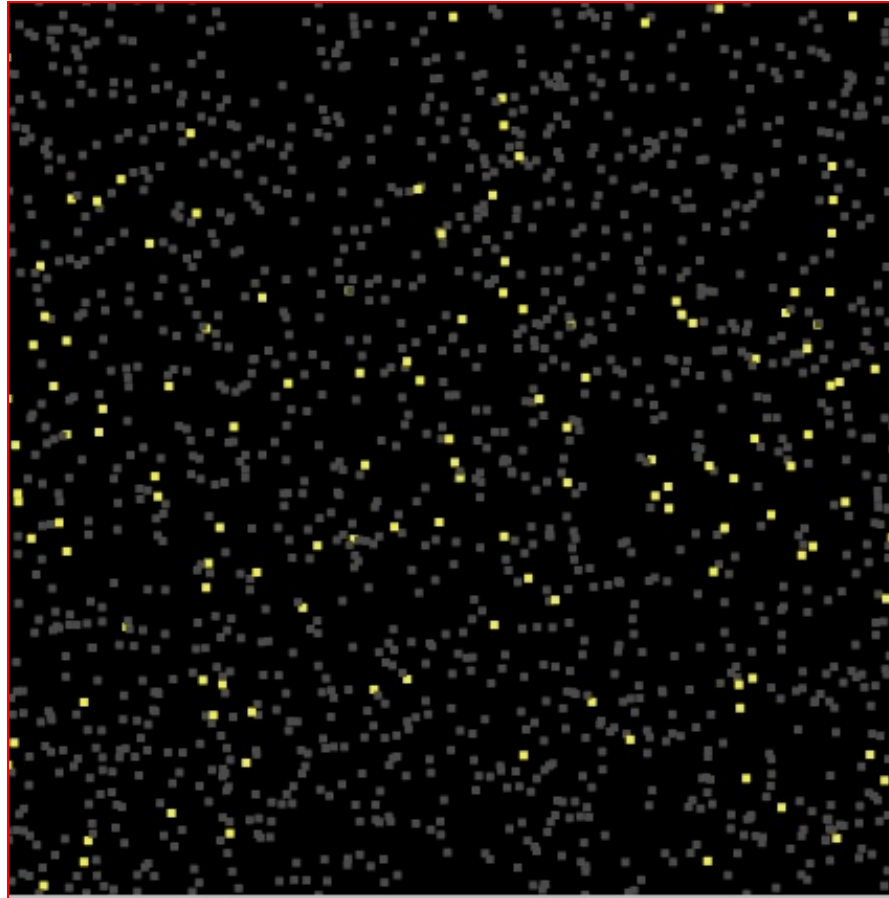


Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Lucciole (fireflies)



Duncan Watts



Steven Strogatz

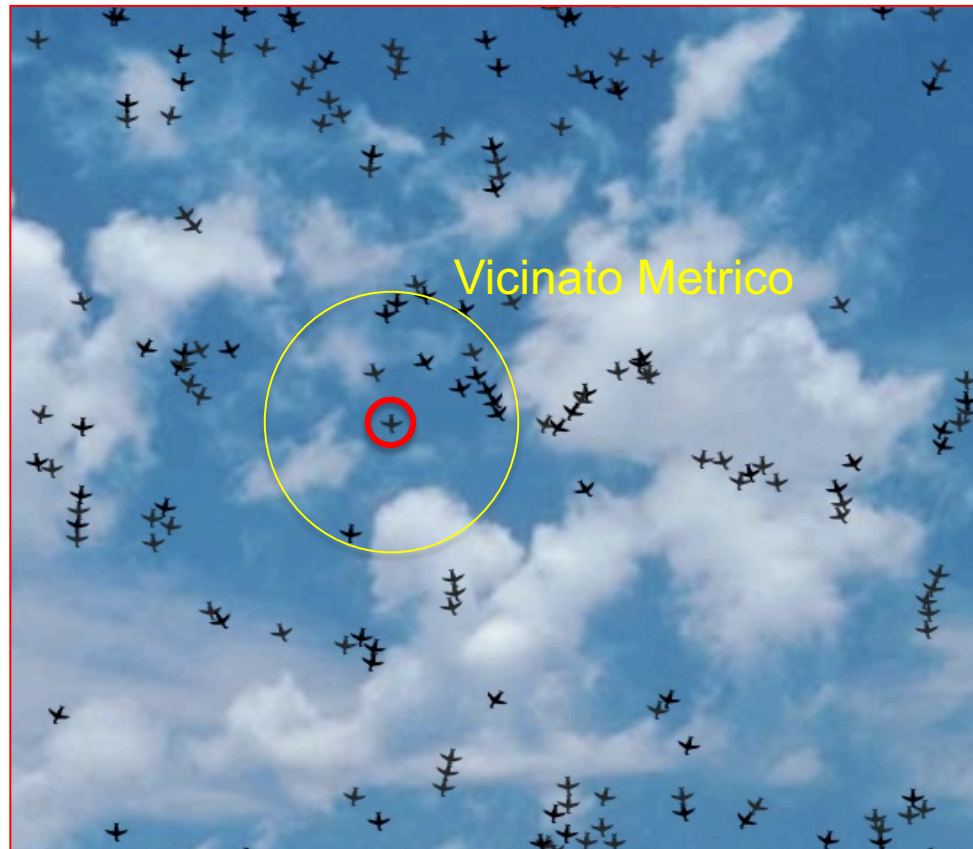
Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Formazione degli Stormi

Boids, 1986

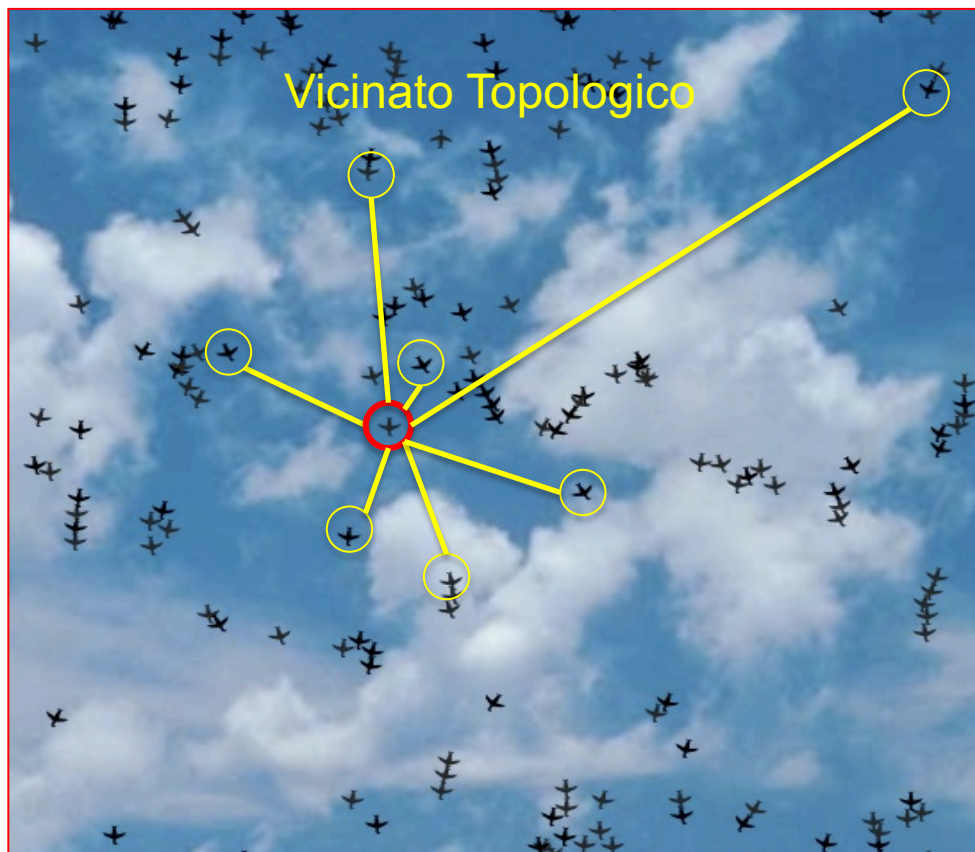
Le 3 regole locali di
Craig Reynolds:

- 1) Non andare a sbattere contro un altro uccello
- 2) Mantenere il passo con i vicini
- 3) Non allontanarsi troppo dai vicini



Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio

Formazione degli Stormi



Parisi, 2007

**Interaction Ruling Animal Collective Behaviour
Depends on Topological rather than Metric Distance:
Evidence from a Field Study**

Sincronizzazione in Biologia: il ruolo delle correlazioni a lungo raggio



Parisi, 2007

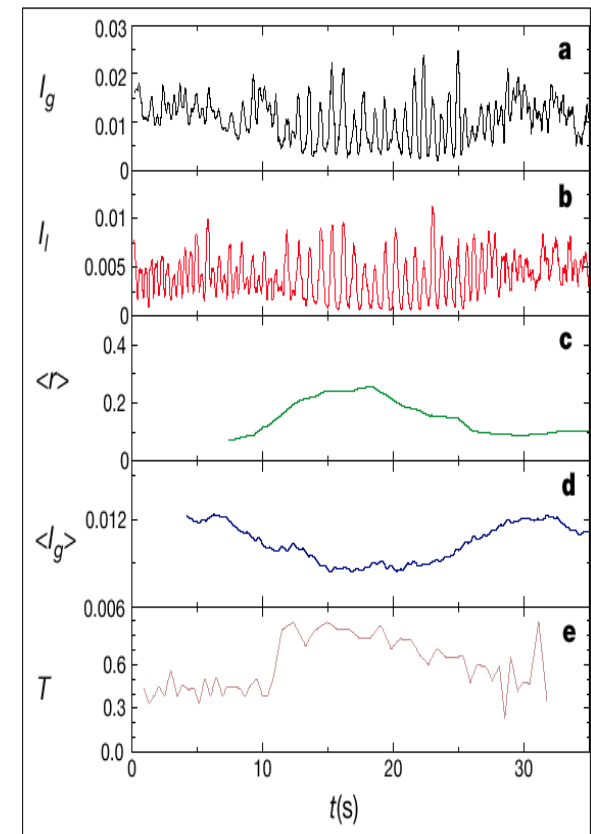
**Interaction Ruling Animal Collective Behaviour
Depends on Topological rather than Metric Distance:
Evidence from a Field Study**

Sincronizzazione nei sistemi sociali: gli applausi

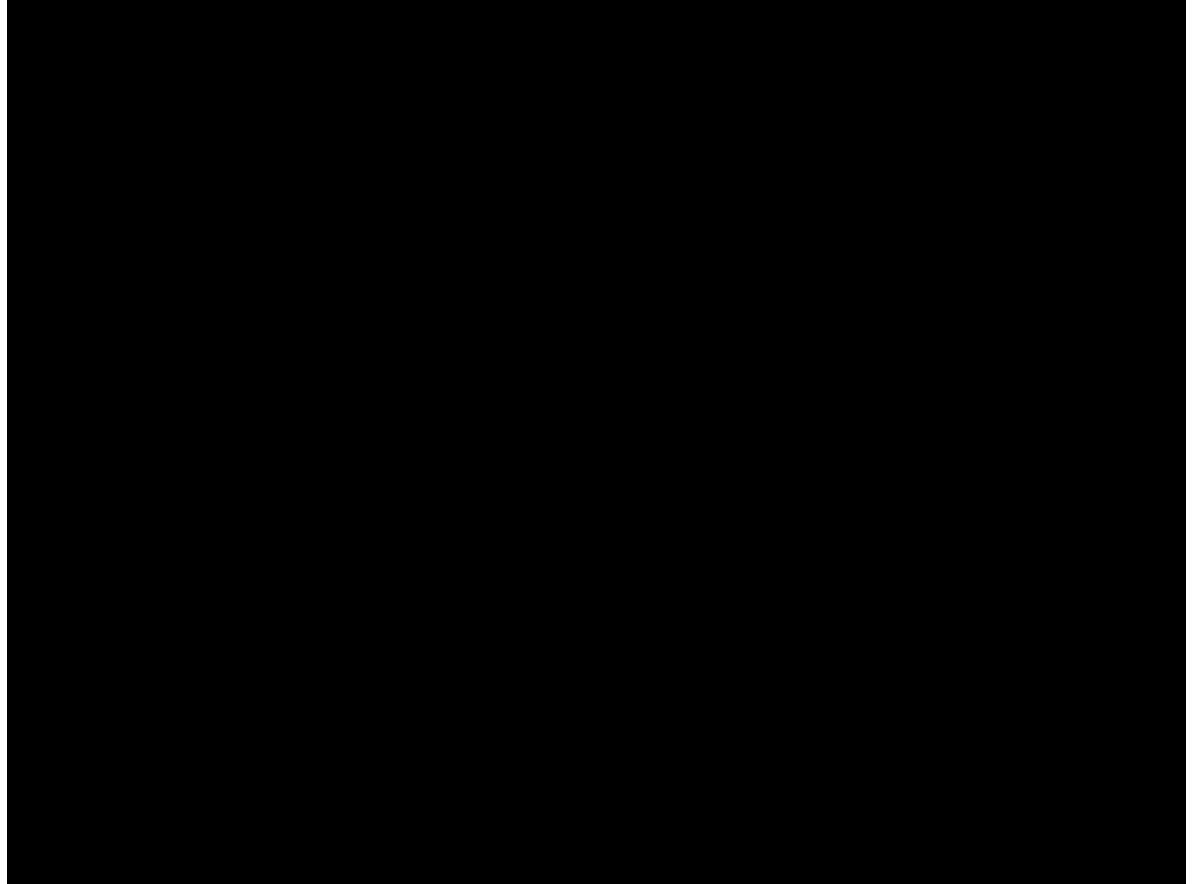
Z. Néda, E. Ravasz, Y. Brechet, T. Vicsek & A.-L. Barabási

Self-organizing processes: The sound of many hands clapping

Nature, 403 (2000) 849



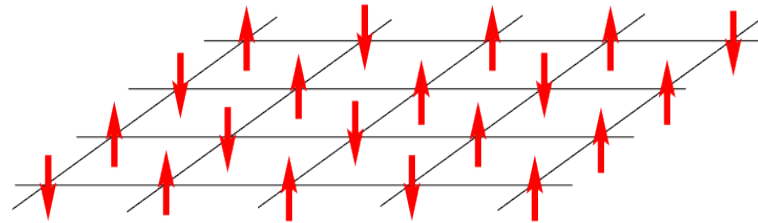
Effetti collaterali della Sincronizzazione: il Millennium Bridge (London, 2000)



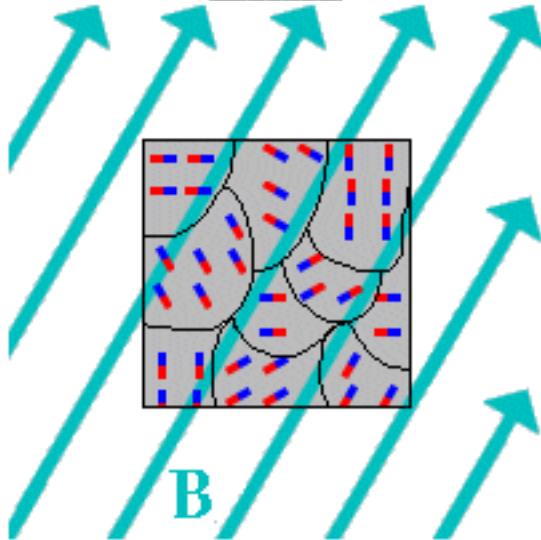
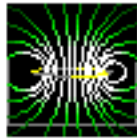
www.youtube.com/watch?v=eAXVa__XWZ8

Sincronizzazione e Magnetismo

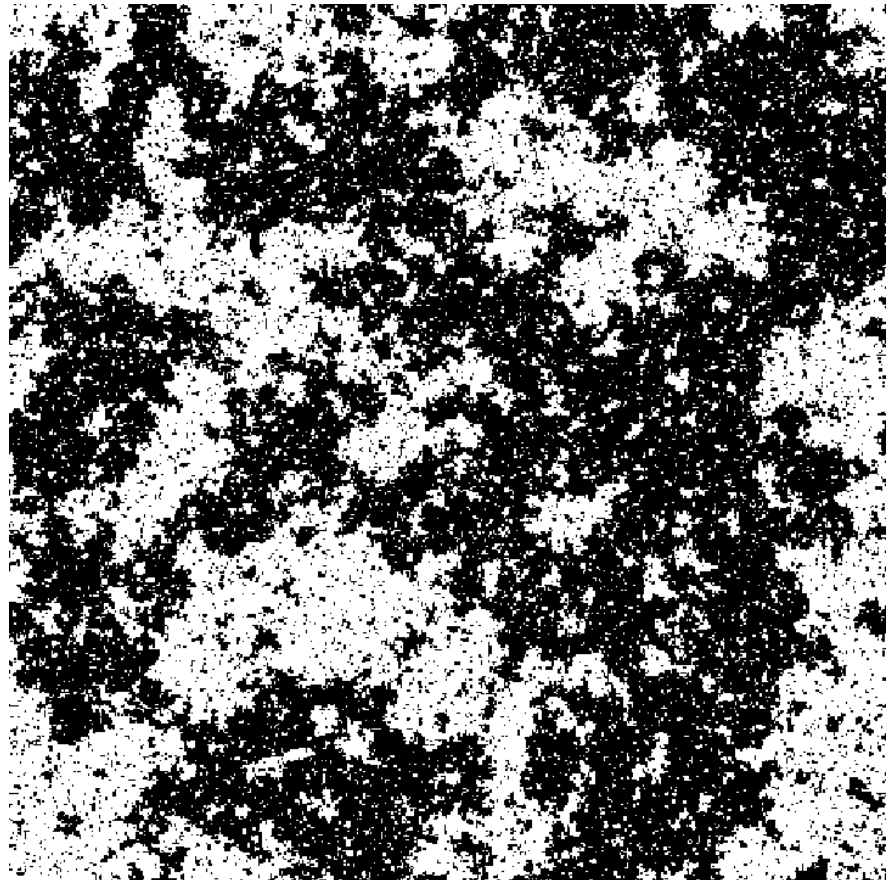
Il modello di Ising al punto critico (L.Onsager, 1941)



2-D Ising Model



La Legge di Potenza



Sincronizzazione nella Dinamica delle Opinioni

"Togheter we stand, divided we fall"

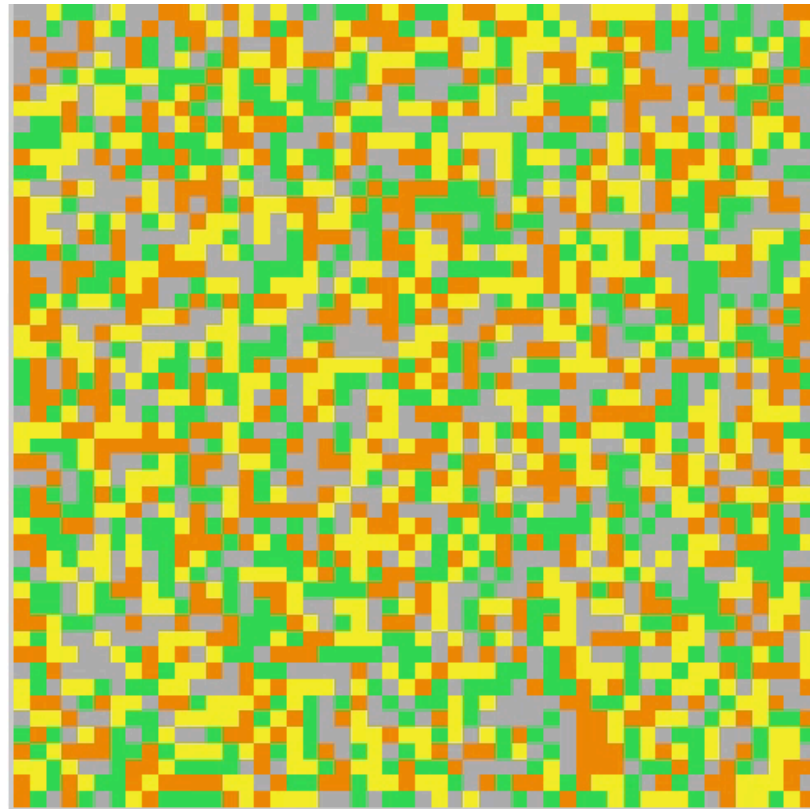
Pink Floyd – "Hey you" (1979)

Un celebre modello di Opinion Dynamics è quello di **Sznajd**, dove gli individui si trovano su una griglia bidimensionale e le loro opinioni sono rappresentate con celle di colori diversi (in sostanza si tratta di un automa cellulare). Ad ogni iterazione, solo **coppie di individui adiacenti** con la stessa opinione possono convincere i loro vicini.



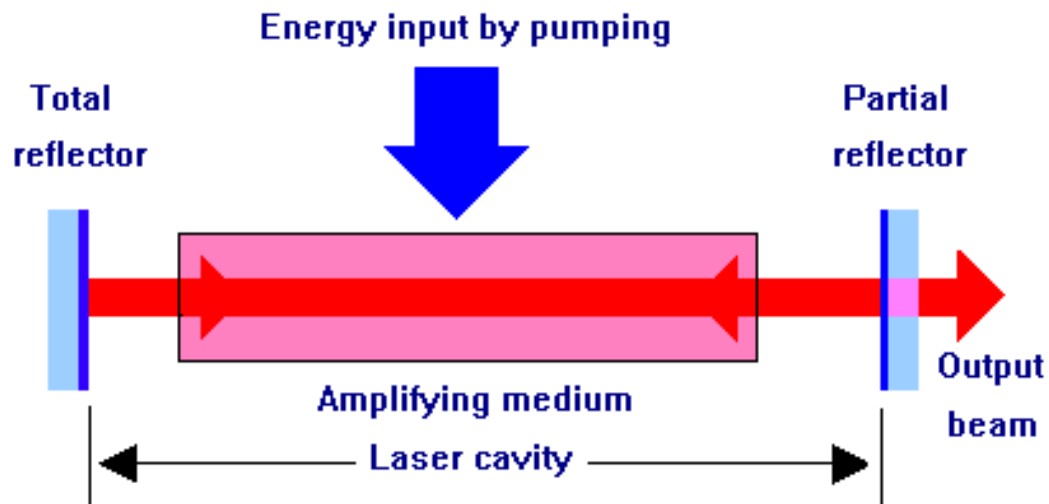
K. Sznajd-Weron and J. Sznajd,
Int. J. Mod. Phys. C 11, 1157

(2000)



Sincronizzazione e Laser

Un **laser tipico** è formato da un gas di atomi o molecole racchiuso in un tubo con due specchi alle estremità, uno dei quali semiriflettente e in grado di far fuoriuscire radiazione luminosa. Attraverso una **fonte di energia esterna** (corrente elettrica) un certo numero di atomi viene mantenuto fuori dall'equilibrio e spinto ad emettere spontaneamente radiazione luminosa sotto forma di fotoni (emissione stimolata). Raggiunto un **valore critico** dell'intensità di corrente, casualmente alcune onde cominciano a cooperare e a **sincronizzarsi in fase** in piccoli gruppi, che a loro volta, entrano in competizione tra loro per catturare un numero sempre maggiore di atomi finché, dopo un certo tempo un gruppo finisce per prevalere definitivamente sugli altri e impone al laser un **ordine collettivo** che trasforma l'iniziale emissione disordinata in un **fascio di luce monocromatica**, costituito da miliardi e miliardi di fotoni che viaggiano in perfetta sincronia!

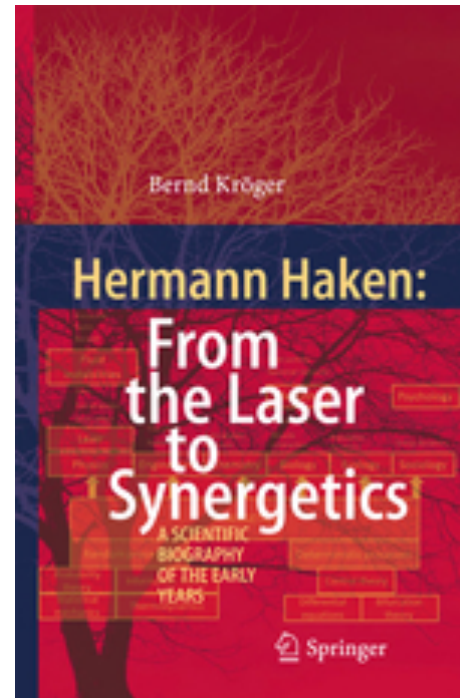
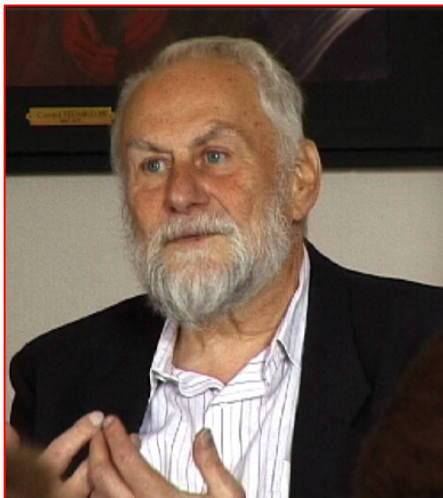


Sincronizzazione e Sinergetica

La scienza degli effetti combinati (1972)

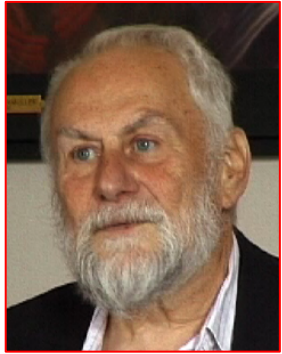
All'inizio degli anni '70 il fisico tedesco **Hermann Haken** era affascinato dallo straordinario miscuglio di cooperazione e competizione tra le onde luminose che sta alla base del meccanismo di **auto-organizzazione** del laser e che riesce a creare ordine dal disordine: l'onda che, sfruttando il processo di emissione stimolata, riesce a prevalere sulle altre, gioca infatti il ruolo di un “**ordinatore**” (order parameter) che “**asservisce**” le altre onde e le costringe ad oscillare con la sua stessa fase...

Hermann Haken è un fisico tedesco. Dal 1995 è professore emerito della facoltà di fisica teorica presso l'Università di Stoccarda. [Wikipedia](#)



Sincronizzazione e Sinergetica

La scienza degli effetti combinati (1972)



«Questo carattere obbligatorio che possiede la nascita dell'ordine dal caos è in larga misura indipendente dal substrato materiale nel quale si svolgono i processi. In questo senso un laser può comportarsi proprio come una formazione di nubi o come un agglomerato di cellule. Evidentemente si ha a che fare con un **fenomeno emergente**, e da ciò si comprende che regolarità di questo genere si possono riscontrare anche nel dominio non materiale. Ad esempio nell'ambito della **sociologia** si può citare il comportamento di interi gruppi, che sembrano aderire all'improvviso a un'idea nuova, per esempio della **moda**, a certe **tendenze culturali**, a un nuovo indirizzo in pittura o a una nuova corrente stilistica in letteratura. Queste regolarità, inoltre, ci aprono un accesso verso i meccanismi segreti della natura. [...] Stabiliremo che è il **comportamento collettivo** di molti individui, siano essi atomi, molecole, cellule, animali o uomini, a determinare indirettamente il loro destino: attraverso la **competizione**, da una parte, e la **cooperazione** dall'altra. In ciò, tuttavia, questi individui hanno spesso una parte passiva più che attiva».

H. Haken *“Sinergetica. Il segreto del successo della natura”*, 1983

Un modello per la sincronizzazione: Il Modello di Kuramoto

Y. Kuramoto, Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence, Springer, Berlin, 1984.

Sistema di N oscillatori accoppiati



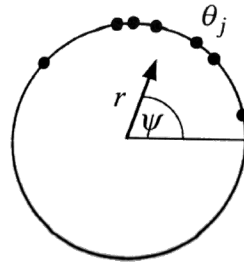
$$\frac{d\vartheta_i(t)}{dt} = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\vartheta_j - \vartheta_i), \quad i = 1, \dots, N$$

↖ Parametro di accoppiamento
↗ Frequenze naturali

Frequenze naturali

$$\vartheta_i(t) \in [0, 2\pi)$$

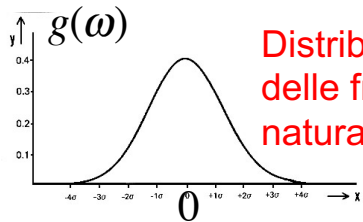
Fase degli oscillatori



$$r e^{i\Psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j} \quad \text{Parametro d'ordine}$$

$$\rightarrow \dot{\vartheta}_i = \omega_i + Kr \sin(\Psi - \vartheta_i)$$

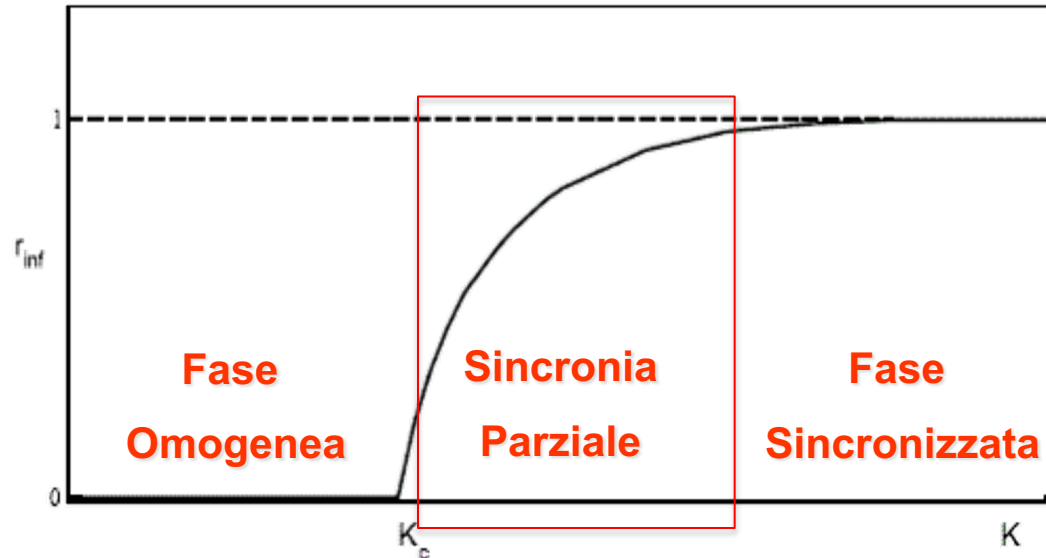
Equazioni disaccoppiate



Distribuzione delle frequenze naturali

$$K_c = \frac{2}{\pi g(0)}$$

valore critico del parametro di accoppiamento

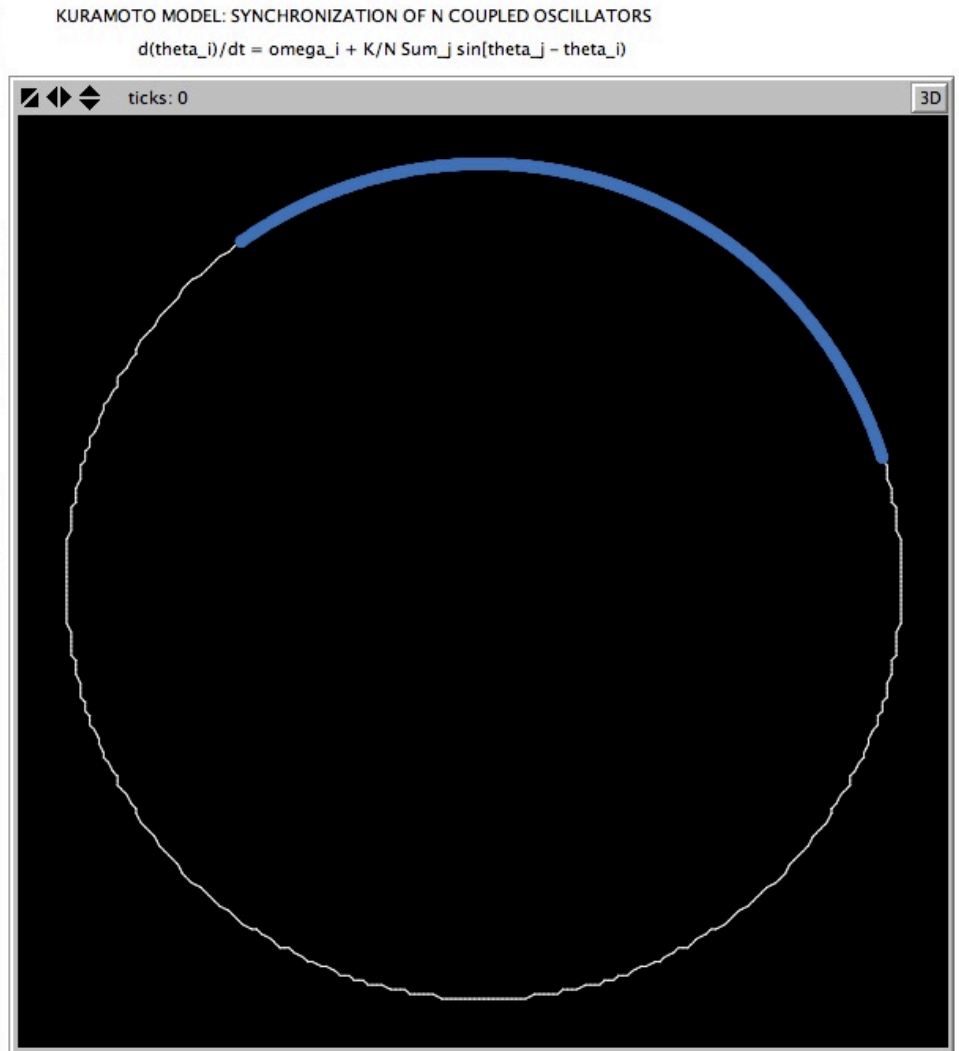
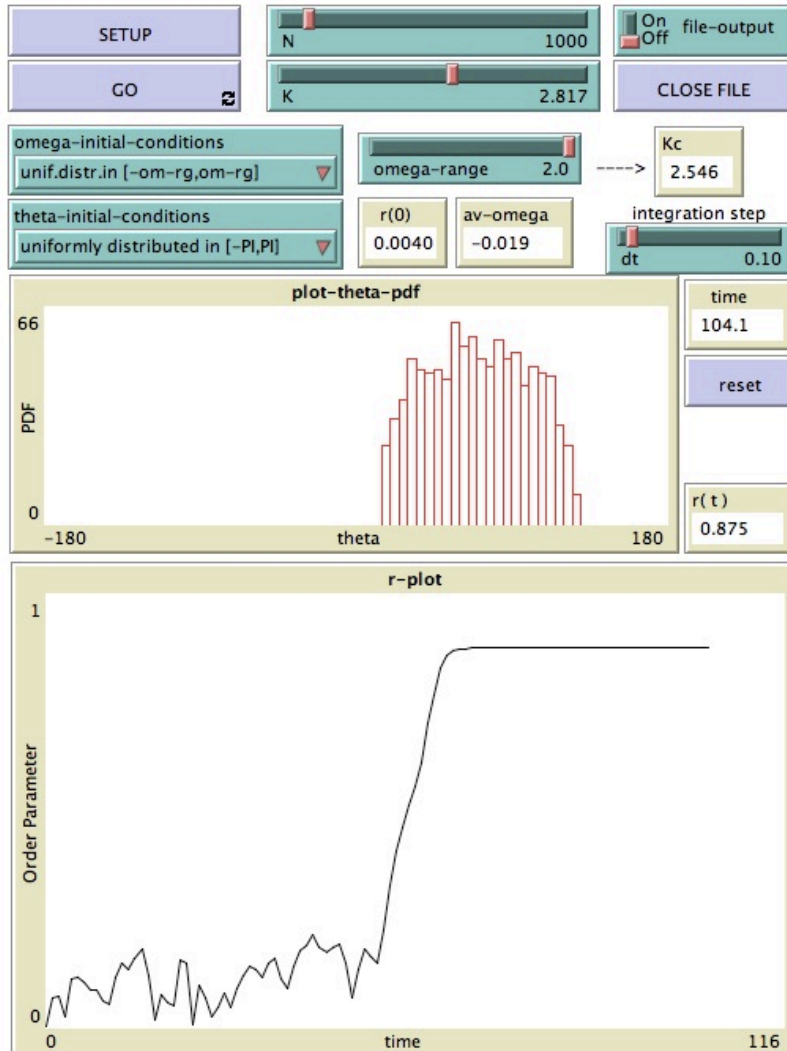


Asymptotic order parameter r_∞ as a function of the coupling in the Kuramoto model

Un modello per la sincronizzazione: Il Modello di Kuramoto

Y. Kuramoto, Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence, Springer, Berlin, 1984.

Sistema di N oscillatori accoppiati



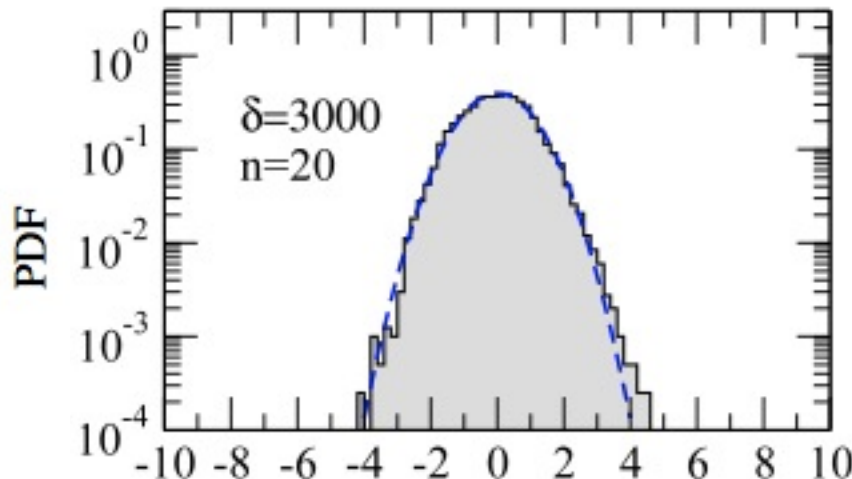
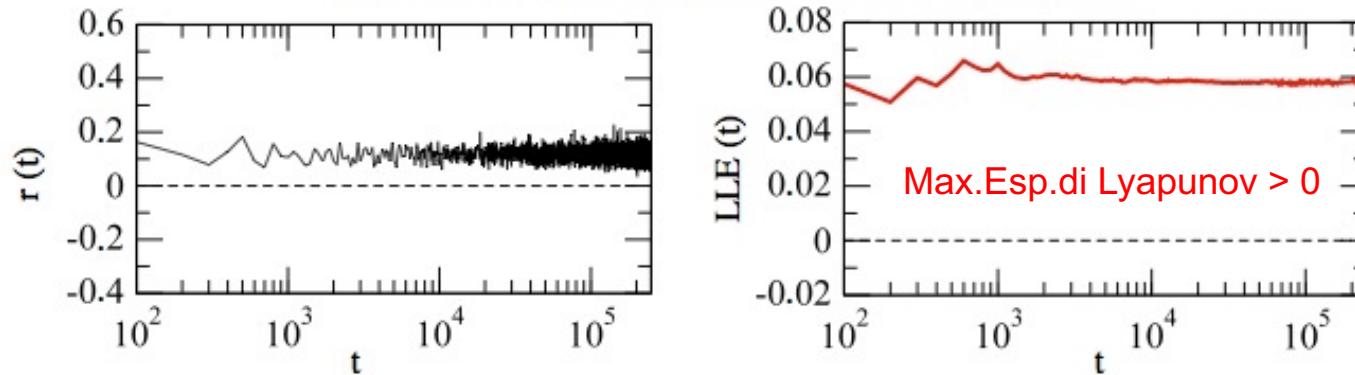
Modello di Kuramoto e Teorema Centrale del Limite (CLT)

CLT: la somma (normalizzata) di un grande numero di variabili casuali indipendenti è approssimativamente distribuita come una variabile casuale normale standard:

$$y_i = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n \theta_i(k\delta) \quad \text{with } i = 1, 2, \dots, N.$$

Fully Chaotic Regime

Kuramoto Model- N=20000 - K=2.53 - Uniform g(ω)



**Standard
Gaussian
CLT attractor**

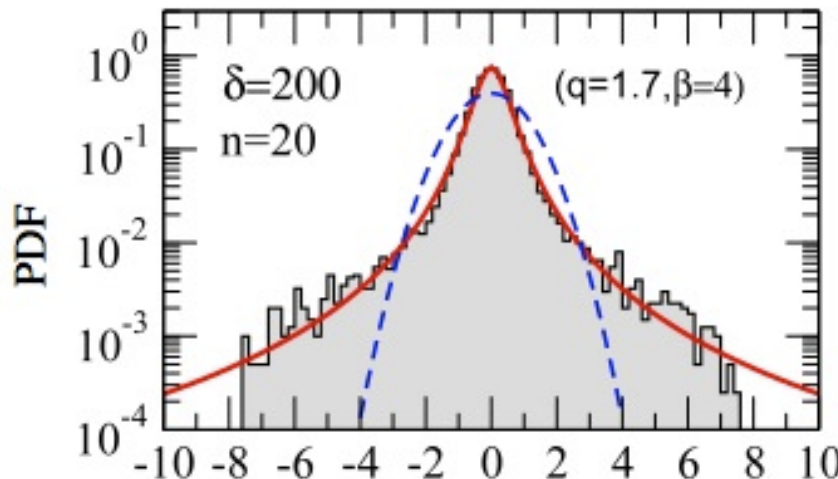
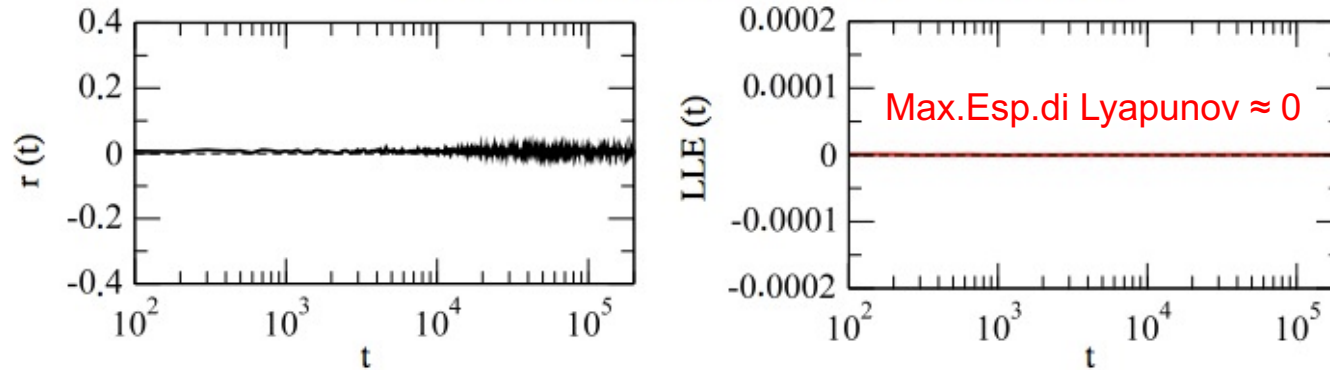
Code esponenziali

Violazione del Teorema Centrale del Limite "at the edge of chaos"

Se invece esistono correlazioni tra le variabili la somma (normalizzata) di un grande numero di esse non è più necessariamente distribuita come una variabile casuale normale standard.

"Edge of Chaos" Regime

Kuramoto Model- $N=20000$ - $K=0.1$ - Uniform $g(\omega)$



**q-Gaussian
attractor**

Code a legge di potenza!

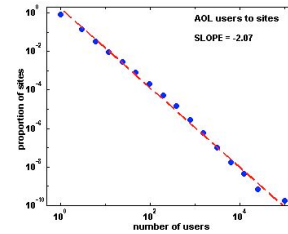
La Legge di Potenza



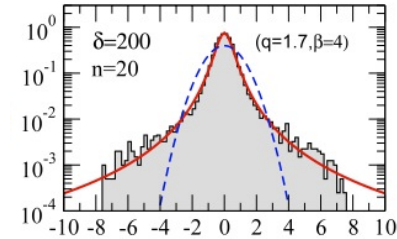
Complessità e Fisica Statistica



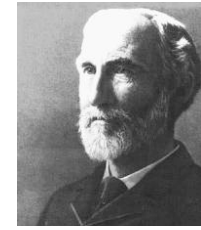
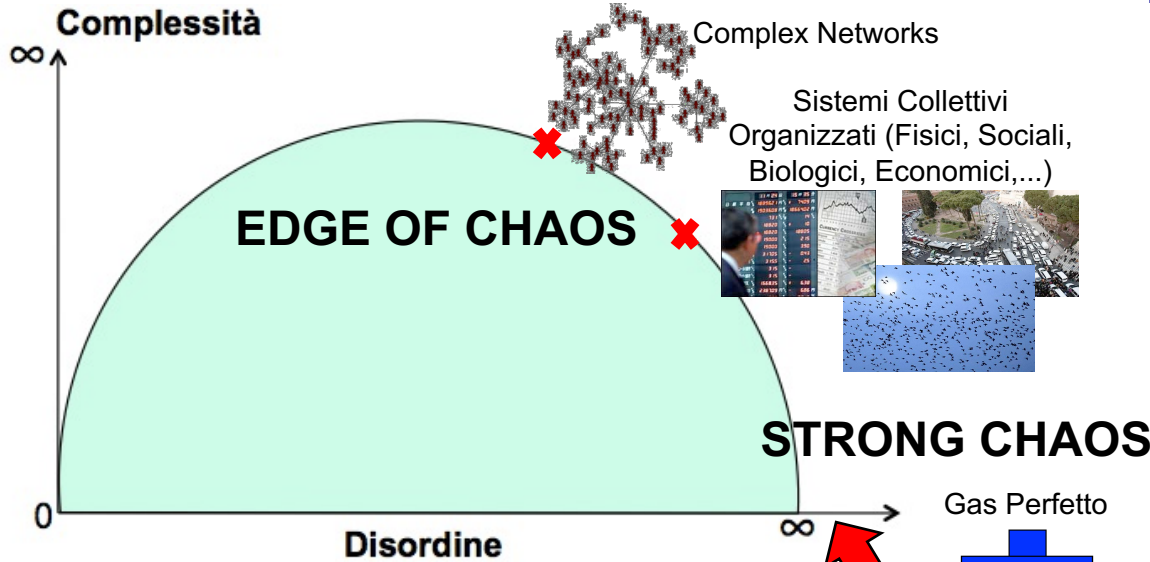
Meccanica Statistica Generalizzata di Tsallis



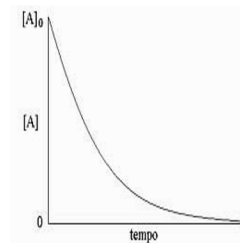
LEGGE DI POTENZA



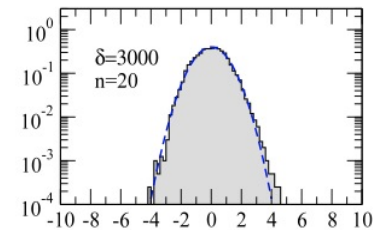
q-GAUSSIANA



Meccanica Statistica di Boltzmann-Gibbs



ESPONENZIALE



GAUSSIANA